10

SIMULACIÓN

La simulación implica construir una réplica de algún sistema real y usarlo bajo condiciones de prueba. Por consiguiente, los ingenieros pueden probar modelos de nuevos aviones en túneles de viento y los pilotos comerciales y astronautas entrenar en simuladores de vuelo. En administración, los modelos matemáticos se construyen y se utilizan para comprobar los resultados de decisiones antes de aplicarlas en la realidad. De forma general, cualquier planteamiento de un problema de decisión de negocios podría llamarse una simulación, ya que representa o simula algunos aspectos del problema real. Por ejemplo, un modelo de programación lineal puede diseñarse para representar un problema de mezcla de producto o de planeación de transporte. Los modelos de simulación considerados en este capítulo difieren de otros modelos en tres aspectos:

1. Los modelos de simulación no suelen estar diseñados para encontrar la mejor solución o soluciones óptimas, como en la programación lineal o en análisis de decisiones. En lugar de esto, se evalúan varias propuestas y se toma una decisión con base en una comparación de los resultados. En otras palabras, evalúan el desempeño de sistemas previamente especificados.
2. Los modelos de simulación suelen enfocarse en operaciones detalladas del sistema, bien sean físicas o financieras. En el sistema se estudia la manera como funciona a través del tiempo y se incluyen los efectos de los resultados de un período sobre el siguiente.
3. En los modelos de simulación de este capítulo se incluyen elementos aleatorios o probabilísticos, que incluyen ejemplos de sistemas de colas, de inventario y modelos de análisis de riesgos, a menudo llamados simulación Monte Carlo.

Para ilustrar estas diferencias, considerar la construcción del modelo de una fábrica que elabora una serie de productos. Un modelo de programación lineal podría desarrollar la mezcla de producto óptima. Un modelo de simulación más detallado podría relacionarse con las cuestiones específicas de cuál debe ser la programación de la fábrica para lograr la mezcla de productos deseada, tomando en cuenta los períodos de configuración de las máquinas, el tiempo de espera antes del procesamiento y otros detalles que no pueden incluirse en la formulación de programación lineal.

SIMULACIÓN PROBABILÍSTICA

En muchas situaciones, la incertidumbre es una parte clave de las operaciones del sistema, y es importante tomar en cuenta en el modelo esta condición aleatoria. Los problemas de línea de espera pueden analizarse construyendo un modelo de simulación de esta clase. Cuando puede resolverse de manera adecuada el problema con métodos matemáticos, por lo general, es preferible hacerlo de ese modo. Sin embargo, hay muchas situaciones de colas (y de otra clase) que no pueden resolverse con facilidad con las matemáticas y, por tanto, se vuelve a la simulación.

Ejemplo 1

Una bodega tiene un muelle usado para descargar los vagones de carga. Los que llegan se envían a la bodega durante la noche. Se necesita exactamente medio día para descargar un vehículo. Si más de dos de éstos se encuentran en espera de ser descargados en un determinado día, se pospone el descargue de uno de ellos hasta el día siguiente.

La experiencia pasada indica que el número de vagones de carga que llegan durante la noche tienen las frecuencias que se muestran en la tabla 10-1. Además, no hay un patrón evidente, de modo que la cantidad que llega una noche cualquiera es independiente de la que llega en otra.

Éste es un problema de colas de un canal con una tasa de servicio promedio de 2 por día y una tasa de llegada promedio de 1.5 por día. Sin embargo, puede demostrarse que las llegadas no son de Poisson; por consiguiente, ninguno de los modelos estándar de colas puede aplicarse de forma directa.

El primer paso para simular este proceso de colas es generar una historia o serie de tiempo para las llegadas durante varias noches. Esto se hace utilizando un proceso aleatorio o **Monte Carlo**. Una manera de hacerlo sería tomar 100 fichas y escribir el número 0 en 23 de ellas; el número 1 en 30, el número 2 en 30 y así sucesivamente, de acuerdo con las frecuencias de la tabla 10-1. Entonces podría sacarse una ficha de un sombrero y el número que tenga escrito indicaría la cantidad de autos que llegan en un determinado período simulado.

Un procedimiento más simple es el de utilizar una tabla de números al azar, como la tabla 10-2. Cada entrada en la tabla se tomó de manera que cada dígito (de 0 a 9) tuviera igual oportunidad de salir.

Entonces, podrían asignarse números al azar de dos dígitos para cada uno de los posibles resultados (es decir, el número de llegadas) como aparecen en la tabla 10-3.

TABLA 10-1

Número de vagones que llegan	*Frecuencia relativa*
0	0.23
1	0.30
2	0.30
3	0.10
4	0.05
5	0.02
6 o más	0.00
	1.00

Promedio = 1.5 vagones por noche

TABLA 10-2
Tabla de dígitos aleatorios

97	95	12	11	90	49	57	13	86	81
02	92	75	91	24	58	39	22	13	02
80	67	14	99	16	89	96	63	67	60
66	24	72	57	32	15	49	63	00	04
96	76	20	28	72	12	77	23	79	46
55	64	82	61	73	94	26	18	37	31
50	02	74	70	16	85	95	32	85	67
29	53	08	33	81	34	30	21	24	25
58	16	01	91	70	07	50	13	18	24
51	16	69	67	16	53	11	06	36	10
04	55	36	97	30	99	80	10	52	40
86	54	35	61	59	89	64	97	16	02
24	23	52	11	59	10	88	65	17	39
39	36	99	50	74	27	69	48	32	68
47	44	41	86	83	50	24	51	02	08
60	71	41	25	90	93	07	24	29	59
65	88	48	06	68	92	70	97	02	66
44	74	11	60	14	57	08	54	12	90
93	10	95	80	32	50	40	44	08	12
20	46	36	19	47	78	16	90	59	64
86	54	24	88	94	14	58	49	80	79
12	88	12	25	19	70	40	06	40	31
42	00	50	24	60	90	69	60	07	86
29	98	81	68	61	24	90	92	32	68
36	63	02	37	89	40	81	77	74	82
01	77	82	78	20	72	35	38	56	89
41	69	43	37	41	21	36	39	57	80
54	40	76	04	05	01	45	84	55	11
68	03	82	32	22	80	92	47	77	62
21	31	77	75	43	13	83	43	70	16
53	64	54	21	04	23	85	44	81	36
91	66	21	47	95	69	58	91	47	59
48	72	74	40	97	92	05	01	61	18
36	21	47	71	84	46	09	85	32	82
55	95	24	85	84	51	61	60	62	13
70	27	01	88	84	85	77	94	67	35
38	13	66	15	38	54	43	64	25	43
36	80	25	24	92	98	35	12	17	62
98	10	91	61	04	90	05	22	75	20
50	54	29	19	26	26	87	94	27	73

TABLA 10-3

Número de autos que llegan	*Dígitos aleatorios*	*Frecuencia relativa*
0	00 a 22	0.23
1	23 a 52	0.30
2	53 a 82	0.30
3	83 a 92	0.10
4	93 a 97	0.05
5	98 y 99	0.02
		1.00

TABLA 10-4 Simulación de sistema de filas

Número de días	*Número aleatorio*	*Número de llegadas*	*Número total a descargar*	*Cantidad descargada*	*Cantidad postergada para el día siguiente*
x	97	4	4	2	2
x	02	0	2	2	0
x	80	2	2	2	0
1	66	2	2	2	0
2	96	4	4	2	2
3	55	2	4	2	2
4	50	1	3	2	1
5	29	1	2	2	0
6	58	2	2	2	0
7	51	1	1	1	0
8	04	0	0	0	0
9	86	3	3	2	1
10	24	1	2	2	0
11	39	1	1	1	0
12	47	1	1	1	0
13	60	2	2	2	0
14	65	2	2	2	0
15	44	1	1	1	0
16	93	4	4	2	2
17	20	0	2	2	0
18	86	3	3	2	1
19	12	0	1	1	0
20	42	1	1	1	0
21	29	1	1	1	0
22	36	1	1	1	0
23	01	0	0	0	0
24	41	1	1	1	0
25	54	2	2	2	0
26	68	2	2	2	0
27	21	0	0	0	0
28	53	2	2	2	0
29	91	3	3	2	0
30	48	1	2	2	0
31	36	1	1	1	0
32	55	2	2	2	0
33	70	2	2	2	0
34	38	1	1	1	0
35	36	1	1	1	0
36	98	5	5	2	3
37	50	1	4	2	2
38	95	4	6	2	4
39	92	3	7	2	5
40	67	2	7	2	5
41	24	1	6	2	4
42	76	2	6	2	4
43	64	2	6	2	4
44	02	0	4	2	2
45	53	2	4	2	2
46	16	0	2	2	0
47	16	0	0	0	0
48	55	2	2	2	0
49	54	2	2	2	0
50	23	1	1	1	0
Totales		79			45
Promedio		1.58			0.90

Hay 100 pares de números de dos dígitos. Observar que 23 están asignados al evento "cero autos llegan", 30 al evento de "un auto llega", 30 al de "dos autos llegan", y así sucesivamente. Cada número de dos dígitos tiene una oportunidad entre 100 de salir: la probabilidad de que se presente el evento "cero autos llega" es de 23/100 ó 0.23, como se desea.

Ahora, en la tabla 10-4 se hace la simulación del proceso de las colas. Se utilizan tres días para comenzar el proceso (marcados con x). Para el primer día, el número al azar (tomado de la tabla 10-2) es 97. Como 97 corresponde al evento "llegan cuatro vagones" de la tabla 10-3, se busca cuatro en la tercera columna. De estos cuatro, dos se descargan mientras que los otros dos quedan para descargar al día siguiente. El número aleatorio para el segundo día es 02 (de la tabla 10-2). Esto significa que llegan cero vagones, y se descargan los dos que quedaron del día anterior. Se continúa de la misma manera. Sin embargo, no se cuentan los resultados de los primeros tres días; éste es el **período de iniciación**. La simulación comienza con ningún vagón de carga, algo que no es común. El período de iniciación da a la simulación una oportunidad de llegar al comportamiento típico o estado sólido antes de contabilizar los resultados.

La tabla 10-4 simula 50 días de operación (además de los tres días para comenzar). Durante la mayor parte del período, hay un pequeño retraso. Sin embargo, puede apreciarse que hay un retraso considerable comenzando el período 36. El número promedio de llegadas por día (1.58) durante el período de muestra de 50 días es ligeramente mayor que el número esperado por día (1.50). En promedio, 0.90 autos se retrasan cada día. Para resultados más precisos, la simulación debe realizarse para más días.

Podría usarse el modelo de simulación para comparar los efectos de posibilidades factibles en tiempo de espera y en costos. Por ejemplo, en este caso, podrían compararse retrasos bajo el índice actual de servicio de dos por día con los que se presentarían si ese índice fuera de tres por día. O podrían introducirse uno o más canales adicionales.

SIMULACIÓN Y COMPUTADORES

Los cálculos de la tabla 10-4 son tediosos; en una aplicación real, se construiría un modelo por computador para realizar el análisis. En la actualidad existen varios paquetes de simulación disponibles para los PC, con capacidad para construir modelos muy complejos, generar valores al azar a partir de un amplio rango de distribuciones estadísticas acumuladas y medidas de resumen de los resultados[4]. Incluso, muchos tienen una interfaz gráfica del usuario y animación, que permite que el usuario observe la simulación cuando ésta ocurre.

También es posible construir modelos relativamente simples en hojas de cálculo. El apéndice 2 de este capítulo es un tutorial para la construcción de esos sistemas. Para el análisis de riesgos o modelos Monte Carlo, como el que se ilustra en el ejemplo 3, las hojas de cálculo son bastante efectivas e incluso pueden manejar modelos muy complejos. Hay módulos populares de *software* para hojas de cálculo que facilitan aún más estas operaciones[5].

---

[4] Para un reciente estudio de *software* de simulación, *véase* James J. Swain, "Simulation Survey: Tools for Process Understanding and Improvement". *OR/MS Today*, August 1995.

[5] *Véase*, por ejemplo, los programas @RISK (Newfield, NJ, Palisade Corp, 1994) and Crystal Ball (Boulder, CO, Decisioneering, Inc. 1994).

Los computadores, claro está, simplifican la generación de muchos períodos simulados o pruebas, no sólo 50 o las que aplican en los ejemplos manuales de este capítulo. Un gran número de pruebas es esencial para obtener resultados válidos cuando se hace la simulación de sistemas que implican la condición de aleatoriedad, especialmente, los sistemas de colas y líneas de espera.

Sin embargo, las explicaciones que se dan a través de los ejemplos manuales mencionados buscan entender las ideas básicas involucradas. Los siguientes ejemplos 2 y 3 continúan con este patrón.

SIMULACIÓN Y CONTROL DE INVENTARIOS

El uso de la simulación no está restringido a los procesos de colas. Muchas fases de operaciones de negocios han sido simuladas con resultados satisfactorios. Con un breve ejemplo se ilustrará la manera como puede aplicarse la simulación a la solución de un problema de inventario.

Ejemplo 2

Suponer que la demanda semanal de un determinado producto tiene la distribución que se muestra en la tabla 10-5.

Cuando se hace un pedido para reabastecer el inventario, hay un retraso en los despachos, el cual es una variable aleatoria como se muestra en la tabla 10-6.

Si quiere determinarse una cantidad de pedido Q y un punto de pedido R. Pueden ensayarse distintos valores de Q y R, mediante simulación para determinar los mejores.

En la tabla 10-7 se presenta un ejemplo con $Q = 15$ y $R = 5$. Puede observarse que el inventario inicial está en 10, y se utilizan 5 semanas para la iniciación antes de contabilizar los resultados. Se supone que se permiten devoluciones. Si se estableció el costo del pedido, el de mantener el inventario y el de quedarse sin existencias, podría estimarse el costo del sistema de inventario bajo la regla $Q = 15$ y $R = 5$. Las reglas alternas pueden compararse con ésta. Por ejemplo, podrían utilizarse las fórmulas para la cantidad de pedido óptima y el punto de nuevo pedido óptimo, aunque las suposiciones necesarias para dichas fórmulas no se satisfagan en el ejemplo (el tiempo de producción para el reabastecimiento no es

TABLA 10-5
Distribución de probabilidad para la demanda semanal

Cantidad exigida	*Probabilidad*	*Números asignados al azar*
0	0.10	00 a 09
1	0.40	10 a 49
2	0.30	50 a 79
3	0.20	80 a 99
	1.00	

TABLA 10-6
Distribución de probabilidad para el retraso en el despacho

Número de semanas entre el pedido y el despacho	*Probabilidad*	*Números asignados al azar*
2	0.20	00 a 19
3	0.60	20 a 79
4	0.20	80 a 99
	1.00	

TABLA 10-7
Ejemplo de simulación del inventario

Semana número	Recibos	Inventario inicial	Número aleatorio	Ventas (unidades)	Inventario final	Ventas perdidas (faltantes)	Pedidos	Número aleatorio de pedido	Número de semanas a partir del momento de llegada del pedido
x		10	37	1	9				
x		9	51	2	7				
x		7	68	2	5		15	45	3
x		5	83	3	2				
x		2	56	2	0				
0	15	15	11	1	14				
1		14	91	3	11				
2		11	99	3	8				
3		8	57	2	6				
4		6	28	1	5		15	61	3
5		5	70	2	3				
6		3	33	1	2				
7	15	17	91	3	14				
8		14	67	2	12				
9		12	97	3	9				
10		9	61	2	7				
11		7	11	1	6				
12		6	50	2	4		15	86	4
13		4	25	1	3				
14		3	06	0	3				
15		3	60	2	1				
16	15	16	80	3	13				
17		13	19	1	12				
18		12	88	3	9				
19		9	25	1	8				
20		8	24	1	7				
21		7	68	2	5		15	37	3
22		5	78	2	3				
23		3	37	1	2				
24	15	17	04	0	17				
25		17	32	1	16				
26		16	75	2	14				
27		14	21	1	13				
28		13	47	1	12				
29		12	40	1	11				
30		11	71	2	9				
31		9	85	3	6				
32		6	88	3	3		15	15	2
33		3	24	1	2				
34	15	17	61	2	15				
35		15	19	1	14				
36		14	90	3	11				
37		11	24	1	10				
38		10	16	1	9				
39		9	32	1	8				
40		8	72	2	6				
Totales		412				0			
Promedio		10.3							

constante). La cantidad de error introducida con el uso de las fórmulas puede ser operacionalmente útil aunque no sea del todo aplicable desde el punto de vista teórico.

RESUMEN

Los modelos de simulación probabilística incluyen variables aleatorias para eventos inciertos: Los números al azar son asignados de acuerdo con las probabilidades para los eventos inciertos y el proceso Monte Carlo se utiliza para generar un historial de eventos para simular el sistema bajo estudio. Los sistemas de colas y de inventario son ejemplos de las aplicaciones de la simulación probabilística.

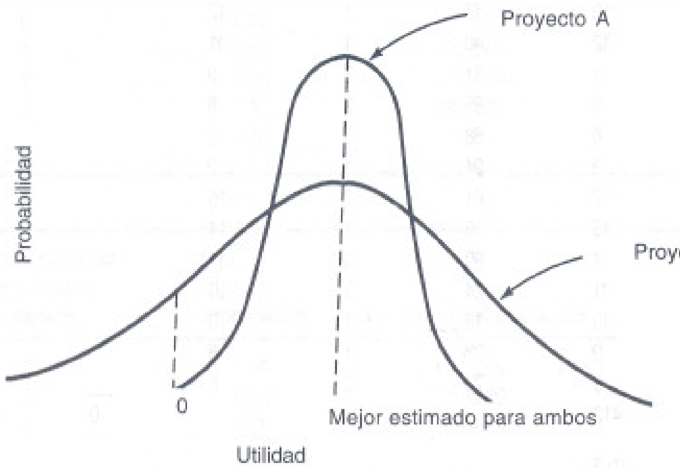
ANÁLISIS DE RIESGOS

Ahora se considerará la decisión de una importante inversión de capital como en el caso de la introducción de un nuevo producto. La utilidad producida por la inversión depende de varios factores que por lo general son inciertos. Los estimados del mercado total para el producto; la participación de mercado que la empresa puede alcanzar; el crecimiento en el mercado; el costo de fabricar el producto; el precio de venta; la vida útil del producto e inclusivo el costo del equipo necesario; por lo general, todos están sujetos a cierto grado de incertidumbre.

Un método común sería el de hacer los mejores estimados de número único para cada uno de los factores inciertos anteriores y luego, calcular una medida de la utilidad. Este método tiene dos fallas:

1. No hay garantía de que usar los mejores estimados dará la verdadera utilidad esperada del proyecto.
2. No hay una forma de medir el riesgo asociado con la inversión. En particular, el gerente no tiene manera de determinar la probabilidad de que con el proyecto se perderá dinero o de que se conseguirán grandes utilidades. Por ejemplo, usando sólo el método de un número, un gerente no podrá distinguir entre los dos proyectos que aparecen en la figura 10-1. Aunque dicha información es necesaria si se aplican técnicas para manejar el riesgo, como las medidas del beneficio.

FIGURA 10-1
Comparación de dos proyectos



El análisis de riesgo es una técnica diseñada para obviar estas dos desventajas. El método general es asignar una distribución de probabilidad subjetiva para cada factor desconocido y combinarlos, utilizando el método de simulación Monte Carlo, en una distribución de probabilidad para la utilidad del proyecto como un todo. Esto puede demostrarse con un ejemplo sencillo.

Ejemplo 3

Se está considerando hacer el *marketing* de un nuevo producto. La inversión requerida es US$5 millones. Hay tres factores de incertidumbre: el precio de venta, el costo variable y el volumen anual de ventas. El producto tiene una vida de un solo año. La tabla 10-8 contiene los diferentes niveles posibles de estos factores, junto con la probabilidad estimada de cada uno. Suponer que los factores de la tabla 10-8 son estadísticamente independientes. (Éste es un supuesto importante. Si no fuera verdad, querría modificarse la simulación para incluir cualquier dependencia probabilística que se considerara apropiada).

Debido a que este es un ejemplo muy sencillo, es posible utilizar las técnicas de árbol de decisión y de probabilidad para calcular los diferentes resultados y probabilidades. En este caso, sólo se tiene $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ posibles resultados distintos. Sin embargo, en un problema más realista con muchos factores de incertidumbre, cada uno con 10 a 20 niveles, podría llegarse fácilmente a un millón de posibles resultados. En estas circunstancias, la técnica de simulación puede ser muy útil para estimar la utilidad promedio de la inversión y su condición de riesgo, como se describe con la probabilidad de lograr distintos niveles de utilidad.

Primero se requiere de una forma de generar valores aleatorios para los elementos de la tabla 10-8, de acuerdo con las probabilidades establecidas. Como antes, se asocian distintos números al azar con diferentes resultados, como en la tabla 10-9.

Ahora, puede comenzarse la simulación. Se generan números al azar de un solo dígito de la tabla de números 10-2 y, a su vez, se determina un precio, un costo y un volumen. Una vez que se han determinado estos elementos, la utilidad (en millones de dólares) se calcula como sigue:

$$\text{Utilidad} = (\text{Precio} - \text{Costo}) \cdot \text{Volumen} - 5.0$$

Entonces, el proceso se repite muchas veces para generar un gran número de resultados de la utilidad. Véase la tabla 10-10 para una muestra de 25 pruebas.

TABLA 10-8
Factores en el ejemplo de análisis de riesgo

Precio de venta	*Probabilidad*	*Costo variable*	*Probabilidad*	*Volumen de ventas (millones de unidades)*	*Probabilidad*
US$4	0.3	US$2	0.1	3.0	0.2
5	0.5	3	0.6	4.0	0.4
6	0.2	4	0.3	5.0	0.4

TABLA 10-9
Número aleatorio de asignaciones en el ejemplo de análisis de riesgo

Precio de venta	*Números al azar*	*Costo variable*	*Números al azar*	*Volumen de ventas (millones de unidades)*	*Números al azar*
US$4	0-2	US$2	0	3.0	0, 1
5	3-7	3	1-6	4.0	2-5
6	8, 9	4	7-9	5.0	6-9

Observar que en el tipo de simulación de análisis de riesgo, cada prueba está separada del resto; por consiguiente, no hay necesidad de ningún período de iniciación.

Realizar 25 pruebas no es suficiente para tener un estimado preciso de la utilidad promedio o de la distribución de probabilidad de las utilidades. Si este proceso se programara en un computador, fácilmente podrían simularse un millar de pruebas o más. Sin embargo, con fines explicativos, en este capítulo el estudio se dirigirá a los resultados de estas 25 pruebas.

Se observa que la utilidad promedio es de US$2.08 millones. Resulta interesante compararla con los métodos de análisis más simples. Por ejemplo, si se hubiera usado el método de un número y el valor más probable para cada factor, el estimado de utilidad habría sido:

$$\text{Utilidad más probable} = (\text{US\$}5 - \text{US\$}3) \cdot (4.0) - \text{US\$ } 5.0 = \text{US\$}3.0 \text{ millones}$$

Por tanto, el método simple de un número, en este caso, supera significativamente la utilidad esperada de la inversión.

Debido a que es un caso simple, puede realizarse[6] el cálculo de la utilidad esperada (la utilidad de cada uno de los 27 resultados posibles, multiplicada por las probabilidades); esta utilidad esperada es de US$2.14 millones. Así, como era de esperarse, el promedio de la muestra para 25 pruebas no necesariamente es igual a la utilidad esperada.

Sin embargo, el cálculo de la utilidad esperada no ilustra el riesgo asociado con la inversión, en tanto que el conjunto de los resultados de 25 muestras indica con claridad que en realidad puede incurrirse en una pérdida (por ejemplo, en la prueba 2 de la tabla 10-10).

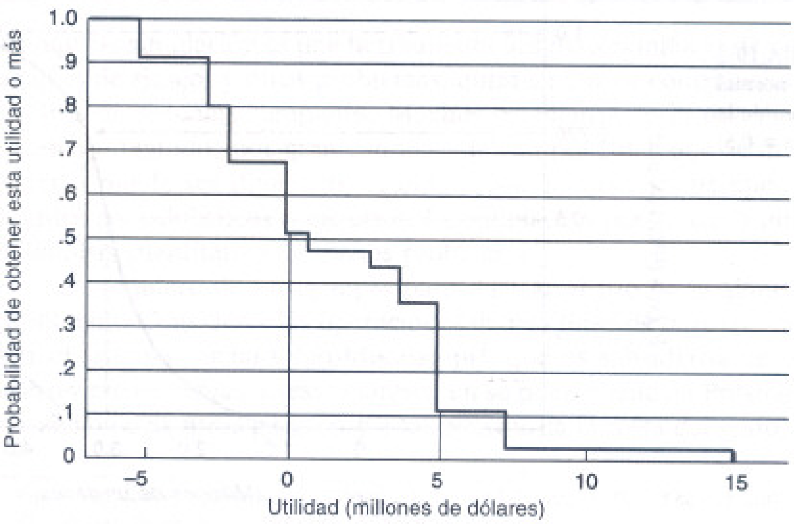
Una manera apropiada de representar los resultados de un análisis de riesgo es elaborar una lista de los resultados de utilidad y trazar una gráfica de la función de probabilidad acumulada de la muestra (véase figura 10-2). Ésta se conoce como *perfil de riesgo*. En la figura mencionada puede verse que hay 68% de posibilidad de tener una utilidad de 0 y más (32% de posibilidad de incurrir en una pérdida); hay 36% de oportunidad de ganar US$5 millones o más, y no hay ninguna oportunidad de lograr más de US$15 millones. Como las cifras más grandes de la prueba son simuladas, la curva de la figura 10-2 se suavizaría de alguna manera, aunque terminará por tener forma de escalera debido a que hay un número finito de resultados alternos en lugar de un número infinito.

[6] En este caso, como los factores son independientes y se relacionan mediante multiplicación y adición, puede calcularse la utilidad esperada de los valores esperados de precio, costo y volumen, Sin embargo, si estos elementos no estuvieran relacionados linealmente o no fueran independientes, entonces tendría que evaluarse el conjunto completo de ramificaciones del árbol de probabilidad.

TABLA 10-10
Ejemplo de análisis de riesgo - 25 pruebas

Prueba	*Números al azar*	*Precio*	*Números al azar*	*Costo*	*Números al azar*	*Volumen (millones de unidades)*	*Utilidad (millones de dólares)*
1	8	US$6	0	US$2	6	5	15
2	0	4	4	3	3	4	–1
3	6	5	3	3	2	4	3
4	1	4	4	3	0	3	–2
5	3	5	6	3	0	3	1
6	5	5	6	3	9	5	5
7	1	4	6	3	7	5	0
8	3	5	8	4	6	5	0
9	2	4	8	4	8	5	–5
10	1	4	6	3	1	3	–2
11	5	5	7	4	3	4	–1
12	9	6	9	4	6	5	5
13	4	5	9	4	7	5	0
14	7	5	2	3	6	5	5
15	9	6	5	3	3	4	7
16	0	4	5	3	0	3	–2
17	1	4	1	3	8	5	0
18	0	4	6	3	4	4	–1
19	8	6	8	4	6	5	5
20	9	6	2	3	4	4	7
21	0	4	7	4	7	5	–5
22	0	4	0	2	8	5	5
23	4	5	0	2	1	3	4
24	6	5	5	3	8	5	5
25	4	5	0	2	1	3	4
						Promedio =	2.08

FIGURA 10-2
Perfil de riesgo: función de probabilidad acumulada de la muestra



RESUMEN

El análisis de riesgo es una aplicación de la simulación para la evaluación de proyectos de inversión. Las distribuciones de probabilidad se evalúan para los factores de incertidumbre involucrados en un proyecto y combinados, utilizando el proceso Monte Carlo, para obtener la distribución de utilidad para la utilidad general del proyecto.

SIMULACIÓN CON DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CONTINUA

En el ejemplo de análisis de riesgo anterior, las variables aleatorias eran discretas (por ejemplo, el precio de venta sólo tomó tres valores distintos posibles: US$4, US$5 y US$6). Existen situaciones donde sería agradable suponer que los elementos son variables aleatorias deducidas de alguna distribución de probabilidad continua. Puede suponerse, por ejemplo, que el volumen de ventas anuales en el ejemplo de análisis de riesgos esté distribuido normalmente, con una media μ = 3.0 millones de unidades y una desviación estándar σ = 0.5 millones de unidades. ¿Cómo pueden generarse valores aleatorios del volumen de ventas para usarlos en una simulación?

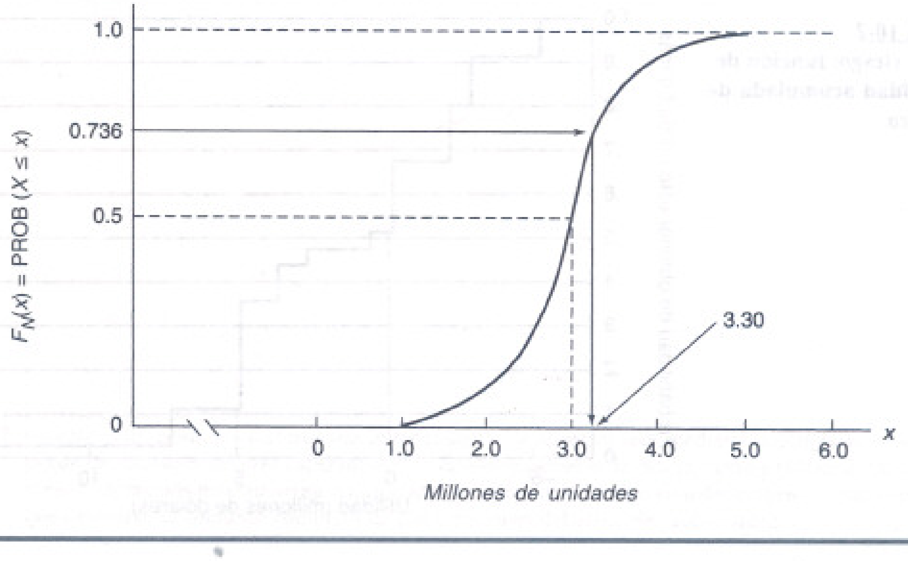
Método gráfico

Una manera de generar variables aleatorias a partir de distribuciones continuas es trazar la función de la distribución acumulada. Para la distribución normal mencionada, la función de la distribución acumulada se presenta en la figura 10-3.

Para usar la función de distribución acumulada, primero se utiliza una tabla de números aleatorios, como la tabla 10-2, para generar al azar un decimal entre 0 y 1. Esto puede hacerse tomando tres números al azar de la tabla en mención, y colocando el punto decimal enfrente de ellos. Por ejemplo, si se tomaran los números aleatorios 7, 3 y 6, el decimal correspondiente sería 0.736.

Luego, la curva acumulada de la figura 10-3 se *entra en el eje vertical* en el valor decimal correspondiente (0.736 en el ejemplo). Se Traza una línea horizontal sobre la curva acumulada, y cuando esté a la altura de 0.736 y toque la curva,

FIGURA 10-3
Distribución normal acumulada
(μ = 3.0, σ = 0.5)



se traza una línea vertical al eje horizontal. Luego, se lee el valor alcanzado, el cual será el valor aleatorio que se desea en particular. En este caso, este valor es aproximadamente 3.30.

Este método para generar valores aleatorios funciona porque la elección de un decimal aleatorio entre 0 y 1 equivale a elegir un *percentil* aleatorio de la distribución. Entonces, la figura se usa para convertir el percentil aleatorio (es este caso, 73.6) en un valor en particular (3.30). El método es general y puede utilizarse para cualquier distribución de probabilidad acumulada, sea continua o discreta.

Para una variable aleatoria normal, el proceso que acaba de describirse puede realizarse utilizando tablas estándar normales (véase tabla A al final del texto). En el ejemplo, se tomó la tabla con el decimal aleatorio 0.736 y se encontró que $Z = 0.63$. Entonces, el estimado aleatorio del volumen de ventas es:

$$\text{Volumen de ventas} = \mu + Z\sigma = 3.0 + 0.63(0.5) = 3.315 \text{ millones de unidades}$$

En ocasiones, es posible realizar algebraicamente el proceso anterior. Véase el apéndice 1 de este capítulo como ilustración del método algebraico.

Generación de variables aleatorias por computador

Los programas de hojas de cálculo tienen la capacidad de generar valores aleatorios a partir de distintas distribuciones de probabilidad. Por ejemplo, Excel puede generar resultados aleatorios de distribuciones normales, binomiales, exponenciales de Poisson y otras. También tienen una función RAND( ), que genera un valor aleatorio uniforme entre 0 y 1. Algunos de ellos se ilustran en el tutorial del apéndice 2.

RESUMEN

La simulación puede realizarse con variables aleatorias continuas bien sea en forma gráfica, de búsqueda en tablas o por generación con computador usando la distribución apropiada de probabilidad acumulada.

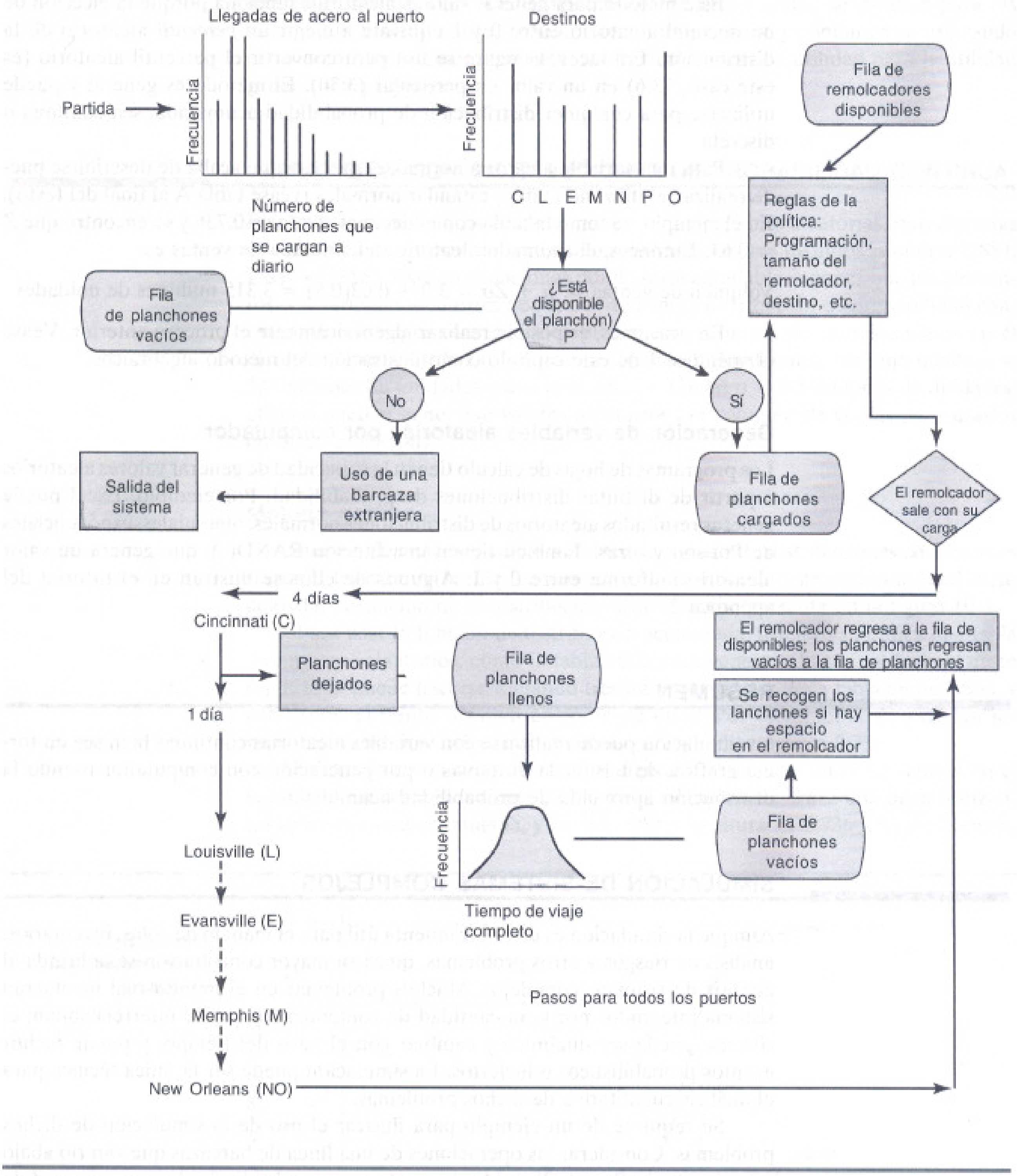
SIMULACIÓN DE SISTEMAS COMPLEJOS

Aunque la simulación es una herramienta útil para el manejo de colas, inventarios, análisis de riesgos y otros problemas, quizá su mayor contribución se la brinda al análisis de sistemas complejos. Muchos problemas en el mundo real involucran sistema integrados por gran cantidad de componentes que se interrelacionan; el sistema puede ser dinámico y cambiar con el paso del tiempo, y puede incluir eventos probabilísticos o inciertos. La simulación puede ser la única técnica para el análisis cuantitativo de dichos problemas.

Se requiere de un ejemplo para ilustrar el uso de la simulación de dichos problemas. Considerar las operaciones de una línea de barcazas que van río abajo por el sistema fluvial Ohio-Mississippi[7], que es subsidiaria de una empresa de acero y recibe cargas de este material en su puerto sede en Pittsburgh para llevarla río abajo hacia otros puertos, y a los puertos de la costa del golfo, a través de otra

[7] Este ejemplo fue adaptado de O'Brien, G. G. and Crane, R. R. "The Scheduling of a Barge Line", *Operations Research* 7 (1959), pp. 561-570.

FIGURA 10-4
Operaciones de una empresa de barcazas



ruta. La figura 10-4 muestra de manera esquemática las operaciones de este sistema. Las cargas de acero de las barcazas llegan al puerto de Pittsburgh de manera aleatoria, representada por una distribución de probabilidad de la figura 10-4. Los destinos de estas naves varían de vez en cuando, como se demuestra en la distribución de frecuencia de la figura. Si se dispone de una barcaza, se carga el acero. En caso contrario, debe enviarse con otra empresa (por ejemplo, una extranjera). Un remolcador llevará una hilera de planchones o barcazas cargadas (el tamaño del remolque está limitado por las compuertas del sistema del río) y atiende las entregas en los diferentes puertos río abajo, cuyo número se simplificó a seis en la ilustración. En cada puerto, se desenganchan los planchones destinados a él. En Nueva Orleans, los que están destinados a los puertos del Golfo de Pascagoula (P) y Orange (O) se transfieren a otra línea y luego, el remolcador regresa corriente arriba y recoge las barcazas libres de los puertos por donde pasa. Estas barcazas vacías están disponibles después de un viaje completo de ida y regreso (para recargarlas), lo cual es un evento aleatorio.

De regreso a su puerto sede, el remolcador se une a la fila de remolcadores disponibles (después de tomar un breve tiempo para reparaciones, reabastecimiento, etc.) y los planchones entran a la fila de vacíos. Ambos quedan listos para regresar al sistema.

La empresa tiene 4 remolcadores y 127 planchones o barcazas, y en cualquier momento pueden estar dispersos a través de todo el sistema.

En un computador se elaboró y programó un modelo de simulación de este sistema. Los elementos probabilísticos (llegadas del acero, destino de los planchones y tiempo de los viajes completos) se incorporaron utilizando la técnica de simulación Monte Carlo. El modelo del computador también debe seguir el tiempo del sistema, el destino de las barcazas, los remolcadores y las limitaciones físicas del sistema; los movimientos de los remolcadores y los planchones de puerto a puerto, de acuerdo con las distancias de viaje (cuatro días desde Pittsburgh a Cincinnati, por ejemplo) y así sucesivamente.

Se desarrolla uno de estos modelos de simulación que la gerencia puede usar para ensayar posibles políticas alternas. Pueden probarse varias reglas de programación, incluyendo:

1. Despachar un remolcador desde Pittsburgh a intervalos fijos –8 ó 10 días de diferencia– sin considerar cuántos planchones haya.
2. Despachar un remolcador cuando haya un grupo apreciable de planchones; 16 por ejemplo.

Claro que hay otras políticas de programación posibles. Además, la empresa podría examinar los efectos de equipo adicional sobre el sistema: más planchones o remolcadores, o remolcadores más rápidos.

El modelo de simulación le permite a la empresa experimentar con éstos y otros cambios sin tener que aplicarlos en el sistema real. Además del costo de la interrupción en que se incurriría, resulta difícil evaluar resultados de un experimento en el mundo real debido a otros factores externos que están cambiando de manera constante. Este problema no existe en modelos de simulación debido a que pueden controlarse los factores externos.

La simulación se ha usado extensivamente para tratar una gran variedad de problemas. Se han construido modelos de simulación para sistemas de transporte, fábricas y operaciones aeroportuarias; para el procesamiento de acusados en sistemas judiciales, para servicios de ambulancias y bomberos, para sistemas de computación y comunicaciones, y para estudiar la población urbana y rural, y el crecimiento económico.

Aunque los modelos de simulación de sistemas complejos pueden ser muy valiosos, existen algunas desventajas: tienden a ser relativamente costosos de construir. Además, puede ser difícil validar una simulación compleja, es decir, garantizar que el marco de referencia del modelo deseado esté representado de manera apropiada, sin ningún error en el programa de computador o en su lógica. También debe determinarse un período de iniciación apropiado y destinar lo necesario para la simulación. Los métodos estadísticos pueden ser de utilidad para establecer por cuánto tiempo debe realizarse una simulación para determinar si un resultado en particular se debe a una posibilidad o es un resultado sistemático. Claro está, como todos los modelos, las simulaciones son simplificaciones del mundo real y pueden fallar por no representar de manera adecuada elementos importantes de las relaciones.

RESUMEN

Una aplicación importante de la simulación es el estudio de sistemas de operaciones complejos que no pueden analizarse mediante optimización u otros métodos matemáticos.

APÉNDICE 1
MÉTODO ALGEBRAICO PARA GENERAR VARIABLES ALEATORIAS

Suponiendo que la función de distribución acumulada de interés pueda expresarse en forma cerrada (es decir, en una fórmula como una función de x sin ningún signo de integración); entonces, el proceso gráfico podría remplazarse por una relación algebraica equivalente. Por ejemplo, la función exponencial de densidad de probabilidad:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, 0 < t < \infty$$

La función de distribución acumulada de la distribución exponencial es:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Ahora, se establece un decimal aleatorio hipotético (D.A.) igual a la función de distribución acumulada y se despeja t:

$$\text{D.A.} = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$e^{-\lambda t} = 1 - \text{D.A.}$$

Como el decimal aleatorio está entre 0 y 1, es 1 – D.A.; por consiguiente, esta cantidad (1 – D.A.) puede considerarse directamente como un decimal aleatorio. De modo que puede definir

$$e^{-\lambda t} = \text{D.A.}$$

Tomando logaritmos naturales:

$$-\lambda t = \log_e (\text{D.A.})$$

o

$$t = -(1/\lambda)\log_e (\text{D.A.})$$

Esta ecuación puede usarse directamente para generar valores a partir de una distribución exponencial con parámetro λ. Primero, se obtiene un decimal aleatorio (D.A.) a partir de una tabla aleatoria, como la 10-2; luego, el valor particular que se obtiene se substituye en el lado derecho de la ecuación y se resuelve para obtener un valor particular para t. El valor que se obtiene será un valor aleatorio de una distribución exponencial con parámetro λ.

Por ejemplo, si $\lambda = 5$ y el decimal aleatorio fuera D.A. = 0.475, entonces, según las tablas de logaritmos naturales, $\log^e (0.475) = 0.744$; y $t = -(1/5)(-0.744) = 0.1488$. Este valor sería un resultado aleatorio de una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 5$ (media de $1/\lambda = 1/5$).

APÉNDICE 2
SIMULACIÓN MONTE CARLO EN HOJAS DE CÁLCULO

El *software* moderno de hojas de cálculo es bastante flexible, y es posible usar una hoja de cálculo para elaborar y analizar simulaciones simples. Este apéndice está diseñado como un tutorial sencillo para utilizar Excel en la construcción de esos modelos. La mejor manera de emplear este tutorial es instalarse frente a un computador personal con Excel y desarrollar los pasos según las instrucciones. El tutorial presume que el usuario sabe, al menos, los fundamentos para usar Excel.

Como en este capítulo van a trabajarse dos ejemplos, es necesario revisarlos desde el principio. En el ejemplo de la bodega, un número variable de vagones llega durante la noche y se descarga durante el día. Se necesita exactamente medio día para descargar un vagón, de modo que puede descargarse un máximo de dos por día. La distribución de probabilidad para el número de llegadas es una distribución discreta y se presenta en la tabla 10-11. Van a simularse 500 días de operación.

TABLA 10-11
Distribución de las llegadas de los vagones

Número de vagones que llegan (X)	*Probabilidad de llegadas X*
0	0.23
1	0.30
2	0.30
3	0.10
4	0.05
5	0.02

Paso 1. Para comenzar la simulación, abra un libro de trabajo Excel e ingrese los encabezados como se muestra en la figura 10-5. Además, entre la información para la distribución de probabilidad de llegadas en las columnas H e I como se indica. Escriba todos los números que se indican, incluyendo un valor de 2 en la celda B2, que es la capacidad de descargue del embarcadero.

Paso 2. Diligencie la columna A con el número para cada día; para hacerlo, escriba el número 1 en la celda A7. Si el cursor se mueve de la celda A7, regréselo allí. Luego, haga clic en el botón Editar de la parte superior de la hoja de cálculo; después, haga clic en el botón Rellenar en el menú. Luego, haga clic en Series en el menú lateral y aparecerá la caja de diálogo, como se muestra en la figura 10-6. Complétela como se muestra allí.

FIGURA 10-5
Encabezados para las columnas del modelo y la distribución de probabilidad

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			Modelo de simulación de la bodega						
2	Capacidad del embarcadero	2							
3									
4	Día	Número	Número para	Descargados	Número			Número	Probabilidad
5		de llegadas	descargar	en realidad	postergado			de llegadas	
6	0				0			0	0.23
7	1							1	0.30
8	2							2	0.30
9								3	0.10
10								4	0.05
11								5	0.02
12									

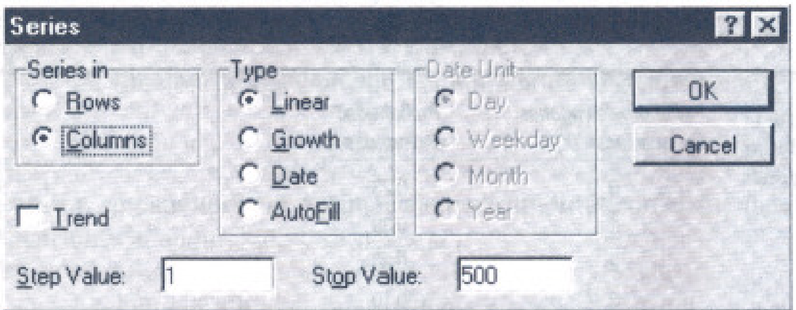


FIGURA 10-6
Entrada de datos en la caja de diálogo

En particular, haga clic en el círculo junto a Columnas y en el círculo al lado de Lineal. En Incremento fije el valor 1 y digite 500 en Límite. Luego, haga clic en el botón **OK**. Desde la celda A7 hacia abajo, la columna se llenará con los números de 1 a 500.

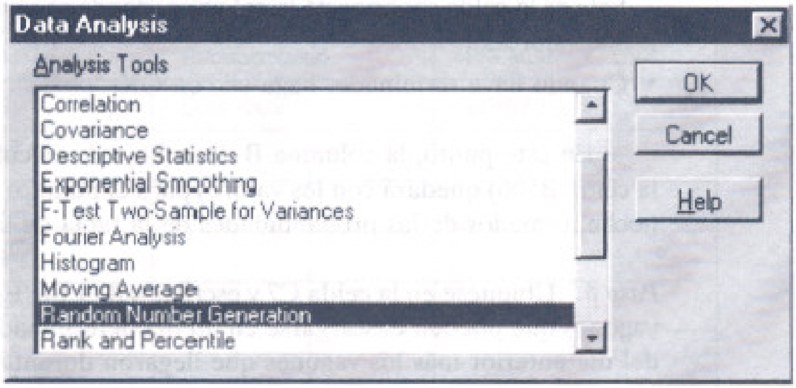
Generar valores aleatorios a partir de las distribuciones de probabilidad

Excel cuenta con la característica de generar valores aleatorios a partir de las distribuciones de probabilidad, de una manera relativamente fácil. Las muestras pueden tomarse de manera aleatoria a partir de ciertas distribuciones de probabilidad continua (la distribución normal y la distribución uniforme) y de las distribuciones binomial y discreta de Poisson. Otra opción es la de permitir la extracción de datos aleatorios de una distribución discreta, definidos en una tabla como la 10-11 e incorporados en las columnas H e I de la hoja de cálculo creada en el paso 1.

Paso 3. Haga clic en Herramientas del menú de la parte superior de la hoja de cálculo. Aparecerá un menú desplegable y casi al final estará la opción *Análisis de datos*. Haga clic en ella. (Nota: si no aparece la opción Análisis de datos en el menú Herramientas, puede estar incluido por separado en la hoja de cálculo. Vaya al menú Ayuda y consulte en Agregar-Insertar para saber cómo incluirlo en la hoja de cálculo; también puede estar como un botón independiente de función *fx*).

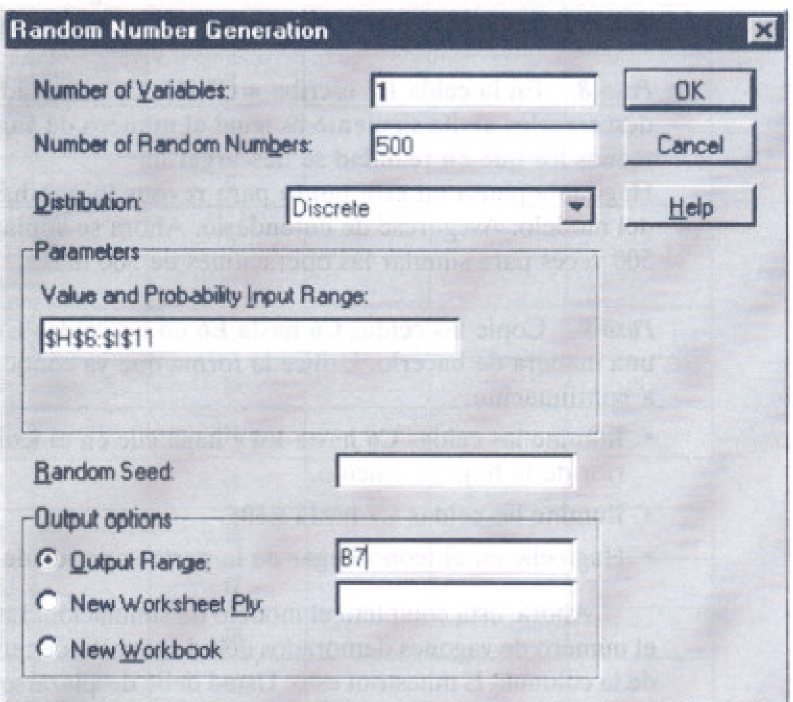
Paso 4. Debe aparecer el menú de la figura 10-7. Haga clic en el renglón Generación aleatorias de números (puede ser necesario desplegar varios renglones).

FIGURA 10-7
Menú



Paso 5. Debe aparecer la caja de diálogo de la figura 10-8. Llénela como se indica. Las explicaciones de los diversos artículos son como sigue:

FIGURA 10-8
Caja de diálogo



- El número de variables es 1 ya que se desea generar sólo una columna de datos aleatorios de la distribución de probabilidad.

- La cantidad de números aleatorios es 500; van a extraerse 500 datos de la distribución de probabilidad.
- La distribución a usar es una función discreta, como se definió. Haga clic en la flecha hacia abajo que muestra las demás opciones disponibles.
- El valor y rango de la probabilidad de entrada va de H6 a I11. Contiene dos columnas, la primera con los valores de la variable aleatoria y la segunda con las probabilidades, que deben sumar 1.0. Los valores pueden escribirse como **H6:I11** (Excel agregará el signo $) o iluminar las celdas en la hoja de cálculo.
- No necesitan escribirse números aleatorios.
- Haga clic en el círculo junto a *Rango de Resultado* ó *Salida* e ingrese el valor **B7**. Ésta es la celda superior de la columna, donde se ubicará la muestra aleatoria de 500 valores.
- Cuando haya terminado, haga clic en OK.

En este punto, la columna B de la hoja de cálculo (desde la celda B7 hasta la celda B506) quedará con los valores para el número de vagones que llegan cada noche, tomados de las probabilidades de la tabla de la hoja de cálculo.

Paso 6. Ubíquese en la celda C7 y escriba **=B7+E6**. Esto indica que el número de vagones que pueden descargarse en un día determinado es la cantidad que quedó del día anterior más los vagones que llegaron durante la noche.

Paso 7. Ubíquese en la celda D7 y escriba **=Min(B2,C7)**. Esto indica que el número de vagones descargados en un día dado es el más pequeño frente la capacidad del embarcadero (contenido en la celda B2) o el número disponible para descargar. Esto no es obvio, de modo que piense el porqué. Además, observe la referencia absoluta a la celda B2 usando el signo $. Esto se debe a que se quiere que la referencia permanezca fija cuando se haga la copia, un poco más adelante.

Paso 8. En la celda E7 escriba **=C7-D7**. La cantidad de vagones aplazados para descargarlos al día siguiente es igual al número de vagones que van a descargarse menos los que en realidad se descargaron.
Haga una pausa en este punto para revisar lo que ha hecho: crear el primer día del modelo. Asegúrese de entenderlo. Ahora se copiará el modelo del primer día 500 veces para simular las operaciones de 500 días.

Paso 9. Copie las celdas **C6** hasta **E6** en las celdas **C7** hasta **E506**. Existe más de una manera de hacerlo. Utilice la forma que ya conoce o los pasos que se indican a continuación:

- Ilumine las celdas **C6** hasta **E6** y haga clic en el icono Copiar de la parte superior de la hoja de cálculo.
- Ilumine las celdas **C7** hasta **E506**.
- Haga clic en el ícono Pegar de la parte superior de la hoja de cálculo.

Ahora, está completo el modelo de simulación. La empresa está interesada en el número de vagones demorados debido al costo de tenerlos en espera. Los valores de la columna E muestran esto. Usted debe desplazarse de arriba hacia abajo de los resultados. Por lo general, habrá períodos con poco o ningún retraso, y de pronto 4 ó 5 llegadas el mismo día, de modo que el número de retrasos puede incluir 10 o más vagones. Las demoras pueden ser de varios días, y luego reducirse de nuevo a cero. Esta es exactamente la manera como se comportan los sistemas de colas.

Sintetizar los resultados

Para sean útiles, es necesario resumir los resultados. Debe calcularse el número promedio de vagones demorados y determinar el costo de este retraso. Además, debe producirse una distribución que muestre cuántos vagones están retrasados. Sin embargo, primero:

Paso 10. En las celdas **G14** y **G15** escriba los encabezados como aparecen en la figura 10-9. Luego, vaya a la celda I14 y escriba **Average(E7:E506)**.

FIGURA 10-9
Encabezados para información sintetizada

	F	G	H	I	J
13					
14		Retraso promedio		=PROMEDIO(E7:E506)	
15		Costo anual		=100*365*I14	
16					
17					
18					
19		0			
20		1			
21		2			
22		3			
23		4			
24		5			
25		6			
26		7			
27		8			
28		9			
29		10			
30		11			
31		12			
32		13			
33		14			
34		15			
35		16			
36		17			
37		18			
38		19			
39		20			
40					

Esto le dará el número promedio de vagones que se retrasan por día para los 500 días simulados.

Paso 11. En la celda I15 escriba **=100*365*I14**
Éste es el costo del retraso a $100 diarios por vagón para un año de 365 días.

Paso 12. En las celdas **G19** a **G39** escriba los valores de 0 hasta 20, respectivamente, como se muestra en la figura 10-9. Estos son los binarios para tabular la cantidad que se posterga cada día y se utilizan en el paso 14.

Paso 13. Ahora va a determinarse la distribución de los vagones retrasados. Haga clic en el botón Herramientas de la parte superior de la hoja de cálculo, y luego haga clic en la opción *Análisis de datos* del menú. Luego, haga clic en la opción *Histograma* del menú de Análisis de datos.

Paso 14. Aparecerá la caja de diálogo Histograma, como se muestra en la figura 10-10. Complétela como se indica. En particular:

- El rango de entrada es **E7:E506**: la columna para el número de vagones postergados.
- El rango binario es **G19:G39**: son los números binarios de la tabulación (paso 12).
- Haga clic en el círculo junto a *Rango de Salida*.
- El rango de salida es **H18**: la esquina de la salida.
- Luego, haga clic en **OK**.

En este punto, aparecerá la distribución del número de vagones aplazados. Puede observarse que en muchos días no se presentan vagones postergados, pero que hay días con 5, 6 ó más.

Cambio de la capacidad

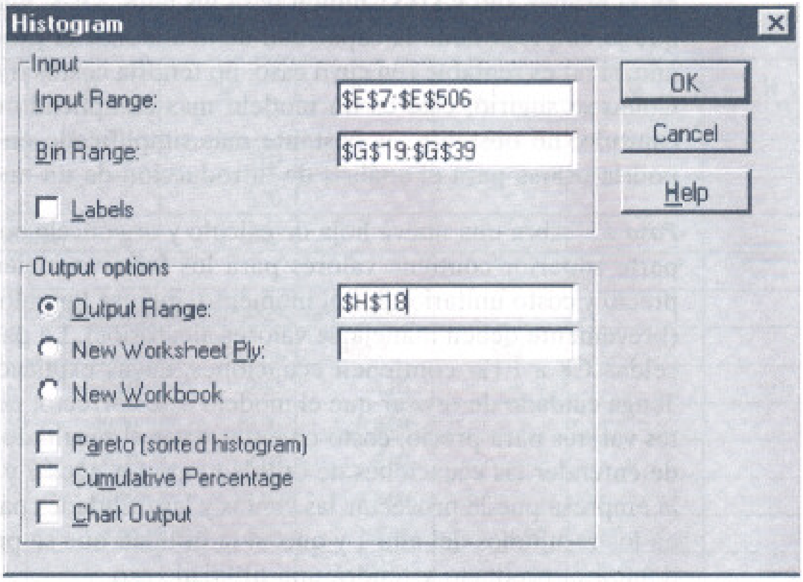
Los resultados obtenidos se basaron en el supuesto de que el embarcadero de la bodega tenga capacidad para descargar dos vagones por día. Si la empresa pudiera agregar nuevo equipo que incrementara la capacidad de descarga a tres vagones por día, los retrasos se reducirían. Ahora se verá cuánto ahorro se lograría.

Paso 15. Escriba el estimado actual para el número promedio de vagones retrasados por día (celda I14) y el costo anual (celda I15).

Paso 16. En la celda **B2** ingrese el número 3. Puede observarse que los nuevos valores se muestran para el retraso promedio y el costo anual, en lugar de reducciones sustanciales. Para obtener la distribución de los retrasos, haga lo siguiente:

Paso 17. Haga clic en *Herramientas*, en la parte superior de la hoja de cálculo; luego, en Análisis de datos y después en Histograma. Debe aparecer una caja de diálogo como la de la figura 10-10. Incluso, pueden haberse mantenido los valores que se ingresaron en el paso 14. En tal caso, haga clic en **OK**. Si no, ingrese los valores como se describieron en el paso 14. Luego, haga clic en **OK**. Aparecerá un aviso de advertencia que le indicará que va a sobreescribir datos; como esto es lo que se espera, haga clic en **OK**.

FIGURA 10-10



Puede verse que la simulación es una ayuda en la toma de decisiones gerenciales. Los beneficios de aumentar la capacidad de descargue de dos a tres vagones por día se han estimado en el modelo, lo que se compararía con el costo de agregar estas instalaciones.

Análisis de riesgo Monte Carlo

El ejemplo 3 de este capítulo describió a una empresa que considera la introducción de un nuevo producto, con incertidumbre en cuanto al tamaño del mercado, el precio y el costo unitario. En este tutorial, va a ampliarse ese ejemplo. Primero, debe suponerse que el producto que va a introducirse tiene una vida de tres años. En general, los nuevos productos tienen un ciclo de vida en que las ventas aumentan y después descienden. Debe suponerse que habrá incertidumbre para las ventas en el primer año, pero luego aumentarán 20% en el segundo año y después descenderán 50% en el tercer año. Además, que la incertidumbre acerca del primer año de ventas puede describirse mediante una distribución normal con una media de 2.0 millones de cajas y una desviación estándar de 0.6 millones de cajas. El costo de fabricar el producto también es incierto, y la incertidumbre puede representarse con una distribución uniforme entre US$2.00 y US$4.00 por unidad. La incertidumbre acerca del precio para el producto está representada por una distribución discreta (la misma del ejemplo 3), como sigue:

Precio de ventas (dólares por unidad)	*Probabilidad*
$4	0.3
5	0.5
6	0.2

Los costos fijos asociados con introducir el producto, son US$3.0 millones en el primer año y US$1 millón para los años 2 y 3. Finalmente, debe suponerse que la empresa tiene la capacidad de abandonar el producto después del primer año, si no es rentable (en cuyo caso, no tendría costos fijos para años posteriores). Como se sugirió, éste es un modelo más complicado que el del ejemplo 3 del capítulo; no obstante, es bastante más simplificado en comparación con el que podría usarse para el análisis de introducción de un nuevo producto.

Paso 1. Abra una nueva hoja de cálculo y organícela como en la figura 10-11. La parte superior contiene valores para los factores inciertos: ventas en unidades, precio y costo unitario. Por el momento, ingrese los valores fijos como se muestra (brevemente deben manejarse valores aleatorios). La parte principal del modelo - celdas C8 a F12- contienen ecuaciones, cuyas explicaciones están en la figura. Tenga cuidado de revisar que el modelo esté correcto; podría ensayar con diferentes valores para precio, costo o ventas y ver el resultado. En particular, asegúrese de entender las ecuaciones de utilidad para los años 2 y 3. El modelo supone que la empresa puede proyectar las ventas y las utilidades para los años 2 y 3 con base en los resultados del año 1 y que, si la utilidad que se proyecta es negativa, abandonará el producto y tendrá una utilidad cero.

Ingrese los valores para la tabla de búsqueda de la figura (filas 14 a 19), exactamente como se muestra. Tendrán una breve explicación.

Paso 2. Ahora, pueden ingresarse las funciones que generan los valores aleatorios de precio, ventas y costos. Hay dos maneras de hacerlo en hojas de cálculo. La primera forma implica generar un conjunto de cifras aleatorias y ponerlas en la columna de la hoja. Este método se ilustró en el modelo anterior de la llegada de los vagones.

El segundo método incluye RAND( ) la función para generar números aleatorios. Esta función regresa un valor aleatorio uniforme entre 0 y 1.0. Para operarla, desplácese hacia una celda en blanco de la hoja de cálculo -por ejemplo, **G2**- y escriba **=RAND( )**. Esta función es una función volátil en el sentido que da un nuevo valor aleatorio cada vez que vuelve a hacerse un nuevo cálculo en la hoja. Para ilustrar esto, presione la tecla de recalcular (tecla **F9**) unas cuantas veces, observe que el valor cambia. Luego, borre la función.

Paso 3. Desplácese a la celda D3 y escriba **=2+2*RAND( )**
Recuerde que la distribución de probabilidad para el costo unitario se considera uniforme entre US$2.00 y US$4.00. Como RAND( ) genera un valor aleatorio entre 0 y 1, dos veces este, es decir, 2*RAND( ), generará un valor aleatorio entre 0 y 2.0, y al agregar 2 más, se tendrá una función que generará la distribución uniforme requerida entre US$2.00 y US$4.00 para el costo unitario.
Después de escribirlo, presione **F9** varias veces para ver el resultado.

Paso 4. Desplácese a la celda D4 y escriba **=NORMINV(RAND( ), 2.0,0.6)**
La función NORMINV en Excel calcula el valor inverso para una distribución de probabilidad normal. Deben especificarse tres argumentos: la probabilidad normal acumulada, la media de la distribución normal y su desviación estándar. La función RAND( ), que genera valores de 0 a 1.0, proporciona el valor normal acumulado, y los valores 2.0 y 0.6 son la media y la desviación estándar de la incertidumbre por las ventas. Esta función, como se especifica, generará valores aleatorios de la distribución normal requerida. Presione la tecla **F9** varias veces y observe el resultado.

FIGURA 10-11
Hoja de cálculo con el modelo para la introducción de un nuevo producto

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Factores inciertos:								
2	Precio (dólares/unidad)			5.00					
3	Costo (dólares/unidad)			3.00					
4	Ventas iniciales (millón de unidades)			2.00					
5									
6			Estados de ingresos (en millones de unidades)						
7			Año 1	Año 2	Año 3	Total			
8	Unidades vendidas		2.00	2.40	1.20				
9	Ventas en dólares		10.00	12.00	6.00				
10	Costo de ventas		6.00	7.20	3.60				
11	Costos fijos		3.00	1.00	1.00				
12	Utilidad		1.00	3.80	1.40	6.20			
13									
14	Tabla de búsqueda del precio								
15		Prob. acum.	Precio						
16		0	4						
17		0.3	5						
18		0.8	6						
19		1	7						
20									
21				Celda	Ecuación		Explicación		
22				C8	=D4		Ventas en unidades año 1		
23				C9	=C8*D2		precio * ventas en unidades		
24				C10	=C8*D3		Costo unitario * ventas en unidades		
25				C12	=C9-C10-C11		Ingresos - costo de unidades - costo fijo		
26				D8	=1.2*C8		Incremento en ventas 20% año 2		
27				D9	=D8*D2		precio * ventas en unidades por año 2		
28				D10	=D8*D3		Costo unitario * ventas en unidades por año 2		
29				D12	=MAX(0,D9-D10-D11)		Si la utilidad (D9-D10-D11) se proyecta para		
30							ser cero o menos, el producto se abandona		
31							y la utilidad es cero		
32				E8	=0.5*D8		Ventas del año 3 descienden 50%		
33				E9	=E8*D2		precio * ventas en unidades por año 3		
34				E10	=E8*D3		Costo unitario *ventas en unidades por año 3		
35				E12	=MAX(0,E9-E10-E11)		Véase explicación para la celda D12		
36				F12	=C12+D12+E12		Suma de la utilidad para los tres años		
37									

Paso 5. Desplácese a la celda D2 y escriba **=VLOOKUP(RAND( ),B16:C19,2)** Esta es la función de tabla de búsqueda de Excel. Las celdas B16:C19 contienen la tabla que da la distribución de probabilidad acumulada para la variable incierta del precio unitario. El valor 2 en la función especifica que la segunda columna contiene los valores de interés (los precios). La función RAND( ) determina cuál fila se selecciona. Cuando el valor aleatorio obtenido es menor que 0.3, se selec-

ciona la primera fila (y el precio de US$4.00 dado por la función). Si el valor aleatorio es 0.3 o más, pero menor que 0.8, se selecciona la segunda fila de la tabla y el precio que se obtiene es de US$5.00; si la variable aleatoria es 0.8 o mayor, se elige la tercera fila y se obtiene el precio de US$6.00. Como antes, presione la tecla **F9** para ver el resultado.

Nota: las tres funciones de los pasos 3, 4 y 5, no siempre se utilizan en el trabajo de la hoja de cálculo, de modo que puede ser un poco confusa la manera como funcionan. Para obtener más información, utilice la función Ayuda de Excel. En cualquier caso, observe que funcionan para generar valores aleatorios a partir de las tres distribuciones de probabilidad diferentes.

Cada vez que vuelve a hacerse el cálculo en la hoja, se crean nuevos valores para cada variable incierta, y se calcula un nuevo valor para la utilidad de introducir el nuevo producto. Utilice la tecla F9 varias veces y observe los diferentes valores que se obtienen para la utilidad durante tres años[8].

Sin embargo, el resultado de una sola prueba no es útil por sí mismo. Es necesario generar y registrar una gran muestra de pruebas, 1,000 por ejemplo, como se hará a continuación. Deben crearse dos columnas de valores. Los números de prueba de 1 a 1000 quedarán en la columna H y los resultados de los mismos, en la columna I.

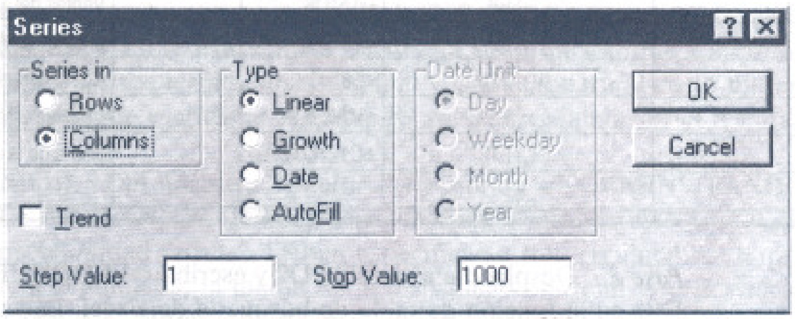
Paso 6. Desplácese a la celda H2 y escriba el número **1**. Si el cursor no está en la celda H2, páselo allí.

Paso 7. Haga clic en el botón Editar de la parte superior de la hoja. Luego, haga clic en la opción Rellenar del menú; después en Series en el menú lateral y aparecerá la caja de diálogo que se muestra en la figura 10-12. Complétela como se indica.

En particular, haga clic en Columnas y en Lineal, ingrese 1 en Valor paso e ingrese 1,000 en Valor parar. Entonces oprima **OK**. La columna desde H2 en la parte baja puede contener los números de 1 a 1,000. Para encontrar los valores para la utilidad en las 1,000 opciones debemos utilizar el comando de la tabla de datos del programa Excel aunque en una forma única y hábil.

Paso 8. Desplácese a la celda I1 y escriba **=F12**, que se refiere a la celda que contiene la utilidad total de los tres años.

FIGURA 10-12
Entrada de datos en caja de diálogo



[8] Como la utilidad se presenta a lo largo de tres años, debe descontarse utilizando la tasa de descuento apropiada. Esto se omitió para mantener la sencillez del análisis.

Paso 9. Ilumine toda el área desde la celda H1 hasta la celda I1001. Es decir, seleccione las dos columnas H e I, incluyendo las celdas superiores y las de la fila 1001.

Paso 10. Haga clic en la opción *Datos* de la parte superior de la hoja de cálculo y luego seleccione *Tabla* del menú desplegable correspondiente. Aparecerá una caja de diálogo. Deje **sin marcar** la casilla junto a *Celda fila de entrada*. Ingrese G10 en la casilla junto a *Celda columna de entrada*. Luego haga clic en **OK**. Ahora, la columna I estará llena con los resultados de las 1,000 pruebas de simulación.

En general, el comando de la tabla de datos sustituirá los valores en la primera columna de la celda señalada en el modelo y pondrá el resultado en la segunda columna. Al realizar el ejercicio, en este punto hubo preocupación porque la celda de referencia (G10) estaba en blanco y no la usaba el modelo. Sin embargo, la hoja de cálculo volvía a calcularse cada vez, de modo que se obtenían diferentes valores para los factores desconocidos. Es decir, la columna I ahora contiene 1,000 duplicaciones o pruebas del modelo. Sin embargo, estos valores siguen siendo inestables o no definitivos en el sentido de que un nuevo cálculo los cambia a todos. Para cambiar eso, entonces:

Paso 11. Iluminar las celdas **I2** hasta **I1001**.

Paso 12. Haga clic en el botón *Edición* de la parte superior de la hoja de cálculo. En el menú que aparece, haga clic en *Copiar*.

Paso 13. De nuevo haga clic en la opción *Editar* de la parte superior de la hoja de cálculo. En el menú que aparece, haga clic en *Pegado especial*. Una caja de diálogo debe aparecer en la pantalla. Haga clic en el círculo junto a la primera columna. Luego, haga clic en **OK**.

Deben remplazarse los números “inestables” por sus valores, desconectados del modelo.

Gráficas de los resultados

Ahora pueden usarse los números para futuros análisis, incluyendo las gráficas. Sin embargo, primero se calcula la utilidad promedio de los tres años con las 1,000 pruebas.

Paso 14. En la celda F3 de la hoja de cálculo escriba **=AVERAGE(I2:I1001)**. A continuación, se organizan los datos para hacer la gráfica. Esto implica dos pasos: primero, crear una columna de valores para la probabilidad acumulada (el eje Y de la gráfica). Luego, se eligen los valores de las 1,000 pruebas.

Paso 15. En la celda **J2** escriba **0.001** Desplace el cursor de regreso a la celda J2, si lo movió cuando ingresó el número. Luego, haga clic en la opción *Editar* de la parte superior de la hoja de cálculo. Del menú que aparece, seleccione la opción *Rellenar*. En el menú lateral que surge, elija *Series*.

A continuación aparece una caja de diálogo. Proceda así:

- Haga clic en el círculo junto a *Columnas*.
- Haga clic en el círculo junto a *Lineal*.
- Escriba **0.001** en la casilla identificada como *Incremento*.

- Escriba **1.0** en la casilla marcada *Límite*.
- Haga clic en **OK**.

La columna J debe llenarse con los valores de la probabilidad acumulada, comenzando con 0.001, 0.002, 0.003 ... y así hasta llegar a 1.000

Paso 16. Ilumine las celdas desde **I2** hasta **I1001**.

Paso 17. Haga clic en la opción *Datos* de la parte superior de la hoja de cálculo. En el menú que aparece, haga clic en la opción *Ordenar*.

Podrá ver una advertencia de que hay otras columnas cerca. Haga clic en el círculo junto a *Continuar con la selección actual* y luego haga clic en **OK**.

Aparece otra caja de diálogo. Haga clic en el círculo junto a *Descender*, en la primera casilla. Luego haga clic en **OK**.

Ahora, los resultados de las 1,000 pruebas deben ordenarse de mayor a menor.

Paso 18. Mueva el cursor de manera que en la pantalla aparezca una parte en blanco de la hoja de cálculo; podría ser el espacio entre las columnas L y Q.

Paso 19. Haga clic en el icono *Asistente de gráficos* (en el margen) de la fila superior de iconos. Desplace el cursor a la esquina superior izquierda de la pantalla y mantenga oprimido el botón del ratón mientras crea el recuadro para la gráfica.

Paso 20. La primera de las cinco casillas del *Asistente de gráficos* debe aparecer. En la casilla junto a *Rango*, escriba **=I2:J1001**. Luego, haga clic en *Siguiente*.

Paso 21. En la siguiente casilla del *Asistente*, haga clic en la figura marcada *X-Y* (Dispersión) y luego haga clic en *Siguiente*.

Paso 22. En la siguiente casilla del *Asistente* haga clic en la casilla que contiene las gráficas que muestran las curvas suavizadas; después, haga clic en *Siguiente*.

Paso 23. Haga clic en *Siguiente* en la cuarta casilla del *Asistente*.

Paso 24. En la casilla final del *Asistente*, haga lo siguiente (o utilice sus propias opciones):

- Haga clic en el círculo marcado no junto a *Leyenda*.
- Escriba **Perfil de riesgo** en la casilla *título*.
- Escriba **Million $** en la casilla del eje X.
- Escriba **Probabilidad acumulada** en la casilla del eje Y.
- Luego, haga clic en *Terminar*.

Debe resultar una gráfica de la probabilidad de obtener una utilidad X o más. Por ejemplo, hay cerca de 80% de posibilidad de que el producto tenga utilidad y 20% de que haya pérdida.

Modificar la gráfica, por ejemplo, agregando líneas y moviendo el eje Y a la izquierda, son opciones que sobrepasan el alcance de este tutorial.

RESUMEN

El propósito de este tutorial es conducir al lector a través de la realización de un ejemplo simplificado. Un modelo de una decisión de negocios real puede ser mucho más complejo e incluir más incertidumbres. Sin embargo, las ideas básicas de este ejercicio deben permitirle construir y analizar problemas más complicados.

BIBLIOGRAFÍA

HERTZ, D. B., and THOMAS, H. *Risk Analyxix and its Applications*. New York: John Wiley & Sons, 1983.

HILLIER, F., and LIEBERMAN, G. J. *Introduction to Operations Research*. 6 ed. New York: McGraw-Hill, 1995.

KHOSHNEVIS, B. Discrete Systems Simulation. New York: McGraw-Hill, 1994.

LAW, A. M., and KELTON, W. D. *Simulation Modeling and Analysis*. 2 ed. New York: McGraw-Hill, 1991.

PLANE, D. R., *Management Sciences: A Spreadsheet Approach for Windows*. Danvers, MA: boyd & fraser publishing co., 1996.

RAGSDALE, C. T. *Spreadsheet Modeling and Decision Analysis*. Cambridge, MA: Course Technology, Inc. 1995.

SAVAGE, S. *Fast QM*. New York: McGraw-Hill, 1993.

SCHRIBER, T. J., *An Introduction to Simulation*. New York: John Wiley & Sons, 1991.

PROBLEMAS PRÁCTICOS[9]

10-1 *a*. Usando la misma historia de llegadas de la tabla 10-4, simular el proceso de la línea de espera del ejemplo de los vagones y la bodega, con una tasa de servicio constante de tres por día.

b. Si la empresa paga US$100 diarios por los vagones cargados que permanecen más de un día, estimar los ahorros anuales (365 días = 1 año) de una tasa de servicio de tres por día en lugar de dos por día).

10-2 Continuar la tabla 10-10 para 50 ensayos, usando números aleatorios de la tabla 10-2. Trazar los resultados en un diagrama similar para la figura 10-2. Tomar de la muestra 25 ensayos ¿Cuál es la probabilidad de que la utilidad sea menor que cero? ¿Cuál es la utilidad promedio para la muestra de 25 ensayos? Comparar esta respuesta con las obtenidas en la tabla 10-10 y con la utilidad esperada de US$2.14 millones.

10-3 Remitir al problema 10-2. Suponer que el precio de venta y el volumen anual de ventas no son variables independientes sino que están distribuidas conjuntamente con las siguientes probabilidades. Observar que las probabilidades marginales son las mismas que se han manejado en el capítulo; no obstante, ahora no puede aplicarse el supuesto de independencia.

a. Si sólo se estudia la tabla de probabilidad conjunta que se presenta a continuación, ¿es posible establecer si la utilidad esperada bajo el nuevo supuesto será más alta o más baja que la anterior? ¿Por qué?

b. Trazar un esquema similar a la tabla 10-9 que utilice números aleatorios para producir valores aleatorios para precio y volumen cuando están relacionados como se especifica.

c. Utilizar ese esquema en el literal b. para generar 25 ensayos de la inversión, como en la tabla 10-10, pero ahora suponiendo que precio y volumen son independientes como se especifican.

d. Trazar una figura similar a la 10-2 para los datos del literal *c*.

e. Comparar la figura que se obtuvo en el literal *d* con la 10-2. ¿Cuál inversión es preferible y por qué?

Volumen de ventas* / Precio	US$3	US$4	US$5	Sumas de las filas
US$4	0	0	0.3	0.3
US$5	0	0.4	0.1	0.5
US$6	0.2	0	0	0.2
Sumas de las columnas	0.2	0.4	0.4	1.0

* millones de dólares

PROBLEMAS

10-4 Continuar con la tabla 10-7 hasta 100 períodos, usando números al azar de la tabla 10-2. Estimar el costo total anual (1 año = 50 semanas) si el costo de hacer un pedido es US$10, el costo de mantener una unidad del inventario es de US$0.50 por año y el costo de faltantes en las entregas es de US$3 por unidad de ventas perdidas. (Utilizar el inventario inicial promedio para determinar el costo de mantener el inventario).

10-5 Elegir una norma de inventario pertinente para la situación descrita en el problema 10-4, (Es decir, elegir un número Q y un número R). Simular 100

[9] Las soluciones a estos problemas se encuentran al final del capítulo

períodos y comparar el costo de esta norma con el costo del problema 10-4.

10-6 En Idaho, un cultivador de papas está estudiando los riesgos asociados con la plantación de su cosecha. Con base en experiencias anteriores, evalúa las probabilidades asociadas con los precios de la papa por quintal, la producción de quintales por acre y los costos (fertilizante, agua, semilla y mano de obra) por acre. (Véase la tabla 10-12).

La utilidad por acre es (Precio • Volumen de Producción) – Costo. Suponer que todas las probabilidades son independientes. Utilizando el método MonteCarlo para 25 ensayos, estimar la utilidad esperada por acre y la distribución de probabilidad de la utilidad por acre. ¿Cuál es la probabilidad estimada de que el granjero obtenga menos de US$100 por acre con su cosecha?

TABLA 10-12
Probabilidades para el problema 10-6

Precio (por quintal)	*Probabilidad*	*Producción (quintales por acre)*	*Probabilidad*	*Costo (por acre)*	*Probabilidad*
US$2	0.10	210	0.10	US$400	0.70
3	0.20	220	0.10	500	0.20
4	0.50	230	0.40	600	0.10
5	0.10	240	0.30		1.00
6	0.05	250	0.10		
7	0.05		1.00		
	1.00				

PROBLEMAS ESPECIALES

10-7 Remitirse al problema 10-6. En realidad, el precio y el volumen de producción no son variables independientes. En general, una producción baja significa escasez del producto, lo que hace que el precio aumente. Una cosecha abundante significa precios bajos. Sin embargo, esta relación no es exacta ya que hay otros factores, además de la producción, que afectan los precios. Suponer que la producción y el costo por acre son los mismos que en el problema 10-6 y que son independientes. Además, que el precio se relaciona con el resultado mediante la siguiente ecuación:

$$\text{Precio} = 15.5 - 0.05(\text{ volumen de producción}) + D$$

donde D es una variable aleatoria que indica una desviación de la ecuación. D tiene la siguiente distribución (independiente de producción y costo):

D	*Probabilidad*
US –$1.00	0.10
–0.50	0.20
0	0.40
0.50	0.20
1.00	0.10
	1.00

Estimar la utilidad esperada por acre y la distribución de utilidad por acre usando el método Monte Carlo con 25 ensayos.

10-8 Un analista de International Widgets Corp. (IWC) estaba trabajando en el plan financiero corporativo para el siguiente año, IWC tiene dos divisiones principales, una en EE.UU. y la otra en el Reino Unido. De la gerencia de cada una de ellas, el analista obtuvo una evaluación de la distribución de probabilidad para la utilidad neta del año siguiente. En la tabla 10-13 se presentan estas evaluaciones. Suponer que es razonable considerar que las distribuciones son independientes.

a. Determinar un procedimiento, usando métodos Monte Carlo, para estimar la distribución de probabilidad para la utilidad neta combinada de IWC. Realizar el procedimiento con cinco ensayos Monte Carlo para ilustrar cómo se realiza.

b. Indicar cómo podría obtenerse la distribución de probabilidad de la utilidad neta combinada a partir de los resultados Monte Carlo.

c. Suponer que las distribuciones no se consideran independientes (las condiciones económicas del mundo tienden a afectar a todas las naciones hasta cierto punto). Para manejar este problema, el analista propone usar el mismo número aleatorio para determinar el valor de las muestras Monte Carlo de la utilidad de Estados Unidos y e Reino Unido. ¿Es pertinente este procedimie to? Comentar brevemente el porqué de la r puesta.

10-9[10] Acme Airline Company (AAC) está interesad en programar su taller de reparación de motores. Con la alternativa A, los tiempos de reparación de un motor estarían distribuidos exponencialmente con una media de tiempo de 40 días. Con la alternativa B (un procedimiento más complejo), los tiempos

[10] Este problema requiere el manejo del material del apéndice 1 de este capítulo.

TABLA 10-13
(Para problema 10-8)

Utilidad neta EE.UU.		Utilidad neta R.U.	
Cantidad (millones de dólares)	*Probabilidad de mucha más o menos utilidad*	*Cantidad (convertida a millones de dólares)*	*Probabilidad de mucha más o menos utilidad*
-US$1.0	0.00	US$0.5	0.00
3.0	0.10	0.7	0.10
6.0	0.25	0.9	0.25
8.0	0.50	1.0	0.50
10.0	0.75	1.3	0.75
15.0	0.90	2.0	0.90
20.0	1.00	3.0	1.00

de reparación de un motor estarían distribuidos normalmente con una media de 40 días y una desviación estándar de 5 días.

Cuando un motor llega para reparación, se envía otro de repuesto para remplazarlo. El primero se manda al taller, en donde todos los motores para reparación se trabajan de manera simultánea. Cuando se termina el proceso, el motor reparado entra al grupo de repuestos, listo para la siguiente solicitud. La llegada de los motores para reparar es una distribución de Poisson, con una tasa $\lambda = 0.5$ por día.

Si un motor llega cuando no hay más para reemplazarlo, desde otro sitio se envía uno de repuesto a un costo de US$10,000 por solicitud. AAC compró 25 motores de repuesto para mantener baja la posibilidad de estos envíos.

Puede apreciarse que como los tiempos de los motores para reparar no son constantes, pueden cruzarse; es decir, un motor que llega al taller más tarde, en realidad puede estar terminado antes de lo esperado.

Describir con cuidado cómo podría simularse esta situación, incluyendo lo siguiente:

- Llegadas aleatorias de los motores.
- Tiempos de reparación aleatorios de los motores (en cada alternativa).
- El número de repuestos disponibles todo el tiempo.
- El número de veces que se presenta el envío de un repuesto.
- El proceso de iniciación.

10-10[11] Un Sistema Automático de Almacenamiento/Recuperación (SAAR) es un dispositivo controlado por computador para labores de almacenamiento, que puede apilar plataformas de carga acarreándolas desde un punto de recogida/entrega y desplazándolas vertical u horizontalmente a través de una góndola hasta hallar un sitio para instalarlas.

Cuando se solicite una recuperación, el SAAR va hasta el sitio donde se almacenó la plataforma, la saca y la lleva al punto de entrega.

El SAAR puede describirse como un montacargas que puede subir o bajar un mástil que se desplaza por una góndola de almacenamiento. Hay espacios a cada lado de la góndola para guardar los productos. Considerar un SAAR en un sólo pasillo.

a. Suponer que a medida que llegan, las plataformas se almacenan con una distribución de Poisson, igual que las solicitudes para recuperar plataformas ya almacenadas. Además, que los tiempos de servicio, es decir, el tiempo para que el sistema realice un almacenamiento o una recuperación, son exponenciales. Suponer que las acciones de guardar y recuperar se hacen por separado, y que hay una fila única que incluye las solicitudes en uno y otro sentido; además, la prioridad es que al primero que llega se le atiende. ¿Cómo debe enfocarse usted el problema de analizar un sistema de esta naturaleza? (Nota: la suma de dos procesos de Poisson de nuevo es de Poisson).

b. Suponer que se mantienen dos colas separadas, una para almacenamiento y otra para recuperación. La política de operación es que las dos actividades deben combinarse, en tanto ambas filas no estén vacías, de modo que el SAAR no regrese vacío al punto de partida. Naturalmente, esta combinación aumenta el desempeño del sistema. Suponer que los tiempos de servicio están distribuidos exponencialmente, pero con una media más pequeña. ¿Cómo podría analizarse este sistema?

c. Considerar la situación del literal *b*, pero ahora suponiendo que el SAAR puede seleccionar solicitudes de recuperación fuera de pedido para tratar de minimizar el tiempo de viaje perdido. Es decir, dada la decisión de almacenar una plataforma en un determinado sitio, puede ser más eficiente hacer una recuperación en lugar de otra debido a la ubicación del objeto en los bastidores donde se dejó la carga. ¿Cómo podría analizarse este sistema?

[11] Este problema está adaptado de Hausmann, W. H. Graves, S. C. and Schwarz, L. B. "Simulation Tests of Automatic Warehousing Systems", *AIEE Transactions*, September 1978.

PROBLEMAS PARA SIMULACIÓN POR COMPUTADOR

Los problemas de esta sección parten del hecho de que se realizó el tutorial del apéndice 2. Están diseñados para hoja de cálculo Excel.

10-11 Una empresa de *software* introdujo un nuevo juego llamado *Construye-una-ciudad*. La empresa ofrece una línea telefónica de ayuda para los usuarios del programa, atendida por una persona que conoce el juego. Si esa persona está ocupada contestando otra llamada, el sistema telefónico deja a quien llama en línea de espera hasta que el encargado queda libre. En promedio, el tiempo entre llegadas es de 4 minutos, y se requiere de 3 minutos en promedio para responder la pregunta del interesado. Sin embargo, hay una variación considerable entre los tiempos de llegada y de servicio, los cuales están distribuidos de manera independiente, con distribuciones exponenciales. La empresa quiere estimar el tiempo de espera promedio de las personas que llaman. (Para esta pregunta, suponer que la tasa de llegadas es la misma a lo largo del día y que nadie cuelga antes de haber sido atendido).

Nota: el modelo de colas *M/M/1* es un modelo clásico con un servidor único; en él se supone que los tiempos de llegadas tienen distribución exponencial o de Markov, y los tiempos de servicio están distribuidos de manera independiente y también con una distribución exponencial o de Markov con un canal de servicio. Véase el apéndice A para un estudio de esta distribución. Este modelo puede resolverse matemáticamente.

Sean: μ_A la media de la distribución del tiempo entre llegadas ($1/\mu_A$ es la tasa de llegada)

μ_S la media de la distribución del tiempo de servicio ($1/\mu_S$ es la tasa de servicio)

$\rho = \frac{\mu_S}{\mu_A}$ es el factor de carga del sistema o utilización

Entonces, el tiempo de espera promedio a largo plazo, μ_W, está dado por la fórmula:

$$\mu_E = \frac{\mu_S \cdot \rho}{1 - \rho}$$

El modelo de simulación configurado para este caso se muestra en la figura 10-13.

Los pasos son los siguientes:

Entrar los encabezados y completar las ecuaciones como se muestra. Organizar el modelo para simular 1,000 llegadas de trabajo (es decir, llamadas para pedir ayuda). Remitirse al apéndice 1 para el método de simulación de la distribución exponencial. Llenar la primera columna con números de trabajo y copiar las celdas B10 hasta H110 para pasarlas a las celdas B1009 hasta H1009.

a. Organizar el modelo de simulación como se ha descrito. Usando el modelo, simular 1,000 llegadas de trabajos (llamadas). Utilizar las primeras 200 como punto de partida y calcular el tiempo de espera promedio para las otras 800 llamadas. Comparar este resultado con el valor teórico calculado con la fórmula anterior. ¿Son exactamente los mismos? ¿Deben serlo?

b. Simular otras 1,000 llegadas presionando la tecla F9 para volver a calcular. Como en el literal *a*, separar las primeras 200 llamadas y calcular el promedio de las 800 restantes. Comparar este resultado con los primeros del literal *a* y el resultado teórico.

10-12 Remitir al problema 10-11. Suponer que el fabricante del *software* podría desarrollar un sistema de soporte para la persona que atiende las llamadas. Esto podría ser en forma de un sistema experto computarizado, por ejemplo. Suponiendo que esto redujera el tiempo de servicio promedio a 2 minutos, ¿cuál sería el efecto en el tiempo promedio de espera de las personas que llaman? Responder la situación por simulación y utilizando el modelo teórico.

10-13 Remitir al problema 10-11 y a la figura 10-13.

a. Simular el sistema de colas para 1,000 pruebas para cada una de las siguientes tasas promedio entre llegadas (manteniendo la tasa de servicio promedio de 3 minutos sin cambiar):

3.5 minutos
6.0 minutos
9.0 minutos

b. La utilización del sistema de colas está definida para ser: $\rho = \frac{\mu_S}{\mu_A}$, o el tiempo de servicio promedio dividido por el tiempo entre llegadas promedio. Utilizando los resultados de cada uno de los casos del literal a. y los resultados del problema 10-11, trazar el tiempo de espera promedio frente al factor de utilización del sistema r.

10-14 Remitir al problema 10-11 y a la figura 10-13. Suponer que el tiempo entre llegadas puede representarse como una distribución normal con una media de 4 minutos y una desviación estándar de 1.5 minutos; además, que el tiempo de servicio también puede representarse con una distribución normal, una media de 3 minutos y una desviación estándar de 1.0 minutos.

a. Modificar el modelo para incorporar este cambio. En particular:

Reemplazar la celda **B10** por **=NORMINV(RAND( ),4,1.5)**

Reemplazar la celda **C10** por **=NORMINV(RAND( ),3,1)**

y copiarlas en las celdas B1009 y C1009. Observar el cambio en el tiempo de espera promedio.

b. Mantener el tiempo de servicio promedio en 3 minutos, pero disminuir la desviación estándar del mismo a 0.5. (Esto se hace cambiando la celda C10 a =NORMINV(RAND( ),3,0,5) y copiándola en la celda C1009). Observar lo que le sucede al tiempo promedio de espera.

FIGURA 10-13
Configuración para la simulación de una cola de un canal

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				Sistema de colas de un canal				
2								
3	Media de tiempo entre llegadas4							
4	Media de tiempo de servicio			3				
5								
6	Trabajo	Tiempo entre	Tiempo	Hora	Hora de	Hora de		
7	número	llegadas	de servicio	de llegada	iniciación del	terminación	Tiempo de	Tiempo en
8				exacta	servicio	del servicio	espera	el sistema
9	0			0	0	0		
10	1	3.59	3.35	3.59	3.59	6.94	0.00	3.35
11	2	1.82	2.83	5.41	6.94	9.77	1.53	4.36
12	3	2.12	0.40	7.53	9.77	10.17	2.24	2.64
13	4	4.67	0.38	12.20	12.20	12.58	0.00	0.38
14	5	0.56	5.16	12.76	12.76	17.92	0.00	5.16

Celda	Ecuación	Significado
B10	=-(D3)*LN(RAND())	Resultado aleatorio de la distribución exponencial (véase apéndice 1)
C10	=-(D4)*LN(RAND())	Resultado aleatorio de la distribución exponencial
D10	=D9+B10	Tiempo real de llegada por reloj = tiempo de llegada del trabajo anterior más tiempo entre llegadas
E10	=MAX(D10,F9)	El trabajo inicia el servicio bien en el momento de la llegada o cuando se ha terminado el trabajo
		anterior, cualquiera que sea último
F10	=E10+C10	Tiempo de terminación es tiempo de iniciación más tiempo de servicio
G10	=E10-D10	Tiempo de espera es tiempo entre llegada e iniciación del servicio
H10	=G10+C10	Tiempo en el sistema es espera más tiempo de servicio
	Copiar celdas B10 a H10 en celdas B1009 a H1009	

c. Mantener la media del tiempo de servicio en 3 minutos, pero disminuir la desviación estándar a 0 (tiempo de servicio constante) Esto se hace reemplazando C10 por el valor 3 y copiándolo en la celda C1009. Observar lo que le sucede al tiempo de espera promedio.

d. ¿Qué conclusión puede sacarse respecto al efecto de la variabilidad en el tiempo de servicio sobre el tiempo de espera en una cola?

10-15 Remitir al problema 10-11. Suponer que las llamadas solicitando ayuda para *Construya-una-ciudad* se duplican, de manera que el promedio del tiempo entre llegadas es de 2 minutos (con distribución exponencial). La empresa decide agregar otra persona, con un sistema telefónico que dirigirá la llamada a quien esté libre o mantendrá a quien llama en espera hasta que un asistente pueda atenderlo. Esto se conoce como un sistema de dos canales. La figura 10-14 muestra cómo organizar la simulación de este sistema. Configurarlo como se indica en dicha figura. Observar que el tiempo de servicio sigue estando distribuido exponencialmente con una media de 3 minutos.

a. Simular este sistema para 1,000 llegadas, descartar las primeras 200 y calcular el tiempo de espera promedio para las 800 restantes.

b. Comparar esto con el resultado obtenido en el problema 10-11 (bien sea valor teórico o calculado). Observar que se duplicaron las llegadas y la capacidad de servicio. ¿Se obtiene el mismo resultado que en el problema 10-11? ¿Debería ser así? (Nota: lo observado se conoce como efecto de grupo de servidores o grupo de riesgo)

10-16 El ejemplo 2 de este capítulo fue una simulación de un sistema de inventario. La figura 10-15 (páginas 435-436) indica cómo puede configurarse una

FIGURA 10-14
Configuración para la simulación de una cola de dos canales

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1			Sistema de cola de dos canales								
2		Media de tiempo entre llegadas			2						
3		Media de tiempo de servicio			3						
4											
5		Tiempo	Tiempo	Hora de	Canal	Iniciación de	Servicio	Iniciación	Servicio		Tiempo
6	Número	entre	de	llegada	de servicio	servicio	completo	de servicio	completo	Tiempo	en el
7	de trabajo	llegadas	servicio	exacta	usado	canal 1	canal 1	canal 2	canal 2	de espera	sistema
8	0			0		0	0	0	0		
9	1	1.17	2.30	1.17	1	1.17	3.47	0.00	0.00	0.00	2.30
10	2	0.98	0.97	2.15	2	1.17	3.47	2.15	3.12	0.00	0.97
11	3	0.53	1.97	2.68	2	1.17	3.47	3.12	5.10	0.44	2.42
12	4	0.73	1.25	3.41	1	3.47	4.73	3.12	5.10	0.07	1.32
13	5	1.25	0.03	4.66	1	4.73	4.76	3.12	5.10	0.07	0.10
14	6	0.40	0.48	5.06	1	5.06	5.54	3.12	5.10	0.00	0.48
15	7	1.17	3.80	6.24	2	5.06	5.54	6.24	10.03	0.00	3.80
16	8	0.59	1.23	6.83	1	6.83	8.05	6.24	10.03	0.00	1.23
17	9	0.03	1.35	6.86	1	8.05	9.40	6.24	10.03	1.19	2.54
18	10	0.03	2.26	6.88	1	9.40	11.67	6.24	10.03	2.52	4.78
19	11	5.87	2.74	12.76	2	9.40	11.67	12.76	15.50	0.00	2.74

Ecuaciones		
Celda	**Ecuación**	**Significado**
B9	=–(E2)*LN(RAND( ))	Resultado aleatorio de la distribución exponencial
C9	=–(E3)*LN(RAND( ))	Resultado aleatorio de la distribución exponencial
D9	=D8+B9	Tiempo de llegada = tiempo de llegada del trabajo anterior + tiempo entre llegadas
E9	=IF(G8<=18,1,2)	El trabajo va al canal 1 o al 2, según el que se encuentre libre
F9	=IF(E9=1,MAX(D9,G8),F8)	Si es el canal 1, se inicia el tiempo de servicio en el tiempo de llegada o en el tiempo
		de terminación del trabajo anterior que se ha atendido; en caso contrario, (es decir, si
		es en el canal 2), el tiempo de servicio es el mismo de la línea anterior
G9	=IF(E9=1,F9+C9,G8)	Si el canal es el 1, el tiempo de terminación es el tiempo de iniciación más el tiempo
		de servicio; en caso contrario (es decir, si el canal es el 2), el tiempo de servicio se
		copia de la línea anterior
H9	=IF(E9=2,MAX(D9,I8),H8)	La misma explicación para la celda F9, pero en el canal 2
I9	=IF(E9=2,H9+C9,I8)	La misma explicación para la celda G9, pero en el canal 2
J9	=IF(E9=1,F9-D9,H9-D9)	Tiempo de espera es el tiempo de servicio menos el tiempo de llegada, para el canal 1 ó 2
K9	=J9+C9	El tiempo en el sistema es el tiempo de espera más el tiempo de servicio
	Las celdas A9 hasta A1008 se completan con los números del 1 al 1000	
	Las celdas B9 hasta K9 se copian en las celdas B1008 hasta K1008	

FIGURA 10-15

Configuración para el ejemplo de simulación de inventario

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		Simulación del sistema de inventario												
2	Tamaño del pedido - Q		5									Distribución de la demanda semanal		
3	Nivel del pedido - R		5									Demanda	Probabilidad	
4												0	0.1	
5	Semana número	Ventas en unidades	Retraso del pedido	Recibos	Cantidad de pedido	Inventario inicial	Inventario final	Faltante de ventas perdidas	Cantidad de pedido	Despacho de pedido semanal		1	0.4	
												2	0.3	
												3	0.2	
6														
7	x								0	0				
8	x								0	0				
9	x								0	0				
10	x				0		10		0	0		Retraso del despacho		
11	1	1	3	0	0	10	9	0	0	0		Semanas	Probabilidad	
12	2	1	3	0	0	9	8	0	0	0		2	0.2	
13	3	2	3	0	0	8	6	0	0	0		3	0.6	
14	4	3	3	0	0	6	3	0	5	7		4	0.2	
15	5	3	3	0	5	3	0	0	5	8				
16	6	3	2	0	10	0	0	3	0	0				
17	7	0	3	5	5	5	5	0	0	0				
18	8	1	2	5	0	10	9	0	0	0				
19	9	3	3	0	0	9	6	0	0	0				
20	10	1	3	0	0	6	5	0	5	13				
21	11	1	4	0	5	5	4	0	0	0				
22	12	0	3	0	5	4	4	0	0	0				

Continúa...

FIGURA 10-15 *(continúa)*

Ecuaciones		
Celda	**Ecuación**	**Significado**
D11	=IF(J7=A11,C2,0)+IF(J8=A11,C2,0) +IF(J9=A11,C2,0)	Si la semana de despacho para los últimos tres períodos es igual a la semana normal, el pedido se recibe
E11	=E10-D11+I10	La cantidad anterior en pedido menos los recibos más los pedidos de la última semana
F11	=G10+D11	Inventario final anterior más recibos
G11	=MAX(0,F11-B11)	Inventario inicial menos ventas (no menor que cero)
H11	=MAX(0,B11-F11)	Exceso de ventas sobre el inventario, si las hubiera
I11	=IF(G11+E11<=C3,C2,0)	Si el inventario final más la cantidad de pedido es <= al nivel de pedido R, a la cantidad de pedido Q
J11	=IF(I11=0,0,A11+C11)	Si no hay ningún pedido, la semana de despacho se determina en cero; en caso contrario, es el número de la semana actual más el retraso del pedido.

simulación de ese tipo en una hoja de cálculo, utilizando los pasos siguientes:

- Organizar los encabezados de la hoja de cálculo como aparecen en la figura 10-15, incluyendo las distribuciones de probabilidad para la demanda y el retraso en el despacho de las columnas L y M, como se muestra.
- En la columna A, poner cuatro en las semanas de iniciación indicadas por "x" y luego llenar el número de semanas de 1 a 500 (para la simulación de 500 semanas).
- En la columna B, poner 500 valores de muestra de la distribución de la demanda en las columnas L y M, usando el procedimiento de los pasos 3, 4 y 5 del primer ejemplo del tutorial del apéndice 2.
- En la columna C, poner 500 valores de muestra de la distribución de tiempo de Retraso del despacho, usando el mismo procedimiento.
- Llenar con valores de cero las celdas E10, I7:I10 y J7:J10.
- Llenar con el valor 10 la celda G10, con el valor 5 la celda C2 y con el valor 5 la celda C3.
- Entrar las ecuaciones para el modelo como se muestran en la parte inferior de la figura 10-15.
- Copiar las celdas D11 a J11 en las celdas D12 a J510.

a. Calcular los valores promedio para los faltantes de ventas perdidas y para el inventario final.

b. Ensayar con diferentes valores para Q y R (valores en las celdas C2 y C3) y observar el resultado de los promedios.

10-17 Remitir al problema 10-16. Observar que en el problema 10-16, cualquier demanda que no pudiera satisfacerse del inventario, se perdería (caso de las ventas perdidas). Ahora, suponer que la demanda no cumplida puede ser pedidos pendientes. Volver a marcar las celdas H5:H6 como unidades de pedidos pendientes y describir cómo podría modificarse la hoja de cálculo para manejar esta situación.

SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS PRÁCTICOS

10-1 *a*. El número total postergado para el día siguiente es de 6 (un promedio de 0.12 por día).

b. El costo de espera con la tasa de servicio de 2 vagones por día es:

US$100(0.90)(365) = US$32,850

Costo de espera con tasa de servicio de 3 vagones por día es:

US$100(0.12)(365) = US$4,380

El ahorro es de US$32,850 – US$4,380 = US$28,470 por año

10-2 Los resultados dependerán de los números aleatorios indicados. Como se indicó en el capítulo, la utilidad esperada es 2.14 millones de dólares. También resulta una utilidad negativa cuando el precio es de US$4 y el costo es de US$4 (sin considerar el volumen), la probabilidad de una perdida en este caso es (0.3)(0.3) = 0.09. Además, puede presentarse una pérdida cuando el costo es US$4, el precio es US$5, y el volumen es de 3 ó 4 millones. Probabilidad = (0.3)(0.5)(0.6) = 0.09. También hay una pérdida cuando el costo es US$3, el precio es US$4 y el volumen es de 3 ó 4 millones. Probabilidad = (0.3)(0.6)(0.6) = 0.108. La probabilidad total = 0.09 + 0.09 + =0.108 = 0.288

10-3 *a*. Si el precio más alto está asociado con el volumen más bajo y viceversa, indica que cuando el precio más alto se presenta, las utilidades serán más bajas que antes; y cuando se presenta el precio más bajo, los márgenes de utilidad bajos (o márgenes negativos) se multiplicarán por volúmenes mayores. El efecto generado debe ser *bajar* la utilidad esperada.

b. Utilizar la siguiente tabla:

Precio \ Volumen de ventas*	US$3	US$4	US$5
US$4	—	—	0,1,2+
US$5	—	3-6	7
US$6	8.9	—	—

* millones de dólares
\+ números aleatorios

Entonces, *c*, *d*, y *e* son directos, usando *b*. Los resultados dependen de los números aleatorios escogidos. La utilidad esperada puede calcularse en US$1.66 millones.

Ejemplo motivador

Plataformas petroleras en el mar del Norte[1]

Desde 1966, se han realizado importantes actividades de exploración de petróleo en las costas de Noruega, en el mar del Norte. La construcción de cada plataforma puede tomar de tres a cinco años, con un costo cercano a US$700 millones. Los métodos de ruta crítica como los que se describen en este capítulo se han usado extensivamente para planear y controlar grandes proyectos de construcción como estos. El enfoque inicial tenía como objetivo la terminación del proyecto a tiempo, pero los métodos actuales también incluyen elementos de requerimientos de costos y recursos. Se ha aplicado la simulación Monte Carlo para los estimados del tiempo de culminación y de costos del proyecto. Se ha demostrado que la integración de tiempo, costo y requerimientos es muy importante; a menudo, los recursos limitados tienen un papel muy importante para establecer cuáles actividades pueden desarrollarse y en qué épocas.

[1] *Véase* Per Willy Hetland, "Toward Ultimate Control of Megaprojects in the North Sea", en *Global Project Management Handbook*, Capítulo 30, ed. D.I. Cleland and R. Garies (New York: McGraw-Hill, 1994).