

## Guía de Ejercicios Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Aux.: Lautaro Rayo

Pensé que quizás podría ayudarles recordar cómo se soluciona una ecuación no homogénea de segundo orden. Hagamos el siguiente ejercicio de la guía:

$$x'' + 2\beta x' + x = \gamma \cos(\omega t) \quad (1)$$

Primero encontramos la parte homogénea de la solución general, proponiendo soluciones del tipo  $y = ce^{\lambda t}$  en  $x'' + 2\beta x' + x = 0$  y solucionando el polinomio característico para  $\lambda$  obtenemos  $\lambda = -b \pm \sqrt{b^2 - 1}$  lo que nos dice que la parte homogénea de la solución es  $y_h = c_1 e^{\lambda_-} + c_2 e^{\lambda_+}$ .

Para obtener la parte particular debemos siempre proponer soluciones del tipo que se tenga en la parte no homogénea de la EDO, en este caso  $y_p = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ , luego debemos evaluar esta solución particular en la EDO, así, reemplazando en (1):

$$-A\omega^2 \cos(\omega t) - B\omega^2 \sin(\omega t) + 2\beta(-A\omega \sin(\omega t) + B\omega \cos(\omega t)) + A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) = \gamma \cos(\omega t)$$

Ahora debemos despejar A y B igualando factores:

$$A(1 - \omega^2) + 2B\beta\omega = \gamma$$

$$-2A\beta\omega + B(1 - \omega^2) = 0$$

Resolviendo el sistema:

$$A = \frac{-\gamma(\omega^2 - 1)}{\omega^4 + 4(\beta^2 - 5)\omega^2 + 1} \quad B = \frac{2\beta\gamma\omega}{\omega^4 + 4(\beta^2 - 5)\omega^2 + 1}$$

Así:

$$y_p = \frac{\gamma(\cos(\omega t) - \cos(\omega t)\omega^2 + 2\beta\omega \sin(\omega t))}{1 + \omega^4 + (4\beta^2 - 2)\omega^2}$$

Por último:

$$y = y_p + y_h$$