

Auxiliar N° 4

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias – MA26A/4

Aux: Lautaro Rayo

- (i) Verifique que las funciones $\xi_1(x)$, $\xi_2(x)$ definidas para cada $x \in I = (\infty^-, \infty^+)$ son linealmente independientes en I

(a) $\xi_1(x) = x^2, \xi_2(x) = 5x^2$

(b) $\xi_1(x) = \cos x, \xi_2(x) = e^{ix}$

(c) $\xi_1(x) = x, \xi_2(x) = |x|$

- (ii) Procedimiento de Reducción de Orden

(a) $x^2y'' + 2xy' = \frac{1}{x}$

(b) $yy'' - (y')^2 = y'$

(c) $(1+x)y'' + y' = x+1$

- (iii) Ecuación Lineal de Segundo Orden

(a) $y'' + 2y' + y = x$

(b) $y'' + y = 2\operatorname{sen} x \cos 2x$

(c) $y'' + 4y' + 3y = 2xe^{3x}$

(d) $mx'' = \mu \operatorname{sen}(t) - \delta x$ (oscilador forzado)

(e) $mx'' = \eta x' - mg$ (cuerpo en sustancia viscosa)

- (iv) Ecuación de Euler (Bonus)

La ecuación de Euler es:

$$x^2y'' + axy' + by = 0, x > 0 \quad \text{con } a, b \text{ constantes}$$

- (a) Sea $y(x)$ la solución de la ecuación de Euler; definimos $\varepsilon(t) = y(e^t)$. Demuestre que $\varepsilon(t)$ satisface la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} + (a-1) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + b\varepsilon = 0$$

- (b) Usando esto último, encuentre la solución general de:

(i) $x^2y'' + 2xy' - 6y = 0$

(ii) $2x^2y'' + xy' - y = 0$ con $y(1) = 1, y'(1) = -1$

Martes 4 de Abril de 2006