DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN70L - Logística y Producción
Sem.: Otoño 2006
Prof: Andrés Weintraub - Daniel Espinoza.
P. Aux: Jaime Miranda

TAREA N^o 1
Fecha de entrega: Martes 11 de Abril

Problemas de Modelamiento Matemático

PROBLEMA 1

Una empresa de mudanzas dispone de M camiones, donde la capacidad del camión i es V_i. Para un día determinado esta empresa ha contratado mudanzas con N clientes distintos. La carga a transportar del cliente j es R_j.

Cada mudanza debe realizarse mediante un único flete y en cada flete no puede llevarse más de una mudanza. Un mismo camión puede hacer varios fletes en el día, siendo L_i el número máximo de fletes diarios que puede hacer el camión i. Si el camión i hace la mudanza del cliente j se tiene un beneficio B_{ij}.

Además, debe tomarse en cuenta que los clientes s y t deben ser atendidos por camiones diferentes y los clientes v y w deben ser atendidos por un mismo camión en viajes diferentes.

Por último, debe considerarse que si el camión M no fuera asignado a mudanza alguna en este día entonces puede contratarse para él un flete interurbano si así conviniera, cuyo destino puede ser La Calera, Valparaíso o Rancagua. El Beneficio del camión M al efectuar este único flete del día está dado por la expresión $B + bx$, donde B y b son constantes y x representa la distancia a recorrer en el viaje. La distancia a La Calera, Valparaíso y Rancagua es D_1, D_2 y D_3 respectivamente.

Con estos antecedentes construya un modelo matemático de programación lineal que asegure atender a todos los clientes y que maximice el beneficio diario de esta empresa.

PROBLEMA 2

Una determinada empresa forestal puede producir L productos distintos y tiene I plantas productivas ubicadas en diferentes zonas, siendo S_{it} la capacidad total de producción de la planta i en el período t sin importar de que tipo de producto se trate. El tipo de producto l tiene un costo de producción de P_l sin importar la planta que lo fabrique ni el período en cuestión. Los productos son demandados por J ciudades diferentes, siendo D_{ljt} la demanda de la ciudad j por el producto l, en el período t. Las demandas deben satisfechas período a período.

Como no existe la posibilidad de almacenar producto en las plantas, la empresa esta estudiando la posibilidad de arrendar bodegas ubicadas en diferentes puntos geográficos. El arriendo de las bodegas se hace período a período, esto quiere decir que si se arrienda la bodega k en el período t, no necesariamente la bodega k debe haber estado arrendada el período $t-1$ o seguir arrendada para el período $t+1$. Hay K posibles bodegas para arrendar. De esta manera, la producción de las plantas se llevará a las bodegas y desde allí se abastecerá a las ciudades. No existe inventario, las bodegas sólo se utilizan para etiquetar los distintos artículos. Si se arrienda la bodega k se incurre en un gasto fijo F_{kt} pesos por el pago del arriendo en el período t. Ahora bien, si se arrienda una bodega por 3 o más períodos consecutivos se recibirá un reembolso de W pesos. Por cada unidad del artículo l que ingresa a la bodega k se gasta E_{tk} pesos por concepto de etiquetación, la capacidad de la bodega k es de Q_k unidades de producto sin importar su tipo.

Además, se sabe que cada unidad debe ser abastecida desde una única bodega en cada período y también se sabe que la bodega k puede despachar como mínimo al total de ciudades que abastezca la cantidad de L_k y como máximo la cantidad de U_k unidades de artículos (del total de artículos que despacha). Si la bodega despacha más de U_k unidades de producto, se le debe pagar un bono extra a los empleados de esa bodega igual a B_k pesos fijos, independiente de la magnitud del exceso.

El costo de transporte del producto l desde la planta i a la bodega k en el período t es de M_{likt} pesos y el costo de transporte desde la bodega k a la ciudad j del producto l en el período t es de N_{lkjt} pesos.

Plantee un modelo de programación lineal mixto que permita determinar que bodegas deben arrendarse para que el costo de producción, transporte, arriendo y almacenamiento sea mínimo.

PROBLEMA 3

Una empresa productora de perfiles de acero desea programar la entrega de P pedidos. El tonelaje asociado al pedido p es T_p. Estos pedidos son realizados por algunos de sus I clientes, donde $P(i)$ es el conjunto de pedidos asociados al cliente i. Para esto la empresa cuenta con un servicio de transporte externo que posee K camiones, siendo C_k la capacidad del camión k, cada uno de los cuales pueden realizar V vueltas durante el día.

La empresa de transporte agrupa los clientes en S zonas de distribución, donde $I(s)$ corresponde al conjunto de clientes pertenecientes a la zona s. Si un camión es cargado en una vuelta con menos de M_s toneladas de productos a la zona s, la empresa cobra un costo D_s fijo, y por sobre ésta cantidad, cobra F_s por tonelada.

Se estima que el camión k demora t_{ijk} minutos en ir desde i (origen o cliente) hasta j (origen o cliente), y que la tasa de carga en la empresa productora de perfiles es de b toneladas por minuto. A su vez, la tasa de descarga de productos para el cliente i es de f_i toneladas por minutos.

Desarrolle un modelo de programación lineal mixto que permita a la empresa de acero decidir qué camiones utilizar en cada vuelta, y cómo cargarlo, de manera de minimizar el costo a la subcontratación del transporte de los pedidos. Considere que la jornada laboral de un camión es de T horas al día.

PROBLEMA 4

Considere una empresa forestal que desea planificar, en un horizonte de T períodos, la cosecha de una de sus áreas de corte. Para esto la ha dividido U unidades homogéneas de menor superficie, cada una caracterizadas por una superficie A_u y una productividad a_{ut} , que corresponde a la cantidad de madera por unidad de superficie que se puede extraer. Cada una de estas áreas está asociada a alguno de los I orígenes de producción definidos por la empresa, siendo $O(i)$ el conjunto de unidades asociadas al origen i. De estos orígenes un subconjunto L es utilizado como cancha de acopio, es decir, se usan para almacenar madera a un costo g_{it} desde el período t al $t+1$. La cancha de acopio i tiene una capacidad para almacenar B_{it} madera en el período t.

Se conoce S destinos para la madera, cuya demanda se ha estimado entre $zmin_{st}$ y $zmax_{st}$ para el destino s en el período t. Para abastecer éstos la empresa debe decidir que caminos construir entre los distintos orígenes. Se considera que un camino construido entre el origen i y el origen j tendrá una capacidad C_{ijt} y un costo de construcción h_{ijt} , en el período t.

Se estima que el precio de venta en el destino s será r_{st} , que el costo de cosecha por unidad de superficie en la unidad u será p_{ut} y que el costo de procesamiento de la madera cosechada en el origen i será q_{it} en el período t. Además, considere que el costo de transporte entre el origen i y el nodo j (origen o destino) es d_{ijt}.

Adicionalmente, por cuestiones ambientales (por ejemplo, preservación de la vida silvestre), la empresa ha adoptado la política de no explotar unidades adyacentes que superen un área máxima de A_{max} unidades de superficie, siendo $V(u)$ es el conjunto de unidades a la unidad u.

Desarrolle un modelo de programación lineal mixta (que incluya variables binaria) qué permita determinar explotar en cada período y la configuración de red de transporte en el horizonte dado.

PROBLEMA 5

Una empresa constructora de circuitos eléctricos ha comprado un brazo mecánico a modo de automatizar su producción. La construcción de cada circuito requiere hacer N conexiones, las cuales están separadas entre sí. Dada ésta separación el brazo demora t_{ij} segundos en ir desde la conexión i a la conexión j. Por último, se sabe que al finalizar la construcción de un circuito, el brazo vuelve a una posición inicial para permitir sacar el circuito de la línea productiva. Formule el modelo que permita encontrar el menor tiempo de construcción de cada circuito a modo de aumentar el nivel productivo de la empresa.