

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

CONTROL 1

17 DE ABRIL 2006

1. En una determinada región, 7 radioemisoras transmiten de jueves a domingo entre las 21:00 y 22:00 horas, cada una un programa distinto (5 transmiten noticias los jueves, 4 los viernes, 3 los sábados y 2 los domingos). Usted escucha radio:

- a) Cuántas secuencias de programas, solo de noticias, puede oír de jueves a domingo?
- b) Cuántas secuencias de programas, con al menos dos de noticias puede oír?
- c) Usted dispone de cinta y tiempo para grabar en dos de los cuatro días, tres programas simultáneamente. Cuántas configuraciones puede grabar?
- d) Si la elección de radios es al azar, calcule:
 - 1) La probabilidad que escuche radios distintas.
 - 2) La probabilidad que escuche la misma radio.

En todos los casos justifique, indicando el espacio muestral utilizado.

2. a) En una elección N votantes votan por los candidatos A o B , lanzando una moneda perfecta y en forma independiente. Si se sabe que A obtuvo n votos y B obtuvo m votos, calcule la probabilidad que el último voto haya sido para A . Cómo cambia la respuesta si la moneda no es perfecta?
- b) Se sabe que A recibe n votos y B recibe m votos, con $n > m$. El objetivo de esta parte es probar que la probabilidad de que A siempre esté por delante de B en el conteo de votos, que denominaremos $p_{n,m}$, vale $\frac{n-m}{n+m}$ (1) Sea $E_{n,m}$ el evento "A siempre va adelante de B en el conteo de votos cuando A recibió n votos y B recibió m votos", luego $p_{n,m} = P(E_{n,m})$. Condicione con respecto al quien recibió el último voto y llegue a una relación de recurrencia. Por último muestre que (1) es solución de la recurrencia encontrada. (Asuma que todos los ordenamientos de los votos son igualmente probables)
3. a) Sea Ω espacio muestral. Sean $A, B, C \subset \Omega$

- 1) Suponga que $0 < \mathbb{P}(B \cap C) < \mathbb{P}(B)$. Pruebe que $0 < \mathbb{P}(B \cap C^c) < \mathbb{P}(B)$ y que se cumple la igualdad:

$$\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(C|B)\mathbb{P}(A|B \cap C) + \mathbb{P}(C^c|B)\mathbb{P}(A|B \cap C^c)$$

- 2) Si A y B son independientes, pruebe que A^c y B^c son independientes.

- 3) Si A y B son independientes y $B \subset A$, Pruebe que $\mathbb{P}(A) = 1$ o $\mathbb{P}(B) = 0$.

- b) Sea X una v.a. con función de densidad dada por:

$$f(x) = \begin{cases} Kx^\alpha & \text{si } x \geq C \\ 0 & \text{si } x \leq C \end{cases}$$

- 1) Determine las condiciones necesarias sobre K, α, C para que f esté bien definida.

- 2) Si $C = 1, \alpha = -2, K = 1$ estudie probabilísticamente la v.a. definida por:

$$y = H(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{4}{x} & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

- c) Sean $X \rightarrow B(n, p), Y \rightarrow BN(r, p)$ donde:

- $X \rightarrow B(n, p) \Rightarrow \mathbb{P}(x = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
- $Y \rightarrow BN(r, p) \Rightarrow \mathbb{P}(y = k) = \binom{k-1}{r-1} p^r (1-p)^{k-r} \quad k = r, \dots, \infty$

Argumente para completar lo que falta:

$$\mathbb{P}(X \triangle r) = \mathbb{P}(Y \nabla)$$

Donde \triangle, ∇ pueden ser $>, <, \leq, \geq, =$.