

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

CLASE AUXILIAR

8 DE MAYO 2006

1. Considere la distribución exponencial de parámetro λ definida por:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad x \geq 0$$

Con $\lambda > 0$.

- a) Demuestre que:

$$\mathbb{P}(x \geq s + t | x \geq s) = \mathbb{P}(x \geq t)$$

La propiedad antes descrita es conocida como “pérdida de memoria”.

- b) Demuestre que si una distribución continua posee la propiedad de la pérdida de memoria, necesariamente es exponencial.

2. a) Considere $X \rightarrow f_X(X)$. Pruebe que si $Y = X^2$, entonces:

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}}(f_X(\sqrt{y}) + f_X(-\sqrt{y}))$$

- b) Sea $X \rightarrow N(0, 1)$ y considere $Y = X^2$, encuentre $f_Y(y)$. A qué distribución conocida se parece?

- c) Para $X_i \rightarrow N(0, 1)$ encuentre la distribución de $Y = \sqrt{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}$

3. Suponga que el 10% de las personas padece glaucoma, para ellas la medida de presión ocular es una v.a. Normal de media 25 y varianza 1. Para personas sin glaucoma la presión x es Normal de media 20 y varianza 1.

- a) Se selecciona una persona al azar y se mide su presión, obteniéndose $x = 22,5$. Determine la probabilidad de que la persona tenga glaucoma.

- b) ¿A cuántas personas con glaucoma se le debe medir la presión ocular si se desea que su promedio difiera del de la población en menos de 0.5 unidades, con probabilidad 0.95?