Problema 1

Sea $\alpha \in$ |R. Determine los valores de $a,b,c,d \in$ |R tales que:

$$\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ c & a & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Discuta la solución en función del parámetro α

Problema 2

Considere

$$A = \begin{pmatrix} I & D & 0 \\ D & I & U \\ 0 & U & I \end{pmatrix}$$

una matriz cuadrada particionada en bloques, donde $D = diag(d_1,...,d_m)$ con $d_i \neq 0$ y $d_i \neq \pm 1$, y U es una matriz triangular superior.

(i)Pruebe que existen matrices

$$E_1 = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ C_1 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}, \text{ y } E_2 = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & C_2 & I \end{pmatrix}$$

particionadas en bloques tales que $E_2 E_1 A = \overline{A}$ con

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ 0 & A_4 & A_5 \\ 0 & 0 & A_6 \end{pmatrix}$$

una matriz triangular superior.

Problema 3

Sean $B \in M_{m,n}$(|R), $A = I_n + B^t B$, y $x, y \in$ |R^n.

(i)Probar que $\langle Bx, y \rangle = \langle x, B^t y \rangle$.

(ii)Probar que $\langle Ax, x \rangle = \|x\|^2 + \|Bx\|^2$.

Problema 4

Se dice que una matriz cuadrada es idempotente si $A^2 = A$. Sean A y B dos matrices cuadradas idempotentes de la misma dimensión. Probar que $A + B$ es idempotente ssi $AB = -BA$

Problema 5

Sean $L_1 \subseteq$ |R^3 el eje de las x y $L_2 \subseteq$ |R^3 la recta que pasa por los puntos $(1,2,0)^t$ y $(-1,3,-1)^t$. Encuentre una recta $L_3 \subseteq$ |R^3 que sea perpendicular a L_1 y a L_2 que además intersecte estas dos rectas.

Problema 6

Sea π_0 el plano que pasa por el origen de |R^3 y de vectores directores $(0,1,1)^t$ y $(1,0,2)^t$.

(i) Escriba la ecuación cartesiana, paramétrica y vectorial del plano π_0.

(ii) Calcular la proyección del punto $P = (1,1,1)^t$ sobre π_0.

(iii) Usando Gram-Schmidt dar una base ortonormal de π_0.

Problema 7

(i) Dados los puntos en $|R^2$ $A = (0,5)^t$ y $B = (2,3)^t$, encuentre:

a) La forma cartesiana de la recta que pasa por A y B.
b) La forma paramétrica de la recta.
c) La forma vectorial de la recta.

(ii) Dados los puntos en $|R^3$ $C = (0,0,1)^t$ y $D = (2,0,0)^t$, encuentre:

a) La forma cartesiana de la recta que pasa por A y B.
b) La forma paramétrica de la recta.
c) La forma vectorial de la recta.

Problema 8

Sea L_1 la intersección en $|R^3$ de los planos $x_1+x_2+x_3-1=0$ y $x_1-x_2+2x_3+1=0$, y sea L_2 la recta de vector director $(1,1,0)^t$ que pasa por el origen.

(i) Encuentre la ecuación vectorial de L_1.

(ii) Encuentre un vector no nulo ortogonal a L_1 y L_2.