b) Como f es continua, y está definida sobre un conjunto cerrado y acotado (compacto), f alcanza su máximo y su mínimo. 0,5

$f(x,y) = x^2+y^2 \geq 0 \quad \forall x,y \in \mathbb{R} \qquad S = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / \frac{x^2}{2}+y^2 \leq 1\}$.

$\Rightarrow$ $(0,0)$ es mínimo global de f $\quad ((0,0)\in S) \quad (f(0,0)\leq f(x,y) \ \forall$

[Sale también al hacer

$\nabla f(x,y) = (2x, 2y) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ y=0 \end{matrix}$ y verificar que $(0,0)\in S$]

Para buscar el máximo, lo buscamos en el borde con el Lagrangea

$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda(1-\frac{x^2}{2}-y^2) = x^2+y^2+\lambda(1-\frac{x^2}{2}-y^2)$

$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x - \lambda x = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y - 2\lambda y = 0 \end{array}\right] \Rightarrow$ Dos casos 1) $x\neq 0 \Rightarrow \lambda = 2$

$\Rightarrow \boxed{y=0} \Rightarrow \frac{x^2}{2}+0^2 = 1$

$\Rightarrow \boxed{x=\pm\sqrt{2}}$

2) $y \neq 0 \Rightarrow \lambda = 1$

$\Rightarrow \boxed{x=0} \Rightarrow y^2 = 1$

$\Rightarrow \boxed{y=\pm 1}$

Basta evaluar para encontrar el máximo

$\left.\begin{array}{l} f((\sqrt{2},0)) = f(-\sqrt{2},0) = 2 \\ f(0,1) = f(0,-1) = 1 \end{array}\right] \Rightarrow (\sqrt{2},0), (-\sqrt{2},0)$ son máximos gl

1,5

[Se puede verificar con criterio de 2° orden, pero no es necesario