Logística y Producción

Capítulo 8: Logística de Transporte

El Problema del Despacho de Vehículos

- Tipos de Decisiones:
  - Tácticas-Estratégicas:
    - Diseño de flota:
      - ¿Cuántos vehículos?
      - ¿De qué tipo?
      - ¿Flota propia o subcontratada?
  - Operacionales:
    - Asignación de vehículos a tareas o clientes.
    - Ruteo de vehículos.

El Problema del Despacho de Vehículos

- Características Generales:
  - Tipos de Vehículos:
    - Pasajeros:
      - Buses (transporte público).
      - Taxis.
      - Tren.
    - Servicios:
      - Correo.
      - Basura.
      - Emergencia médica.
      - Chilectra.

El Problema del Despacho de Vehículos

    - Productos:
      - Embotelladora (por ejemplo, CCU).
      - Supermercados.
      - Minerales (por ejemplo, Chuquicamata).
      - Bosques.
      - Bencina (por ejemplo, Shell).
  - Flota:
    - Un vehículo.
    - Múltiples vehículos:
      - Vehículos iguales.
      - Vehículos de distinto tipo (costo, capacidad, etc.). Ejemplo: vehículos con compartimientos (COPEC).

El Problema del Despacho de Vehículos

- Relaciones Contractuales:
  - Vehículos propios:
    - Permiten mayor control y seguridad de servicio.
  - Vehículos subcontratados:
    - Permiten descentralización administrativa.
    - Es vital en este caso el tema de los contratos (costo real versus costo de contrato).
  - Sistema mixto:
    - Vehículos propios y subcontratados:
    - Sirve para calcular costos y asegurar el servicio a los clientes más importantes.

El Problema del Despacho de Vehículos

- Número de depósitos:
  - Uno.
  - Múltiples (una o más plantas).
- Número de destinos:
  - Uno.
  - Múltiples (madera: puerto, aserraderos, planta de celulosa.).
- Demanda:
  - Determinística: entregas de una supertienda.
  - Semialeatoria: embotelladora.
  - Aleatoria:
    - En volumen: CCU.
    - En localización: fallas Chilectra.
    - En tiempo de viaje: Shell.

El Problema del Despacho de Vehículos

- Frecuencia de viajes:
  - Múltiples por día: Chuquicamata.
  - De duración de más de un día: Aserraderos Arauco.
- Tiempos de trabajo:
  - Con sobretiempo.
  - Sin sobretiempo.
- Tiempos y distancias de viaje:
  - Conocidos: minería.
  - Estimados: bosque.
  - Aleatorios: ciudad.

El Problema del Despacho de Vehículos

- Objetivos:
  - Minimizar costos reales.
  - Minimizar costos de contrato.
  - Minimizar tiempo de llegada (emergencia).
  - Maximizar la calidad del servicio (clientes atendidos a tiempo).
  - Minimizar el riesgo de no cumplir la demanda.
  - Maximizar beneficio neto.
- Componentes del Costo:
  - Costos fijos:
    - De Capital (depreciación).
    - De operación (sueldos, seguros, patentes, etc.).

El Problema del Despacho de Vehículos

- Costo variables de operación (bencina, mantención, repuestos, etc.).

- Tipos de Ruteo:
  - 1.- De bodega a clientes: los vehículos salen de la bodega, visitan a los clientes y vuelven a la bodega.
    Ejemplos: CCU, Correos, Chilectra y Falabella.
  - 2.- Ida y vuelta entre orígenes y destinos: los vehículos recogen carga en los orígenes y entregan en los destinos. Caso típico de los recursos naturales.
    Ejemplos: cobre, madera y caña de azúcar.

El Problema del Despacho de Vehículos

- Factores adicionales:
  - Camiones con compartimentos para distintos productos: Bancura.
  - Restricciones en la duración de la ruta (por ejemplo, terminar antes de 8 horas).
  - Ventanas de tiempo:
    - Supermercado permite descargar entre 6-8 y 21-23 hrs.
    - Documentos bancarios.
    - Prohibición de entrar al centro en determinadas horas.
  - Relaciones de precedencia fija entre algunos clientes.
  - Tamaño de flota variable.
  - Penalidad por no cumplir con algún cliente (subcontrato).

El Problema del Despacho de Vehículos

- Entregas periódicas, rutas que repiten clientes (por ejemplo, clientes que reciben dos veces por semana).
  - Petróleo.
  - Bebidas.
- Ruteo con inventario:
  - Bombas de bencina: los clientes deben ser atendidos antes que se acabe la bencina.
- Problemas de congestión.
- Ligazón cliente-vehículo.
- Transbordos: camión-tren.
- Costos de ida y vuelta distintos entre clientes.

El Problema del Despacho de Vehículos

- Requerimientos de Información:
  - Sobre Vehículos:
    - Costos.
    - Características técnicas (capacidad, velocidad, etc.).
  - Sobre Clientes:
    - Demandas.
  - Geográfica:
    - Distancias y tiempos de viaje (difíciles de estimar):
      - Si se tienen las coordenadas de los clientes se pueden calcular las distancias euclidianas, siendo los costos proporcionales a éstas.
      - Si se conocen los tiempos (costos) en cada arco de una red computarizada, se pueden calcular las rutas más cortas.

Diseño de Flota

- Características:
  - Se puede basar en la estimación de demandas medias, considerando un margen de error.
  - Para la demanda peak se pueden manejar diversas alternativas:
    - Un número mayor de vehículos en la flota.
    - Postergar demandas.
    - Subcontratación de transporte.
    - Alianzas estratégicas.

Diseño de Flota

- Formas de Solución:
  - Cálculo directo: número aproximado de clientes por vehículo.
  - Simulación: análisis de distintos escenarios.
  - Modelos matemáticos.
  - Ejemplo: Modelo Lineal.
    - Características:
      - Un tipo de vehículo.
      - Un período.
      - Un producto.

Diseño de Flota

- Variables:

x_{ij} : número de viajes desde el origen i al destino j.

N : número de vehículos.

- Parámetros:

a_i : oferta del origen i.

b_j : demanda del destino j.

t_{ij} = estimación del tiempo de viaje desde el origen i al destino j y retorno a algún origen.

α = factor de conversión de horas viajadas a número de vehículos.

Diseño de Flota

$$\sum_i a_i = \sum_j b_j$$

- Formulación:

$$
\begin{aligned}
& Min \quad z = N \\
& s.a. \quad \sum_j x_{ij} = a_i \qquad i = 1,\ldots,m. \\
& \qquad \sum_i x_{ij} = b_j \qquad j = 1,\ldots,n. \\
& \qquad N = \sum_i \sum_j t_{ij} x_{ij} \alpha \\
& \qquad x_{ij} \geq 0.
\end{aligned}
$$

Diseño de Flota

Si x_{ij} = 18,4 viajes en un día y t_{ij} = 2 horas, entonces $x_{ij} \cdot t_{ij}$ = 36,8 horas. Suponiendo que un vehículo trabaja 10 horas netas diarias, se tiene que el tramo (i,j) requiere 3,68 vehículos.

Ruteo de Vehículos

- Formas de Ruteo:
  - Ruteo estático: se planea ruta a comienzo del día.
  - Ruteo dinámico: clientes se agregan en tiempo real.
- Problemas de Implementación:
  - ¿Cómo incorporar información en tiempo real?:
    - GPS (Sistemas de Posicionamiento Geográfico).
    - Comunicación Satelital.
    - Displays gráficos.
  - Robustez y transportabilidad de los métodos.

Ruteo de Vehículos

- Métodos de Solución:
  - Manuales:
    - Basados en la experiencia del operador.
    - Usando mapas, afiches, cartas Gantt, pizarras, etc.
    - Solución por lógica.
  - Heurísticos:
    - Utilización de computadores.
    - Aproximados a la solución óptima.
  - Optimización:
    - Modelos matemáticos.
    - Aproximaciones con heurísticas.

Ruteo de Vehículos

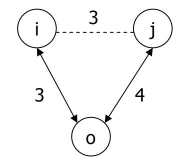
- Métodos Heurísticos Simples:
  - Tipos de heurísticas:
    - Construcción de rutas: añadir arcos mediante algún criterio hasta obtener una solución factible.
    - Mejoramiento de rutas: partir con una solución de ruteo y hacer intercambios de clientes en las rutas para mejorar las soluciones.
    - Agrupar y rutear: primero asignar clientes a vehículos, para luego rutearlos bien (problema del vendedor viajero).

Algunos Métodos...

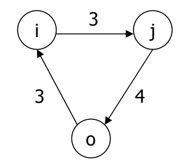
- Construcción de Rutas (Clarke y Wright 1964):
  - Paso 0: Asignar un vehículo por cliente, con costos por cliente $c_{oi} + c_{io}$.
  - Paso 1: Combinar dos clientes para un vehículo tal que $c_{oi} + c_{ij} + c_{jo} < c_{oi} + c_{io} + c_{oj} + c_{jo}$, con una ganancia $s_{ij} = c_{io} + c_{oj} - c_{ij}$.
    Se combinan los clientes con mejor s_{ij}.
  - Paso 3: Los clientes i y j se consideran ahora como un solo cliente. De esta manera se siguen juntando clientes hasta llegar a una solución factible.

Algunos Métodos...

- Ejemplo:



Costo = 3 + 3 + 4 + 4 = 14



Costo = 3 + 3 + 4 = 10

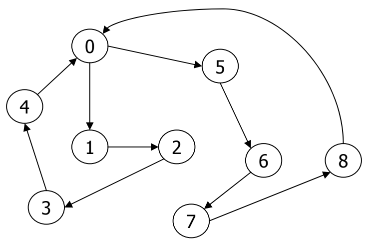
Algunos Métodos...

- Modificaciones al método:
  - Se define una ganancia s_{ij} - θc_{ij}.
  - Al variar el parámetro θ se da peso al costo entre i y j.
  - Se pueden hacer combinaciones de múltiples clientes.

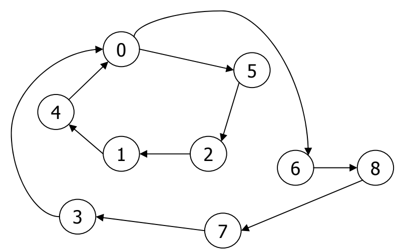
Algunos Métodos...

- Enfoque de Mejoramiento (Lin y Kernigan 1973):
  - Partir con una solución factible (K rutas).
  - Intercambiar 1, 2 o 3 clientes (arcos) y ver si la solución mejora.
  - Se prueban muchas modificaciones.
  - Ejemplo:
    - 8 clientes.

Algunos Métodos...



Intercambiando 3 y 5 ⇒

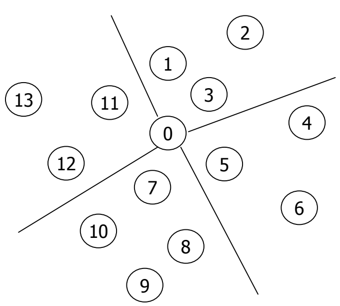


Algunos Métodos...

- Método de Agrupar y Rutear:
  - Los clientes se consideran como puntos en un plano.
  - Fase 1:
    - Se asignan clientes a vehículos en forma polar.
    - Se van sumando clientes en una dirección hasta llenar la capacidad del vehículo.
    - Se puede combinar barrido polar con zonas.
  - Fase 2:
    - Se rutea (problema del vendedor viajero).

Algunos Métodos...

- Ejemplo:



Algunos Métodos...

- Modelo Matemático:
  - Parámetros:

    a_{ik} : uso de capacidad del cliente i.

    b : capacidad de los vehículos.

  - Variables:

    $$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente i es visitado por el vehículo k.} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

  - Restricciones:
    - Capacidad del vehículo:

      $$\sum_i a_{ik} y_{ik} \le b \qquad \forall k. \qquad (1)$$

Algunos Métodos...

- Cada cliente se asigna a un vehículo (K se asignan a la bodega):

$$\sum_k y_{ik} = \begin{cases} K & i = 0. \\ 1 & \forall i \neq 0. \end{cases} \qquad (2)$$

- Naturaleza de las variables:

$$y_{ik} \in \{0,1\} \qquad \forall i,k. \qquad (3)$$

- Función objetivo:

$$Min \;\; z = \sum_k f(y_k)$$

$$y_k = (y_{ok}, \ldots, y_{nk})$$

Algunos Métodos...

en que $f(y_k)$ es el costo del mejor ruteo de los clientes asignados al vehículo k.

Ya que $f(y_k)$ no se puede calcular como una expresión explícita, se reemplaza por una aproximación lineal.

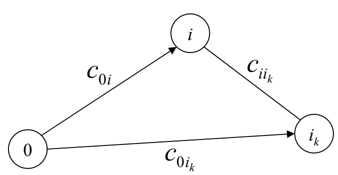
$$\sum_i d_{ik} y_{ik}$$

Se especifican K clientes semilla y se asigna uno a cada vehículo. Éstos puede ser elegidos por diversos motivos, por ejemplo, por estar bien esparcidos en el plano.

Algunos Métodos...

Si suponemos que i_k es el cliente semilla asociado al vehículo k, el coeficiente d_{ik} se calcula como el costo de insertar al cliente i en la ruta del vehículo k.

$$d_{ik} = c_{0i} + c_{ii_k} - c_{0i_k}$$



Algunos Métodos...

Los clientes semilla definen la dirección que tomarán los vehículos (da un sesgo al problema). De esta manera el modelo asigna clientes a los vehículos ya definidos por su semilla.

$$Min \;\; z = \sum_i \sum_k d_{ik} y_{ik}$$

$$s.a. \quad \sum_i a_{ik} y_{ik} \leq b \qquad \forall k. \qquad (1)$$

$$\sum_k y_{ik} = \begin{cases} K & i = 0. \\ 1 & \forall i \neq 0. \end{cases} \qquad (2)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \qquad \forall i,k. \qquad (3)$$

Algunos Métodos...

- Resolución:
  - Relajación lagrangeana de la restricción (1):
    - Queda un problema por cliente.

$$Min \;\; z = \sum_i \sum_k \bar{d}_{ik} y_{ik}$$

$$s.a. \qquad \sum_k y_{ik} = \begin{cases} K & i = 0. \\ 1 & \forall i \neq 0. \end{cases} \qquad (2)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \qquad \forall i,k. \qquad (3)$$

- Se debe elegir, para cada cliente, el vehículo más barato.
- Es fácil de resolver, pero tiene la propiedad de la integralidad. Además, viola la capacidad de los vehículos (Heurística: reasignar clientes).

Algunos Métodos...

- Relajación lagrangeana de la restricción (2):
  - Queda un problema por vehículo.

$$Min \;\; z = \sum_i \sum_k d_{ik} y_{ik}$$

$$s.a. \qquad \sum_i a_{ik} y_{ik} \leq b \qquad \forall k. \qquad (1)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \qquad \forall i,k. \qquad (3)$$

- Para cada vehículo k, se tiene un problema de la mochila. Se puede resolver mediante programación dinámica.

Algunos Métodos...

- Resolución Heurística:
  - Asignar clientes en forma secuencial al vehículo con menor d_{ik} mientras haya capacidad residual.
  - Los clientes se pueden asignar en una secuencia decreciente de la distancia a bodega (el más lejano primero) o en orden decreciente respecto de la diferencia entre asignarlos al mejor o segundo mejor vehículo. Para esto se requiere un preproceso para obtener algunos valores.
  - Se caracteriza por ser miope.

Algunos Métodos...

- Búsqueda Tabú:
  - Definición de vecinos:
    - Cambiar un cliente de una ruta a otra (distintas posiciones).
    - Intercambio de dos clientes de distintas rutas.

    En algunos casos se permiten soluciones infactibles, con penalización.
  - Lista Tabú:
    - Generalmente, no se pueden reasignar clientes a rutas de las que salieron por un número aleatorio de iteraciones (distribución uniforme).

Algunos Métodos...

- Diversificación:
  - Penalizar clientes que se mueven mucho para mover clientes que se han movido poco.
- Simulated Annealing:
  - Movidas similares aTabú.
  - Combinar con heurísticas 2 o 3-opt.
  - Ajuste de parámetros: largo de lista Tabú, penalidades, temperatura, tolerancia, número de iteraciones, diversificación, etc.

Problema del Vendedor Viajero

- Modelo:
  - Un vendedor (camión) debe salir de un origen y visitar un conjunto de clientes para después volver al origen, todo esto a costo mínimo.
  - Variables:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se utiliza arco (i, j).} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

  - Parámetro:

c_{ij} : costo de utilizar el arco (i, j).

S : subonjunto de clientes.

Problema del Vendedor Viajero

- Restricciones:
  - Por cada cliente debe pasar exactamente una vez:

$$\sum_i x_{ij} = 1 \qquad \forall j = 1,\ldots,n.$$

  - De cada cliente debe salir exactamente una vez:

$$\sum_j x_{ij} = 1 \qquad \forall i = 1,\ldots,n.$$

  - Eliminación de subcircuitos:

$$\sum_{(i,j): i\in S, j\in S.} x_{ij} \leq |S| - 1 \qquad \forall 2 \leq |S| \leq n-2.$$

  - Naturaleza de las variables:

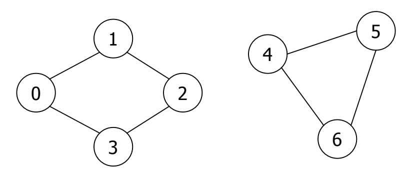
$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j.$$

Problema del Vendedor Viajero

- Función objetivo:

$$Min \;\; z = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

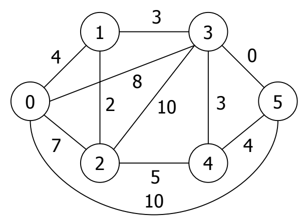
- Ejemplo:



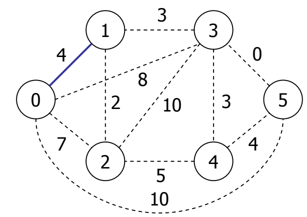
Para evitar lo anterior se debe utilizar la siguiente restricción: $x_{45} + x_{56} + x_{64} \leq 3 - 1 = 2$.

Problema del Vendedor Viajero

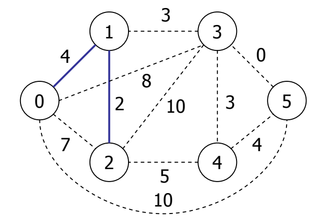
- Formas de Solución:
  - Métodos:
    - 1.- Heurística Simple.
      - Elegir siempre el nodo más barato.
      - O(n^2) cáculos.



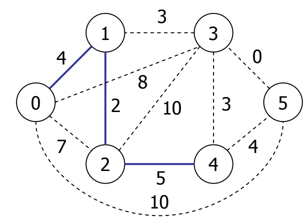
Problema del Vendedor Viajero



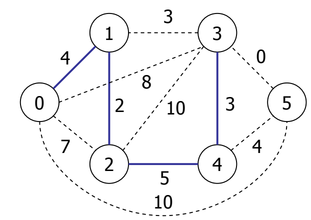
Iteración 1



Iteración 2

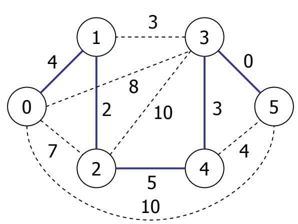


Iteración 3

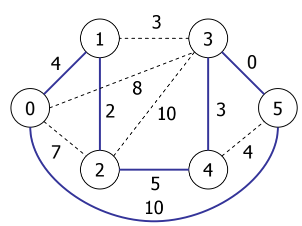


Iteración 4

Problema del Vendedor Viajero



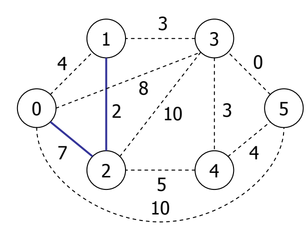
Iteración 5

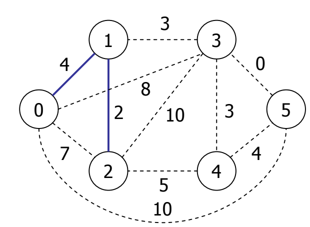


Iteración 6
Costo = 24

Problema del Vendedor Viajero

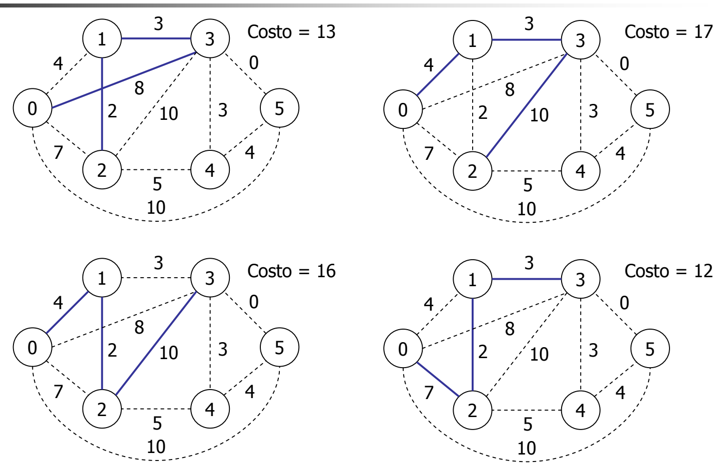
- 2.- Método de Inserción.
  - Se parte con dos nodos y se va insertando el nodo más barato.
  - O(n^2) cálculos.





Si se parte con los nodos 0 y 1,
se agrega el nodo 2.

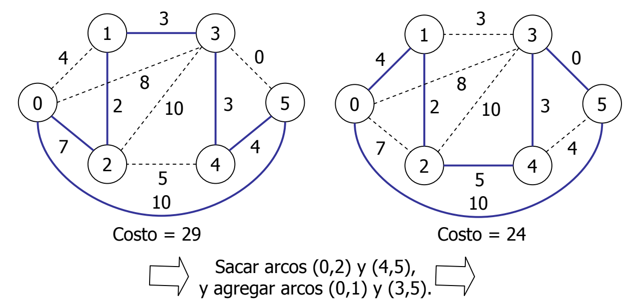
Problema del Vendedor Viajero



Se generan múltiples alternativas
si entra el nodo 3.

Problema del Vendedor Viajero

- 3.- R- opt.
  - Partiendo de un tour inicial se sacan r (r = 1, 2 o 3) arcos de todos los modos posibles y se reconectan las cadenas. Luego se elige la mejor opción.
  - El procedimiento se repite hasta que no haya mejora.



Problema del Vendedor Viajero

- 4.- Técnica Parche.
  - Se resuelve solamente el problema de asignación, es decir, se considera el problema del vendedor viajero sin la restricción de eliminación de subtours.

$$Min \;\; z = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

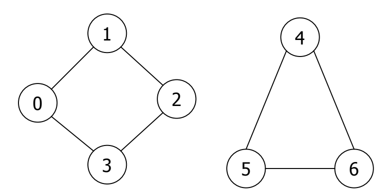
$$\sum_i x_{ij} = 1 \qquad \forall j = 1, \ldots, n.$$

$$\sum_j x_{ij} = 1 \qquad \forall i = 1, \ldots, n.$$

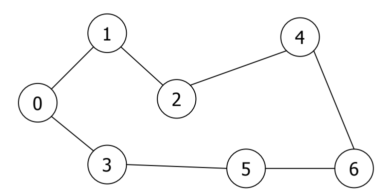
$$0 \le x_{ij} \le 1 \qquad \forall i, j. \qquad \Rightarrow \text{Unimodularidad}$$

  - Luego se busca la mejor forma de unir los subtours.

Problema del Vendedor Viajero



Paso 1: Solución del Problema de Asignación.



Paso 2: Búsqueda de la mejor forma de unir los subtours.

Problema del Vendedor Viajero

- 5.- Metaheurísticas.
  - Simulated Annealing.
  - Búsqueda Tabú: se generan vecinos al mover un cliente de su posición o intercambiando dos clientes.
  - Generan buenos resultados.
- 6.- Programación Dinámica.
  - Notación:

    $f(t/j_1,\ldots,j_k)$: distancia mínima desde el origen al nodo t, pasando por los nodos $j_1,\ldots,j_k$ en cualquier orden.

    $$f(t/\underbrace{j_1,\ldots,j_k}_{j^0}) = Min\ [f(j_s / j^0 - \{j_s\}) + c_{j_s t}]$$

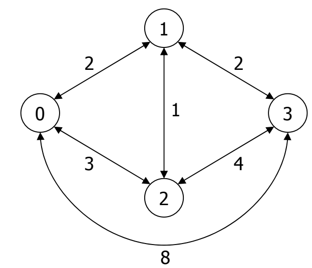
    donde j_s es el último nodo antes de llegar a t.

Problema del Vendedor Viajero

- Condición de borde:

  $f(k/0) = c_{0k}$.
- Desventaja:

  El número de cálculos crece en forma exponencial con n.
- Ejemplo:



Problema del Vendedor Viajero

Iteración 1:	Iteración 2:
$f(1/0)=2$	$f(1/2)=4$
$f(2/0)=3$	$f(1/3)=10$
$f(3/0)=8$	$f(2/1)=3$
	$f(2/3)=12$
	$f(3/1)=4$
	$f(3/2)=7$

Iteración 3:

$$f(1/2,3) = Min\ [f(2/3)+c_{21}, f(3/2)+c_{31}] = Min\ [12+1, 7+2] = 9$$
$$f(2/1,3) = Min\ [f(1/3)+c_{12}, f(3/1)+c_{32}] = Min\ [10+1, 4+4] = 8$$
$$f(3/1,2) = Min\ [f(1/2)+c_{13}, f(2/1)+c_{23}] = Min\ [4+2, 3+4] = 6$$

Problema del Vendedor Viajero

Para volver al nodo 0 se agrega un arco hasta éste.

$$f(1/2,3) + c_{10} = 9 + 2 = 11$$
$$f(2/1,3) + c_{20} = 8 + 3 = 11$$
$$f(3/1,2) + c_{30} = 6 + 8 = 12$$

$\Rightarrow$ Circuitos óptimos: 0-2-3-1-0 y 0-1-3-2-0.

Problema del Vendedor Viajero

- 7.- Branch&Bound.
  - En cada nodo, la solución del problema de asignación entrega una cota.
  - Algunas variables se fijan en 0 o 1.
  - Al haber subtours se agregan restricciones para romperlos (Branch&Cut).

  Nota: se pierde la unimodularidad y la solución LP tiene valores fraccionarios.

Modelos de Ruteo

- Flujo de K Vehículos (extensión del vendedor viajero):
  - Parámetros:

    d_i : carga del cliente i.

    C_k : capacidad del vehículo k.

  - Variables:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ va por el arco } (i,j). \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Modelos de Ruteo

- Restricciones:
  - A cada cliente llega un vehículo:

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=0}^{n} x_{ij}^k = 1 \qquad j = 0,\ldots,n. \quad (1)$$

  - De cada cliente sale un vehículo:

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=0}^{n} x_{ij}^k = 1 \qquad i = 0,\ldots,n. \quad (2)$$

  - El vehículo que entra es el que sale:

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ip}^k - \sum_{j=0}^{n} x_{pj}^k = 0 \qquad p = 1,\ldots,n;\ k = 1,\ldots,K. \quad (3)$$

Modelos de Ruteo

- Cada vehículo sale del origen a un cliente:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0j}^k \le 1 \qquad k = 1,\ldots,K. \quad (4)$$

- Restricción de capacidad:

$$\sum_{i=1}^{n} d_i \left(\sum_{j=0}^{n} x_{ij}^k \right) \le C_k \qquad k = 1,\ldots,K. \quad (5)$$

- Restricciones que rompen los subtours:

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in S} x_{ij}^k \le |S| - 1 \qquad 2 \le |S| \le n-2. \quad (6)$$

- Naturaleza de las variables:

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}$$

Modelos de Ruteo

- Función objetivo:

$$Min \;\; z=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{K}c_{ij}x_{ij}^{k}$$

- Solución:
  - La resolución de este problema es compleja debido al alto número de variables binarias y subtours.
  - Las restricciones (2) y (3) implican la restricción (1), luego se puede eliminar.
  - Si se relaja la restricción (2) el problema queda separado por vehículo.
  - Se debe resolver un problema de ruta más corta con restricción de capacidad.

Modelos de Ruteo

- No se generan subtours, pero sólo tenemos una cota para la solución óptima del problema. Falta una solución factible.
- La solución de la relajación lagrangeana va a violar la restricción (2), un vehículo por cliente. Para encontrar una solución factible se pueden utilizar heurísticas.
- Alternativamente se puede utilizar Branch&Bound.

Modelos de Ruteo

- Formulación de Productos:
  - Variables:

$$x_{ij}=\begin{cases}1 & \text{si algún vehículo va por el arco } (i,j).\\ 0 & \sim\end{cases}$$

$$y_{ij}^{m}: \text{volumen del producto destinado al cliente } m \text{ que pasa por el arco } (i,j).$$

  - Restricciones:
    - A cada nodo entra un vehículo:

$$\sum_{i=0}^{n}x_{ij}=1 \qquad j=1,\dots,n. \quad (1)$$

Modelos de Ruteo

- De cada nodo sale un vehículo:

$$\sum_{j=0}^{n}x_{ij}=1 \qquad i=1,\dots,n. \quad (2)$$

- De la bodega salen a lo más K vehículos:

$$\sum_{j=1}^{n}x_{0j}\le K \qquad (3)$$

- Conservación de flujo del producto:

$$\sum_{i=0}^{n}y_{ij}^{m}-\sum_{l=1}^{n}y_{jl}^{m}=\begin{cases}d_m & \text{si } j=m.\\ 0 & \text{si } j\neq m.\\ -d_m & \text{si } j=0.\end{cases} \qquad (4)$$

Modelos de Ruteo

- En ningún arco se debe exceder la capacidad del vehículo:

$$\sum_{m=1}^{n} y_{ij}^{m} \leq Mx_{ij} \qquad (5)$$

- Naturaleza de la variables:

$$y_{ij}^{m} \geq 0$$

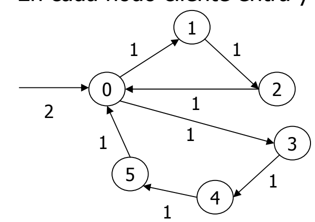
$$x_{ij} \in \{0,1\}$$

- Función objetivo:

$$Min \;\; z = \sum_{i}\sum_{j} c_{ij}x_{ij}$$

Modelos de Ruteo

- Solución por Relajación Lagrangeana:
  - Si se relaja la restricción (5), la capacidad de los vehículos, el problema se parte en dos:
  - 1.- Las restricciones (1), (2) y (3) conforman un problema de flujo:
    - En el nodo 0 entran K vehículos.
    - En cada nodo cliente entra y sale un vehículo.



Modelos de Ruteo

- 2.- La restricción (4) conforma un problema de ruta más corta para cada cliente m.
  - Si w_{ij} es la variable dual asociada a la restricción (5), entonces el problema queda:

$$Min \;\; z = \sum_{i}\sum_{j} w_{ij} \sum_{m} y_{ij}^{m}$$

$$s.a. \qquad \sum_{i=0}^{n} y_{ij}^{m} - \sum_{l=1}^{n} y_{jl}^{m} = \begin{cases} d_m & \text{si } j = m. \\ 0 & \text{si } j \neq m. \\ -d_m & \text{si } j = 0. \end{cases} \qquad (4)$$

  - Que corresponde al camino más corto desde 0 a m con costo w_{ij} en el arco (i,j).

Uso de Modelos

- Requerimientos:
  - Sistemas robustos.
  - Sistemas interactivos.
  - Comunicación en tiempo real:
    - GPS.
    - SIG.
- Consideraciones:
  - Ssitema ad-hoc vs paquete computacional.
  - Heurísticas manuales vs heurísticas programadas vs modelos.
  - Caso que se repite cada día vs caso dinámico.