

Control #2 MA26A Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile.
Semestre 2006-1, Prof. Axel Osses, Prof. Auxiliar: Jorge Lemus

- P1.-** (a) (4 ptos) El siguiente sistema de ecuaciones diferenciales representa la corriente (I) y el voltaje (V) en un circuito eléctrico. Encuentre la solución general sistema usando transformada de Laplace.

$$\frac{dI}{dt} = -V(t) + 2, \quad \frac{dV}{dt} = I(t) + \frac{5}{2}V(t).$$

- (b) (2 ptos) Encuentre $\mathcal{L}^{-1}[\ln(s)]$ y $\mathcal{L}^{-1}[\ln^2(s)]$.

- P2.-** Se desea calcular $\int_0^1 (y-1)^{50} \sin(y) dy$. Para esto proceda de la siguiente manera:

- (a) (1.5 ptos) Defina $G(x) = \int_0^x (y-x)^{50} \sin(y) dy$ y calcule $\mathcal{L}[G(x)](s)$.

- (b) (2 ptos) Para la descomposición en fracciones parciales siguiente

$$\frac{1}{s^n(s^2+1)} = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s^2} + \dots + \frac{a_n}{s^n} + \frac{As+B}{s^2+1}$$

encuentre $(n+2)$ ecuaciones para los coeficientes a_j , $j = 1, \dots, n$, A y B .

- (c) (1.5 ptos) Resuelva el sistema de ecuaciones anterior para $n = 51$.

- (d) (1 pto) Calcule $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^{51}(s^2+1)}\right]$ y evalúe $G(1)$ para concluir el resultado.

- P3.-** Se tiene un sistema de calefacción formado por una caldera con agua a temperatura inicial T_0 . El flujo de entrada y de salida es de 2 litros por minuto. El agua entra a una temperatura igual a T_e grados. Se cuenta con una fuente de energía que entrega a la caldera una temperatura constante igual a G grados, pero sólo se puede mantener encendida por un tiempo igual a ℓ minutos. La ecuación que modela el problema está dada por:

$$\frac{dT}{dt} = 2(T_e - T) + f(t)$$

donde $T(t)$ es la temperatura de agua en la caldera y $f(t)$ representa la temperatura que entrega la fuente de energía. Supondremos que

$$\frac{T_0}{2} \leq T_e < T_0 < G.$$

- (a) (1 pto) Escriba $f(t)$ como combinación de funciones escalón (o de Heaviside).
- (b) (2.5 ptos) Resuelva la ecuación usando transformada de Laplace y pruebe que la solución $T(t)$ es continua para $t > 0$.
- (c) (1.5 ptos) Analice crecimiento por intervalos y encuentre la temperatura máxima que alcanza el agua de la caldera.
- (d) (1 pto) Determine el tiempo durante el que el agua de la caldera posee una temperatura mayor o igual a T_0 .