



Logística y Producción

Capítulo 3: Manejo de Inventarios y Riesgo



Introducción

- Formas de manejar inventario:
 - Caso determinístico:
 - Lote económico.
 - Caso demanda aleatoria:
 - Revisión Continua (Reporte por Transacción).
 - Revisión Periódica.
 - Problema del vendedor de diarios.



Introducción

- Problemas que enfrentan las empresas:
 - Variabilidad de la demanda.
 - Relación calidad de servicio - nivel de inventario.
 - Tiempos de suministro que pueden ser largos e inciertos, en particular en una cadena.
 - Gran número de productos.



Introducción

- Ejemplos:
 - General Motors 1984:
 - Poseía 20.000 plantas de materia prima, 133 plantas de componentes, 31 plantas de armado y 11.000 distribuidores.
 - Costos de transporte de \$4,1 billones y costos de inventario de \$7,4 billones (70% materiales en proceso).
 - Con modificaciones en la política de inventarios y transporte los costos se redujeron un 26%.



Introducción

- Dell Computers 1993:
 - Pérdidas por mal manejo al producirse errores en las estimaciones de demanda.
 - Errores \Rightarrow inventarios muy altos \Rightarrow obsolescencia.
- IBM 1994:
 - Niveles de stock reducidos en Think Pad.



Factores Claves

- Para una política de inventario adecuada se debe considerar:
 - Demanda conocida o aleatoria (más importante).
 - Tiempo de suministro conocido o aleatorio.
 - Número de productos a guardar.
 - Horizonte de planeación.
 - Costos de oportunidad, obsolescencia, asociados a pérdidas, mantención de bodegas, impuestos, seguros, etc.
 - Requerimientos de calidad de servicio.



El Problema de la Incertidumbre

- Definición:
 - Cuando la demanda es aleatoria la decisión de cuánto producir se ve influenciada por el trade-off existente entre los costos de remanentes y de ventas perdidas o pendientes.
- Ejemplo 1: Trajes de Baño.
 - La decisión debe tomarse antes de la temporada.
 - Se consideran estimaciones para diversos escenarios.

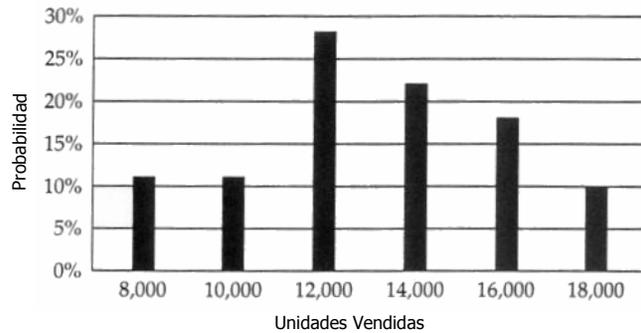


El Problema de la Incertidumbre

- Datos:

■ Costo fijo:	\$100.000.
■ Costo variable:	\$ 80.
■ Precio de venta en temporada:	\$ 125.
■ Precio de venta en liquidación:	\$ 20.
■ Se producen 10.000 unidades.	
■ No se penalizan ventas perdidas.	
- Escenarios:
 - Demanda 12.000 unidades, vende todo y gana:
 $125 \times 10.000 - 80 \times 10.000 - 100.000 = 350.000$
 - Demanda 8.000 unidades:
 $125 \times 8.000 + 20 \times 2.000 - 80 \times 10.000 - 100.000 = 140.000$

El Problema de la Incertidumbre



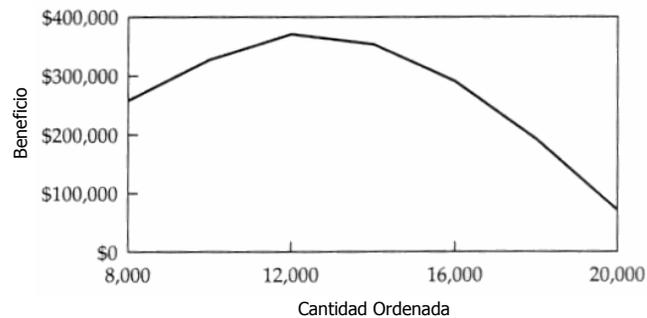
Escenarios de Ventas

El Problema de la Incertidumbre

Conclusiones:

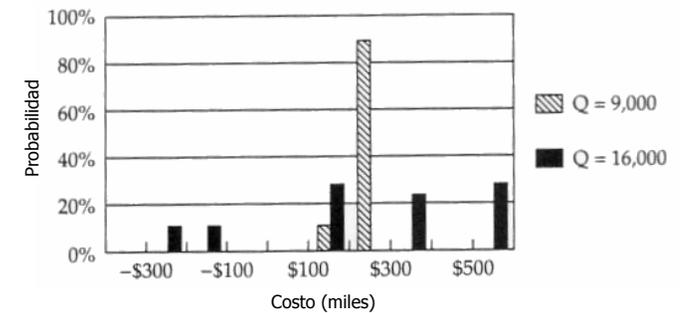
- Se puede estimar la ganancia esperada en función de la producción.
 - El óptimo es cercano a las 12.000 unidades.
 - Las producciones de 9.000 y 16.000 unidades dan aproximadamente igual ganancia, pero con distinto riesgo.
- ⇒ Importancia de la actitud frente al riesgo.

El Problema de la Incertidumbre



Beneficio Promedio como Función de la Cantidad Ordenada

El Problema de la Incertidumbre



Histograma de Frecuencia de Beneficios

El Problema de la Incertidumbre

■ Ejemplo 2: Problema Clásico del Vendedor de Diarios.

■ Datos:

p : precio de compra.

q : precio de venta (mayor que p).

r : precio de devolución (menor que p).

$f(t)$: probabilidad de una demanda de t unidades.

■ Variable de decisión:

x : número de diarios a comprar.

El Problema de la Incertidumbre

■ Ingreso esperado:

$$I(x) = \begin{cases} (q-p)t + (r-p)(x-t) & \text{si } x > t. \\ (q-p)x & \text{si } x \leq t. \end{cases}$$

$$E[I(x)] = \int_0^x [(q-p)t + (r-p)(x-t)]f(t)dt + \int_x^\infty (q-p)xf(t)dt$$

$$\frac{\partial E[I(x)]}{\partial x} = 0 \Rightarrow x^*$$

El Problema de la Incertidumbre

■ Si la demanda sigue una distribución Uniforme $[0, T]$:

$$\begin{aligned} E[I(x)] &= \int_0^x (q-r)t \frac{1}{T} dt + \int_0^x (r-p)x \frac{1}{T} dt \\ &\quad + \int_x^T (q-p)x \frac{1}{T} dt \\ &= \frac{(q-r)}{T} \frac{x^2}{2} + \frac{(r-p)}{T} x^2 + \frac{(q-p)x}{T} (T-x) \\ \Rightarrow x^* &= \frac{(p-q)}{(r-q)} T \end{aligned}$$

El Problema de la Incertidumbre

■ En resumen:

- El pedido óptimo no es igual al valor esperado de la demanda. Depende de la función de demanda, costos y precios marginales.
- A medida que crece la producción, la ganancia esperada crece hasta un máximo y después decrece.
- A mayor producción aumenta el riesgo.

El Problema de la Incertidumbre

Ejemplo 3: Televisores.

Un distribuidor de televisores esta tratando de determinar qué política de inventario utilizar en su bodega, para un modelo particular de televisor. A continuación se presenta la información del número de televisores vendidos en cada uno de los últimos doce meses. Cada vez que la bodega coloca una orden al productor, ésta demora en llegar alrededor de dos semanas. El distribuidor quiere asegurar que el nivel de servicio sea cercano al 97%. Asumiendo que no existen costos fijos de orden, ¿Cuál es el nivel objetivo que el distribuidor debería usar?

De la tabla que presenta la Información Histórica de la Demanda se puede concluir que la demanda mensual promedio es 191,17 y la desviación estándar de la demanda mensual es 66,53.

Debido a que el tiempo que demora una orden es dos semanas, se deben transformar el promedio y la desviación estándar de la demanda a valores semanales como sigue:

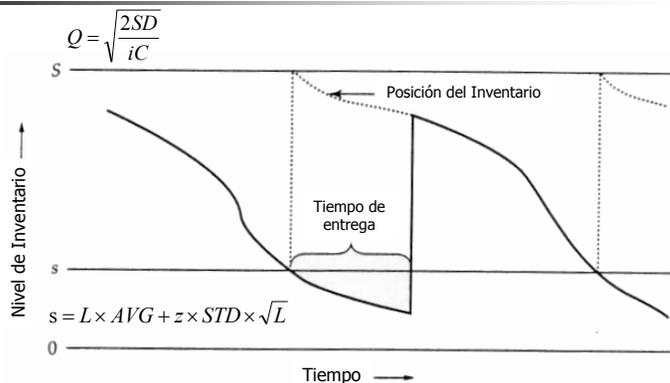
El Problema de la Incertidumbre

$$\text{Demanda Promedio Semanal} = \frac{\text{Demanda Promedio Mensual}}{4,3}$$

$$\text{Desviación Estándar de la Demanda Semanal} = \frac{\text{Desviación Estándar Mensual}}{\sqrt{4,3}}$$

Esta información es provista en la tabla "Análisis de Inventario". De aquí se pueden calcular la demanda promedio en el tiempo de entrega y el stock de seguridad, usando una constante $z = 1,9$ (o más precisamente 1,88) basada en un nivel de servicio del 97%. El punto de reorden es simplemente la suma de la demanda promedio durante el tiempo de entrega y el stock de seguridad. Toda esta información es presentada en la tabla "Análisis de Inventario". Finalmente, en la última columna se muestra el nivel objetivo, expresado en términos de semanas de oferta. Como se puede ver, el distribuidor necesita mantener alrededor de cuatro semanas de inventario en la bodega.

El Problema de la Incertidumbre



L = tiempo de reposición.

AVG = demanda media.

STD = desviación estándar demanda.

Sistema (s,S)

El Problema de la Incertidumbre

Información Histórica:

Mes	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.
Venta	200	152	100	221	287	176	151	198	246	309	98	156

Análisis de Inventario:

Parámetro	Demanda Promedio Semanal	Desviación Estándar Demanda Semanal	Demanda Promedio en el Tiempo de Entrega	Stock de Seguridad	Punto de Reorden	Semanas de Oferta
Valor	44,58	32,08	89,16	86,20	176	3,95

El Problema de la Incertidumbre

Ejemplo 4:

Continuando con el ejemplo anterior se asume que el distribuidor cada vez que coloca una orden por televisores, incurre en un costo fijo de \$4,500, el cual es independiente del tamaño del pedido.

El costo de un televisor para el distribuidor es \$250 y el costo anual de mantención de inventario corresponde al 18% del costo del producto. De esta manera, semanalmente el costo de mantención del inventario por televisor es 87 centavos.

$$\frac{0.18 \times 250}{52} = 0.87$$

De acuerdo a lo anterior, la cantidad a ordenar (Q) podría ser calculada como:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 4,500 \times 44.58}{0.87}} = 679$$

El Problema de la Incertidumbre

Da aquí que el nivel objetivo es:

$$\text{Stock de Seguridad} + Q = 86 + 679$$

Por lo tanto, el distribuidor debería colocar una orden para alcanzar una posición de 765 televisores en inventario cada vez que el nivel de inventario sea menor a 176 unidades.

Sistema de Bodegas

Compartir Riesgo en Múltiples Bodegas:

Notación:

- s: stock de seguridad ($s = z\sigma$).
- z: factor de seguridad.
- σ : desviación estándar en el tiempo de orden.

Nivel de Servicio y Valores de z:

Nivel de Servicio	90%	91%	92%	93%	94%	95%	96%	97%	98%	99%	99,9%
z	1,29	1,34	1,41	1,48	1,56	1,65	1,75	1,88	2,05	2,33	3,08

Sistema de Bodegas

- Sean M clientes independientes cada uno con demanda media igual a 1 y desviación estándar igual a 2.

- Caso una bodega:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^M \sigma_i^2} = 2\sqrt{M}; \quad s = 1,65 \times 2\sqrt{M}$$

- Caso dos bodegas, A y B, cada una con la mitad de los clientes:

$$\sigma_A = \sigma_B = \sqrt{\sum_{i=1}^{M/2} \sigma_i^2} = \sqrt{2M}; \quad s = s_A + s_B = 1,65 \times 2\sqrt{2M}$$

Sistema de Bodegas

- ∴ El stock de seguridad total para dos bodegas es mayor que el stock de seguridad para una bodega.
- Intuición: al crecer el número de clientes es más fácil que se compensen las variabilidades de la demanda. Esto hace que centralizar stocks de seguridad permita disminuir sus niveles.
 - Ejemplo: Reemplazo de dos bodegas por una.
 - Datos:
 - Dos productos.
 - Costo de orden: \$60, para los dos.
 - Costos de inventario: \$0,27 por unidad y semana.
 - Costo de transporte actual: \$1,05 por producto.
 - Costo de transporte con una bodega: \$1,10.
 - Nivel del servicio del 97%.

Sistema de Bodegas

Información Histórica para el Producto A:

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8
Massachusetts	33	45	37	38	55	30	18	58
New Jersey	46	35	41	40	26	48	18	55
Total	79	80	78	78	81	78	36	113

Información Histórica para el Producto B:

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8
Massachusetts	0	2	3	0	0	1	3	0
New Jersey	2	4	0	0	3	1	0	0
Total	2	6	3	0	3	2	3	0

Nota: B es producto de venta lenta comparado con A.

Sistema de Bodegas

Resumen de la Información Histórica:

Estadística	Producto	Demanda Promedio	Desviación Estándar de la Demanda	Coficiente de Variación
Massachusetts	A	39,3	13,2	0,34
Massachusetts	B	1,125	1,36	1,21
New Jersey	A	38,6	12,0	0,31
New Jersey	B	1,25	1,58	1,26
Total	A	77,9	20,71	0,27
Total	B	2,375	1,9	0,80

Notas:

- Coeficiente de Variación = Desviación Estándar/Demanda Media.
- A tiene mayor desviación estándar y B tiene mayor coeficiente de variación.
- La demanda total es la suma de las demandas locales, pero la variabilidad total (desviación estándar o coeficiente de variación) del global es menor que la suma de las variabilidades de las dos bodegas.

Sistema de Bodegas

- Cálculo de los niveles de inventario y stocks de seguridad para las dos bodegas separadas y para el escenario de una sola bodega central:

Niveles de Inventario:

	Producto	Demanda Promedio en el Tiempo de Entrega	Stock de Seguridad	Punto de Reorden	Q	Order-up-to-level
Massachusetts	A	39,3	25,08	65	132	158
Massachusetts	B	1,125	2,58	4	25	26
New Jersey	A	38,6	22,8	62	131	154
New Jersey	B	1,25	3	5	24	27
Central	A	77,9	39,35	118	186	226
Central	B	2,375	3,61	6	33	37

Punto de Reorden (s) = Demanda Promedio en Tiempo de Entrega ($L \times AVG$) + Stock de Seguridad ($z \times STD \times \sqrt{L}$).

Nivel Objetivo = Q + Stock de Seguridad.

$$Q = \sqrt{\frac{2SD}{iC}}$$

Sistema de Bodegas

- Para bodega en New Jersey el inventario medio de A es aproximadamente:
$$s + \frac{Q}{2} = 22,80 + 65,5 \approx 88$$
- Análogamente, el inventario medio de A en Massachusetts es 91, mientras que en una bodega centralizada es $132 < (88 + 91) = 179$.
⇒ Para el producto A el inventario medio se reduce en 26%.
- Para el producto B, los inventarios son aproximadamente 15 y 15 separados, y 20 centralizados, con una reducción de 33%.
- Estos ahorros se deben comparar con los mayores costos de transporte.

Sistema de Bodegas

- Con dos bodegas el costo de inventario es $179 \cdot 0,27 \approx 48$ por semana. En cambio, con una bodega el costo de inventario es $132 \cdot 0,27 \approx 36$ por semana.
⇒ Se tiene un ahorro de $48 - 36 = 12$ por semana. Sin embargo, suben los costos de transporte.
 - Con una bodega el costo de transporte por unidad sube de 1,05 a 1,10. Además, se sabe que en una semana se mueven en promedio 78 unidades.
⇒ Con una bodega el costo de transporte aumenta $78 \cdot 0,05 \approx 4$.
- ∴ Conviene, sólo considerando costos, una bodega, ya que se ahorra $12 - 4 = 8$ por semana.

Sistema de Bodegas

- Comparación múltiples Bodegas versus una Bodega Central:
 - Quienes administran inventarios en la cadena de suministro buscan minimizar los costos totales asociados a éstos.
 - Un sistema centralizado trae consigo:
 - ↓ stock de seguridad.
 - ↓ nivel de servicio (↑ tiempos de entrega).
 - ↓ costos fijos (economías de escala).
 - ↓ costos de transporte a bodegas.
 - ↑ costos de transporte a clientes.

Sistema de Inventario

- Caso de una bodega y múltiples negocios:
 - De esta manera se tienen dos niveles de inventario (escalonado).
 - Un solo tomador de decisiones, que conoce toda la información.
 - En cada escalón se deben ver los inventarios aguas abajo.
 - Si cada negocio funciona con sistemas (s, S) , la bodega ve la suma de los negocios, en (s, S) .
$$s \text{ bodega} = L^1 AVG + z \cdot STD \cdot \sqrt{L^1}$$

Sistema de Inventario

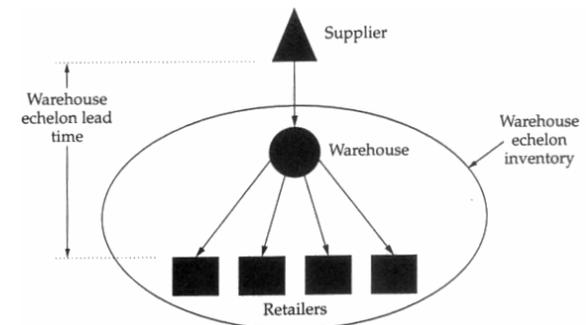
donde:

L^1 = tiempo de reposición (planta - bodega + bodega a negocios).

AVG = demanda media de todos los negocios.

STD = desviación estándar agregada de la demanda total.

Sistema de Inventario



Inventario Escalonado de Bodegas

Sistema de Inventario

■ Ejemplo 5:

Considere el distribuidor de televisores del Ejemplo 3, donde se determinó la política de inventario para la bodega. Ahora supongamos que la bodega provee a un grupo de minoristas. La información histórica de la demanda provista anteriormente es la información de la demanda agregada para los minoristas. Finalmente, las dos semanas de tiempo de entrega es el tiempo de entrega del escalón -tiempo que demora una orden puesta por la bodega llegar al consumidor. De esta manera, el distribuidor necesita asegurar que un total de 176 unidades de inventario, o alrededor de cuatro semanas de oferta, estén en alguna parte del sistema, en la bodega, en tránsito a los minoristas, o en los minoristas.

¿Qué ocurre con los minoristas? En este caso, nosotros necesitamos desarrollar exactamente los mismos cálculos, pero esta vez utilizando la demanda específica que ve cada minorista y el tiempo de entrega desde bodega que tienen asociado.

Sistema de Inventario

Supongamos, por ejemplo, que la demanda promedio semanal para un minorista específico es 11,6, con una desviación estándar de 4,5. Además, supongamos que toma una semana a los ítems llegar desde la bodega al minorista. Usando el mismo enfoque que antes para alcanzar un nivel de servicio del 97%, nosotros encontramos que el nivel de reorden, s , para el minorista es 20. Por lo tanto, una orden es puesta cada vez que la posición del inventario del minorista es 20. Obviamente, si los otros minoristas encararan demandas o tiempos de entrega distintos, ellos tendrán diferentes niveles de reorden.

Planificación de Requerimientos

- **Lógica:**
 - Corresponde a un Sistema Pull en que la demanda final gatilla la demanda por partes y componentes intermedias.
 - Considera:
 - Productos finales.
 - Productos intermedios: comprados o fabricados.
 - Materia prima.
 - Genera una explosión de partes.

Planificación de Requerimientos

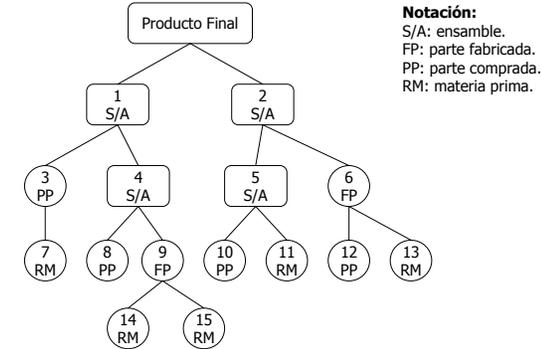


Diagrama de la Estructura de un Producto

Planificación de Requerimientos

- **Componentes:**
 - Programa Maestro:
 - Conduce al proceso completo de planeación de materiales.
 - Indica lo que se debe entregar en cada período.
 - Horizonte hasta de un año.
 - Lista de Materiales (BOM):
 - Listado detallado de todos los materiales y partes necesarias para la confección de los productos finales.
 - Indica los componentes de cada producto.

Planificación de Requerimientos

- **Registro de Inventarios:**
 - Identifica, para cada parte, datos básicos:
 - Costo estándar.
 - Cuánto hay de cada parte.
 - Qué órdenes están pendientes.
 - Demandas históricas.
- **Planeación de Capacidad:**
 - Determina la validez del programa maestro.



Planificación de Requerimientos

- Ejemplo: Explosión de Partes.
 - 20 bicicletas requieren 40 ruedas, 20 marcos, 20 sillas, etc. Cada rueda requiere 36 rayos, un aro, un neumático, etc...
 - Si se consideran los siguientes tiempos:
 - Armado de una bicicleta ⇒ 1 semana.
 - Armado de una rueda ⇒ 2 semanas.
 - Adquisición de un set de rayos ⇒ 1 semana.
 - Adquisición de un neumático ⇒ 1 semana.
 - Fabricación de una silla ⇒ 1 semana.
 - Fabricación de un marco ⇒ 2 semanas.
 - Y se quieren entregar 20 bicicletas en una semana.



Planificación de Requerimientos

- Entonces, la explosión de partes no lleva a:
 - Semana 5 ⇒ Armar 20 bicicletas.
 - Semana 3 ⇒ Armar 40 ruedas.
 - Semana 2 ⇒ Comprar 40·30 rayos.
 - Semana 2 ⇒ Comprar 40 neumáticos.
 - Semana 3 ⇒ Fabricar 20 marcos.
 - Semana 4 ⇒ Fabricar 20 sillas.
- Se puede hacer algo similar con neumáticos (goma, válvula, etc.) marcos (tubos de aluminio, tornillos, etc.) y sillas.



Planificación de Requerimientos

- ¿Cómo manejar las ruedas si se tiene un inventario y se conocen las demandas?
 - El tamaño de la orden sería equivalente al lote económico (130).
 - Lo que no se ocupa queda para el próximo período.
 - La demora es de dos semanas (tiempo de orden).
 - Análogamente se hace el análisis para las componentes de una rueda:
 - 130 ruedas en la semana 2 requieren 130x36 rayos y 130 neumáticos en la semana 1.



Planificación de Requerimientos

- Definiciones:

La primera fila en la Tabla 1 contiene los *requerimientos brutos*, definidos como el número de ruedas que deben estar a mano en el comienzo de cada semana, para soportar los planes de producción del nivel superior de la estructura del producto. En el ejemplo, podríamos referirnos al número de bicicletas en el programa maestro. La siguiente fila contiene las *recepciones programadas*, aquellos componentes que deberán ser recibidos al comienzo de la semana, como resultado de órdenes de producción o compra que ya han sido realizadas. La tercera fila entrega el *inventario disponible* en el fin de cada semana. Note que el inventario inicial es mostrado en la columna *corriente* (esta cantidad es obtenida del archivo de estados de inventario). Cada semana el nuevo valor es calculado a partir del valor previo, sumando las recepciones netas, y restando los requerimientos brutos. Finalmente, el requerimiento neto es mostrado en la última fila. Este es cero al menos que el balance de inventario sea negativo; en este caso, ellos representan el requerimiento bruto semanal que no puede ser cubierto por inventario.

Planificación de Requerimientos

Tabla 1: Requerimientos Netos en el Registro MRP.

	Período de Tiempo						
	Corriente	1	2	3	4	5	6
Requerimientos Brutos	80	100	70	80	90	80	
Recepciones Programadas	0	120	0	0	0	0	
Inventario Disponible	150	70	90	20	-60	-150	-230
Requerimientos Netos	0	0	0	80	90	80	

Planificación de Requerimientos

En la Tabla 2, las primeras cuatro filas son las mismas que en la Tabla 1. La quinta fila entrega las *órdenes planificadas* bajo la prevaleciente política de tamaño de lote. Los lotes son mostrados en la semana de su realización. La fila final muestra el *inventario planificado disponible*. Éste es definido como la cantidad planificada para stock en el fin de la semana, es decir, es el balance disponible proyectado, revisado a la luz de las órdenes planificadas.

Habiendo contruido el registro MRP para las ruedas, Tabla 3, sería posible construir el registro MRP para el siguiente nivel de la estructura del producto, es decir, rayos, aros, y ensamble de neumáticos. El método es simplemente aplicar la lógica MRP a las ódenes de 130 ruedas en las semanas 2 y3. La explosión de partes convierte éstas en requerimientos brutos para el fin de la semana 1 (4.680 rayos y 130 aros más un margen permitido, y 130 ensambles de neumáticos). Dado un stock corriente de 200 ensambles de neumáticos, y un tiempo de entrega de compras de una semana, el registro MRP para ensambles de neumáticos puede aparecer como muestra la Tabla 3, que incluye la demanda independiente por cinco ensambles de neumáticos por semana como repuestos.

Planificación de Requerimientos

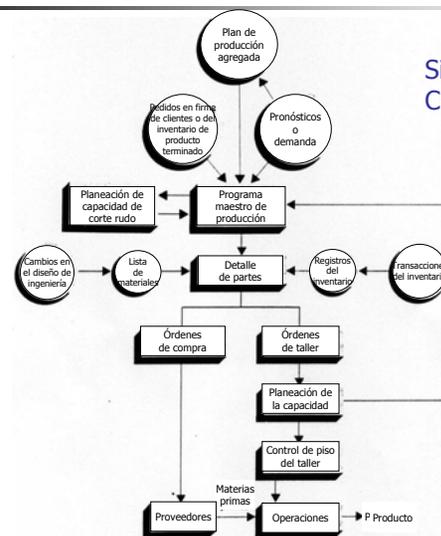
Tabla 2: Órdenes Planificadas en el Registro MRP.

	Período de Tiempo						
	Corriente	1	2	3	4	5	6
Requerimientos Brutos	80	100	70	80	90	80	
Recepciones Programadas	0	120	0	0	0	0	
Inventario Disponible	150	70	90	20	-60	-150	-230
Requerimientos Netos	0	0	0	60	90	80	
Órdenes Planificadas			130	130			
Disponible Planificado	70	90	20	70	110	30	

Tabla 3: Registro MRP para Ensamblados de Neumáticos.

	Período de Tiempo						
	Corriente	1	2	3	4	5	6
Requerimientos Brutos	5	135	135	5	5	5	
Recepciones Programadas	0	0	0	0	0	0	
Inventario Disponible	200	195	60	-75	-80	-85	-90
Requerimientos Netos	0	0	75	5	5	5	
Órdenes Planificadas			225				
Disponible Planificado	195	60	150	145	140	135	

Planificación de Requerimientos



Sistema MRP de Circuito Cerrado

Planificación de Requerimientos

Tabla 4: Cantidades MPS.

	Semana			
	1	2	3	4
Producto final 1	40	50	60	50
Producto final 2	50	60	60	80
Producto final 3	60	50	40	20

Tabla 5: Utilización de Capacidades.

	Departamento	
	G	H
Producto final 1	2	6
Producto final 2	5	4
Producto final 3	3	1

Planificación de Requerimientos

Tabla 6: Horas Requeridas en cada Departamento.

	Semana			
	1	2	3	4
Producto final 1	510	550	540	560
Producto final 3	500	590	640	640

$510 = 40 \cdot 2 + 50 \cdot 5 + 60 \cdot 3$

Planificación de Requerimientos

■ Capacidades:

- Las tablas anteriores muestran un análisis de las capacidades requeridas para el caso de tres productos y dos departamentos de producción:
 - La Tabla 6 se obtiene multiplicando el número de productos por las horas requeridas en su producción.
 - Si cada departamento tiene 600 horas semanales de capacidad, se ve que el departamento H se sobrepasa en 40 horas en las semanas 3 y 4.

Algunas soluciones: sobretiempo, máquinas y personal adicional, subcontratos o reprogramación (stocks).

Planificación de Requerimientos

- En el caso de productos finales compuestos por módulos, puede convenir fabricar los módulos en base a demandas estimadas y los productos finales contra órdenes.
- Stock de seguridad: se puede tener por número de unidades o por tiempo (por ejemplo, stock para una semana).

Planificación de Requerimientos

- Control en Piso de Producción (Procedimientos Típicos):
 - Entregas:
 - Chequea que lo planteado por el MRP es factible en la práctica (existencia de materia prima, componentes y capacidad).
 - Monitoreo:
 - Chequea cantidades en inventario y que se esté cumpliendo el programa.
 - Actualización de los distintos parámetros:
 - Capacidades y tiempos.
 - Programación final de las operaciones.

Limitaciones

- Tamaño de Lote:
 - Muchas veces se usa el lote económico:
$$Q = \sqrt{\frac{2SD}{iC}}$$
Es bastante robusto, pero pueden usarse otros criterios (por ejemplo, al haber demanda variable).
- Capacidad:
 - En principio MRP sólo indica falta de capacidad.
 - Heurísticas permiten reprogramar.

Limitaciones

- Tiempo de Compra y Producción:
 - MRP los trata como fijos, pero en la práctica son dinámicos.
 - Pueden depender de otros productos que se estén fabricando o comprando.
- Incertidumbre:
 - Generalmente sólo se maneja implícitamente a través de stocks de seguridad.

Modelos

- Caso de costos y variables de producción.
 - Variables:
 - x_t : producción en el período t.
 - h_t : inventario del período t al t + 1.
 - $$\delta_t = \begin{cases} 1 & \text{si se produce en el período t.} \\ 0 & \sim \end{cases}$$
 - Parámetros:
 - c_t : costo unitario de producción en el período t.
 - d_t : costo unitario de inventario de t a t + 1.
 - e_t : costo fijo de producción en el período t.
 - DD_t : demanda en el período t.

Modelos

- Modelo:

$$\text{Min } z = \sum_t (c_t x_t + d_t h_t + e_t \delta_t)$$

$$\text{s.a. } x_t + h_{t-1} - h_t = DD_t \quad \forall t.$$

$$x_t, h_t \geq 0, \delta_t \in \{0,1\} \quad \forall t.$$

- Es fácil demostrar que una solución óptima se produce siempre para cumplir la demanda de un número entero de períodos. Por ejemplo:

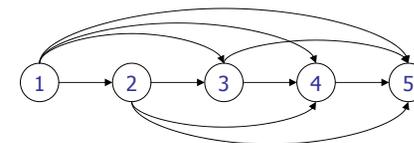
$$x_1 = DD_1 + DD_2 + DD_3$$

$$x_4 = DD_4 + DD_5$$

$$x_6 = DD_6 + DD_7 + DD_8$$

Modelos

- Luego, la solución óptima corresponde al camino más corto entre el nodo 1 y el nodo N:



$$\text{Costo arco } (1,2) = \delta_1 + c_1 DD_1$$

$$\text{Costo arco } (1,5) = \delta_1 + c_1 \sum_{t=1}^4 DD_t + \sum_{t=1}^3 d_t \left(\sum_{l=t+1}^4 DD_l \right)$$

$$\text{Costo arco } (3,4) = \delta_3 + c_3 DD_3$$

Todos los otros esquemas son subóptimos.

Modelos

- Caso general de producción de múltiples productos:

- Variables:

x_k^t : producción del producto k en el período t.

h_k^t : inventario del producto k del período t al t + 1.

$$\delta_k^t = \begin{cases} 1 & \text{si se produce el producto k en el período t.} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

- Parámetros:

C_t : capacidad disponible en el período t.

Modelos

- a_k : capacidad requerida por cada unidad del producto k.
- c_k^t : costo unitario de producción del producto k en el período t.
- d_k^t : costo unitario de inventario del producto k de t a t + 1.
- e_k^t : costo fijo de producción del producto k en el período t.
- DD_k^t : demanda por el producto k en el período t.

- Función Objetivo:

$$\text{Min } z = \sum_t \sum_k (c_k^t x_k^t + d_k^t h_k^t + e_k^t \delta_k^t)$$



Modelos

- Restricciones:

- Capacidad de la planta:

$$\sum_k a_k x_k^t \leq C_t \quad \forall t.$$

- Se puede producir el producto k en el período t si se paga el costo fijo, y se produce hasta la capacidad (o se puede limitar por la demanda total desde t hasta el horizonte considerado, no hay ventas pendientes).

$$x_k^t \leq C_t \delta_k^t \quad \text{o} \quad x_k^t \leq \delta_k^t \sum_{\theta=t}^T DD_k^\theta \quad \forall k, t.$$



Modelos

- Conservación de flujo:

$$x_k^t + h_k^{t-1} - h_k^t = DD_k^t \quad \forall k, t.$$

- Naturaleza de las variables:

$$x_k^t, h_k^t \geq 0, \delta_k^t \in \{0, 1\} \quad \forall k, t.$$

- Comentarios:

- Al problema se pueden agregar consideraciones de sobretiempo, subcontratación, ventas pendientes, capacidades múltiples y muchas otras cosas.
- Instancias grandes pueden ser difíciles de resolver con optimización directa. Existen heurísticas para encontrar soluciones aproximadas de manera más fácil. Por ejemplo, fijando mediante reglas variables binarias en cero o uno.