MICROECONOMÍA I IN701

Profesor Cátedra : Pablo Serra, Nicolás Figueroa
Profesor Auxiliar : Gonzalo Cisternas

Pauta CTP 1

27 de Marzo de 2006

Pregunta 1. El problema de corto plazo que resuelve la firma con insumo $z_3 = \overline{z}_3$ fijo es el siguiente:

$$\begin{aligned} min \quad & w_1 z_1 + w_2 z_2 + w_3 \overline{z_3} && (1)\\ s.a \quad & z_1^{\alpha} z_2^{\beta} \overline{z}_3^{\gamma} \geq q && (2)\\ & z_i \geq 0, i = 1, 2. && (3) \end{aligned}$$

Cuyas condiciones de primer orden y de holgura complementaria son:

$$\begin{aligned} w_1 - \lambda \alpha z_1^{\alpha-1} z_2^{\beta} \overline{z}_3^{\gamma} - \mu_1 = 0 && (4)\\ w_2 - \lambda \beta z_1^{\alpha} z_2^{\beta-1} \overline{z}_3^{\gamma} - \mu_2 = 0 && (5)\\ \lambda (z_1^{\alpha} z_2^{\beta} \overline{z}_3^{\gamma} - q) = 0 && (6)\\ z_i \mu_i = 0, i = 1, 2. && (7) \end{aligned}$$

Con todos los multiplicadores positivos. Por (2) es directo que $\mu_i = 0$, i = 1, 2 y luego, como los precios son estrictamente positivos, se tendrá que λ también lo será. Dividiendo (4) por (5) queda que:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\alpha z_2}{\beta z_1} \tag{8}$$

Despejando z_i, i = 1, 2, de esta última ecuación, y reemplazando en (2), que sabemos es activa, se llega a que las demandas por insumos son:

$$z_1 = q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \overline{z}_3^{\frac{-\gamma}{\alpha+\beta}} (\frac{w_2 \alpha}{w_1 \beta})^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \tag{9}$$

$$z_2 = q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \overline{z}_3^{\frac{-\gamma}{\alpha+\beta}} (\frac{w_1 \beta}{w_2 \alpha})^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \tag{10}$$

Y por lo tanto la función de costos de corto plazo es:

$$C^{\overline{z}_3}(q, w_1, w_2, w_3) = q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} w_1 \overline{z}_3^{\frac{-\gamma}{\alpha+\beta}} (\frac{w_2 \alpha}{w_1 \beta})^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} w_2 \overline{z}_3^{\frac{-\gamma}{\alpha+\beta}} (\frac{w_1 \beta}{w_2 \alpha})^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} + w_3 \overline{z}_3 \tag{11}$$

Que puede escribirse como:

$$C^{\overline{z}_3}(q, w_1, w_2, w_3) = q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \overline{z}_3^{\frac{-\gamma}{\alpha+\beta}}(A_1 + A_2) + w_3\overline{z}_3 \tag{12}$$

Con $A_i = A_i(w_1, w_2, \alpha, \beta)$ constantes, i=1,2. Derivando la expresión anterior con respecto a z_3 e igualando a cero se tiene que:

$$\overline{z}_3 = q(\frac{w_3(1-\gamma)}{(A_1 + A_2)\gamma})^{\gamma-1} \tag{13}$$

Donde se usó que $\alpha + \beta + \gamma = 1$. Reemplazando lo anterior en (12) se tiene que la función de costos de largo plazo queda:

$$C(q, w_1, w_2, w_3) = q(\tilde{A}_1 + \tilde{A}_2 + \tilde{A}_3) \tag{14}$$

Con $\tilde{A}_i = A_i(\frac{w_3(1-\gamma)}{(A_1+A_2)\gamma})^{\gamma}$, i = 1, 2, y, $\tilde{A}_3 = w_3 A_3(\frac{w_3(1-\gamma)}{(A_1+A_2)\gamma})^{\gamma-1}$

Análisis de los resultados: Los costos de corto y largo plazo son crecientes en q. La curva de costos de largo plazo se obtiene de esta forma pues es la envolvente de la curva de costos de corto plazo. Así, no es necesario volver a resolver el problema de optimización con el tercer insumo variable. Es claro además que la función de costos de corto plazo es siempre mayor o igual que la de largo plazo pues para obtener la primera se resuelve un problema de minimización con una restricción adicional (insumo 3 fijo), o, desde un punto de vista económico, no se pueden utilizar todas las combinaciones posibles de insumos para producir q. Lo mismo para costos medios. Además, como la función de producción tiene retornos constantes a escala, se tiene que la función de costos es homogénea de grado uno en q, lo que se demostró analíticamente en este caso. De aquí que la curva de costo medio y costo marginal sea una constante en el largo plazo.