Ejercicios de Microeconomía[1]

Daniel Hojman
Centro de Economía Aplicada (CEA)
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile

Junio 2000

[1]Gran parte de los ejercicios incluidos en esta guía corresponden a controles, guías y tareas del curso IN701 Microeconomía 1 del Magíster en Economía Aplicada, dictado en años anteriores por el profesor Pablo Serra.

Índice General

I. Optimización y Producción

1. Considere el problema:

$$\begin{array}{lrcl} \min & H(x,y,z) & = & 2x^2+(y+z)^2 \\ s.a & x+2y+z & \geq & 9 \\ & x,y,z & \geq & 0. \end{array}$$

   Desarrolle las condiciones de Kuhn-Tucker del problema y encuentre la solución.

2. Considere el problema:

$$\begin{array}{lrcl} & \max \quad H(x,y) & = & ax+by \\ s.a & (x-1-c)^2+y^2 & \leq & 1 \\ & (x-1+c)^2+y^2 & \leq & 1 \\ & x,y & \geq & 0. \end{array}$$

   donde $c \in [0,1]$.

   (a) Dibuje el conjunto factible cuando $c = 0.5$.
   (b) Establezca las condiciones de K-T para la versión general del problema.
   (c) Para el caso $c = 0.5$ y $a = b = 1$ resuelva el problema. Haga lo mismo si $a = 1$ y $b = 2$. Ilustre las soluciones con un diagrama.
   (d) Cuando $a = 0$ y $b = 2$, ¿qué ocurre si c tiende a 1?

3. Analice las condiciones de necesidad de K-T el siguiente problema de programación lineal (PPL):

$$\begin{array}{lrcl} \max & H(x,y,z) & = & 10x+6y+3z \\ s.a & 12x+7y+4z & \leq & 84 \\ & x,y,z & \geq & 0. \end{array}$$

   ¿Cuál es la solución del problema?

4. Una empresa manufacturera puede producir segadoras mecánicas y segadoras manuales. Existen tres tipos de capacidad en planta: capacidad de máquinas, capacidad de aspas y capacidad de armado.

   La producción de una segadora manual requiere, además de trabajo y materiales, 1 unidad de capacidad de aspas y 1 unidad de capacidad de armado. La producción de una segadora mecánica requiere además de trabajo y materiales, una unidad de capacidad de máquinas, 1.25 unidades de capacidad de aspas y 2 unidades de capacidad de armado. La firma tiene 200 unidades de capacidad de máquina, 375 unidades de capacidad de aspas y 495 unidades de capacidad de armado.

   (a) Suponga que el margen que queda por la venta de una segadora mecánica es \$ 75,000 y el que queda por la venta de una segadora manual es \$ 30,000. Plantee el problema de programación lineal de maximización fe utilidades en la empresa.
   (b) Resuelva el problema ilustrando el conjunto de restricciones y las líneas de isorentabilidad, identificando las actividades con niveles positivos en una solución básica óptima, y resolviendo las ecuaciones apropiadas para determinar esta solución. Alternativamente se puede resolver el problema usando las condiciones de K-T.

5. Una empresa petrolera extrae dos crudos (A y B) de petróleo, que utiliza para producir diesel y bencina. Los precios internacionales del diesel y la bencina son US$250 y US$300 el barril, respectivamente. La capacidad de la empresa le permite extraer anualmente 175,000 unidades del crudo A y 100,000 unidades del crudo B. Un barril de diesel requiere 7 unidades del crudo A y 3 unidades del crudo B. Por otra parte, un barril de bencina requiere 5 unidades del crudo A y 6 unidades del crudo B. Además, la empresa cuenta con dos máquinas independientes y especializadas para procesar el diesel y la bencina por separado. La máquina que procesa el diesel tiene una capacidad de 22,500 barriles al año, mientras la máquina que procesa la bencina tiene una capacidad de 15,000 barriles al año.

   (a) Encuentre la producción óptima de diesel y bencina, y los multiplicadores de Lagrange asociados al problema. Grafique la solución y dé una interpretación del significado económico de los multiplicadores de Lagrange.

   (b) La firma estudia la posibilidad de producir combustible para aviones, el cual se vende a un precio US$$R$ por barril. La producción de 1000 barriles de este combustible utiliza un $k_1\%$ de las unidades del crudo A disponibles y un $k_2\%$ de las unidades disponibles del crudo B. Encuentre la condición sobre R, k_1 y k_2 que hace conveniente para la empresa producir combustible para aviones.

6. Analice la siguiente situación, usando una mezcla de los teoremas de programación lineal, economía elemental y sentido común.

   En una cierta ciudad existen tres firmas que producen el mismo bien. Para ello emplean capacidad de planta (medida en horas-máquina) y trabajo. La tecnología en cada firma es del tipo Leontieff, es decir, existe un número finito de actividades con retornos constantes a escala disponibles.

   La tecnología varía de una firma a otra. La capacidad en las tres firmas está fija en el corto plazo a niveles b_1, b_2 y b_3, respectivamente.

   (a) Plantee esquemáticamente el problema de programación lineal (PPL) que maximiza la producción total de las tres firmas, suponiendo que no hay alternativas de empleo disponibles para los trabajadores y que éstos se pueden mover libremente de una firma a otra. (Sin embargo la capacidad de cada firma está fija y no se puede traspasar de una firma a otra).

   (b) Interprete los precios sombra en este problema de programación lineal.

   (c) ¿Qué pasa si la oferta de trabajo es muy grande comparada con la disponibilidad de horas máquina? O si es muy pequeña? (Explicite sus supuestos).

   (d) ¿Es posible que una firma en particular no produzca en la solución óptima? ¿Cuál es el mayor número de actividades que tendrían que operar a niveles positivos en una firma para alcanzar el óptimo? Explique.

   (e) Suponga ahora que el precio del producto es p, y otros empleadores en la ciudad ofrecen un salario w a los trabajadores. Plantee el problema de maximizar el valor, neto de los costos de mano de obra, de la producción total de la industria. Describa la relación entre este P.P.L. y el anterior.

7. Sea $(q_1, ..., q_m)$ una lista de productos, $(x_1, ..., x_n)$ una lista de insumos, y a_{ij} la cantidad de insumo i requerida para producir una unidad del producto j. El conjunto T de producciones posibles está definido por los pares (x, q) para los cuales x contiene al menos la cantidad requerida de insumos para producir q.

   (a) Escriba en ecuaciones la relación $(x, q) \in T$.

   (b) Para la tecnología definida anteriormente demuestre que se cumple cada uno de los axiomas de producción discutidos en los apuntes, o bien derive las restricciones que es necesario imponer en los a_{ij} para que el axioma se satisfaga.

(c) Suponga que $m = 2$. Dibuje un diagrama ilustrando la forma típica de los pares (q_1, q_2) que es posible producir a partir de una cantidad x de insumos. Suponga que todos los axiomas se cumplen.

(d) Cambie la interpretación y suponga que los qj representan cantidades de procesos alternativos de elaboración de un mismo producto. Suponga que $n = 2$, dibuje un diagrama ilustrando la forma típica del conjunto de pares (x_1, x_2) con los cuales es posible producir una unidad del producto. Suponga que todos los axiomas se cumplen.

8. Todas las firmas de una industria particular tienen el mismo tipo de capacidad, la cual puede ser usada para producir 3 productos, 1, 2 y 3. Producir una unidad del bien i requiere a_i unidades de capacidad y mano de obra y materiales por un valor c_i. Al decidir su estructura productiva, cada firma considera que los precios p_i no son influenciados por sus propias decisiones.

   (a) Establezca el problema de programación lineal para determinar la mezcla óptima de producción en la firma j, cuya capacidad es K_j.

   (b) Describa la solución de este problema considerando todos los casos posibles (suponga que los a_i, c_i y p_i son todos positivos).

   (c) Suponga que si no se produce nada del bien i su precio es extraordinariamente alto, pero si toda la capacidad de la industria se dedica a la producción de i entonces $p_i < c_i$. Describa el equilibrio de la industria, suponiendo que todas las firmas son tomadoras de precio (pero el precio es afectado por la oferta de la industria).

9. Suponga que para producir pan, se necesitan dos factores de producción: Materias Primas (M) y Trabajo (L). Se sabe que las siguientes combinaciones (M, L) permite producir $10kg.$ de pan: $(5, 4)$, $(1, 4)$, $(4, 1)$, $(3, 3)$, $(4, 3)$, $(3, 4)$.

   ¿Cuáles de estos puntos NO pertenece(n) a la función de producción del pan?

10. Considere una economía con 2 períodos en la cual hay tres bienes distinguibles: Trabajo, Trigo y Pan. En cada período hay una oferta inelática de 100 unidades de trabajo. El trigo sólo se produce en el primer período, pero se puede almacenar para el segundo. El pan, único bien final, se produce en ambos períodos, existiendo dos formas de hacerlo. La tecnología del país está caracterizado por la siguiente matriz de actividades

Actividad	X	Y	Z
Pan	0	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$
Trigo	1	-1	-1
Trabajo	-1	-2	-1

En el segundo período la tecnología es la misma, a excepción de la producción de trigo que no está disponible. Además, existe la actividad almacenamiento de trigo (Z), la cual provee la única conexión tecnológica entre los eventos de los 2 períodos. Sus coeficientes son:

Trigo período 2: 9
Trigo período 1: -9
Trabajo período 1: -1

Actividades para deshacerse sin costo de todos los bienes también están disponibles.

   (a) Caracterice las posibilidades de producción en el primer período de esta economía. Ilustre su respuesta con un diagrama.

(b) Caracterice las posibilidades productivas del segundo período bajo el supuesto de que se almacenan 75 unidades de trigo en el primer período. Ilustre su respuesta con un diagrama apropiado.

(c) Caracterice las combinaciones de producción final, pan en el primer período y pan en el segundo período, que son eficientes ¿Es posible que se usen métodos de producción de pan distintos en cada período?

11. Una firma vende su producción en tres mercados distintos, en los cuales enfrenta funciones de demanda de pendiente negativa. Una producción fija Q es distribuida entre esos mercados de modo de maximizar el retorno total.

    (a) Escriba y explique las condiciones de K-T para este problema.

    (b) Suponga que intermediarios pueden obtener ganancias trasladando bienes de un mercado a otro si el precio excede el costo de transporte entre los mercados. Reformule el problema y escriba las nuevas condiciones de K-T.

II. Costos

1. Producción y Costos.

   (a) Considere una firma que produce un bien a partir de un único insumo z. Grafique y explique el conjunto de producción, la función de costos, la función de costos medios y marginales, y la oferta competitiva de la firma cuando:

      1. La tecnología presenta rendimientos decrecientes a escala;
      2. La tecnología presenta rendimientos constantes a escala;
      3. La tecnología presenta rendimientos crecientes a escala para valores pequeños de z y rendimientos decrecientes para el resto de los valores de z. Dé un ejemplo económico concreto que pueda describirse con esta tecnología.

   (b) Suponga ahora que existe un costo fijo en la producción del bien. Asuma que los costos variables son convexos.

      1. ¿A qué podría deberse la presencia del costo fijo?
      2. Grafique y describa la oferta cuándo no existen costos hundidos, cuando existen costos hundidos y cuando existen costos parcialmente hundidos.

   (c) Considere ahora que el bien se produce utilizando dos insumos z_1 y z_2, cuyos precios son respectivamente w_1 y w_2. Asuma que existen rendimientos decrecientes a escala.

      1. Grafique la función de costos de largo plazo y la función de costos de corto plazo que corresponde a la función de costos cuando $z_2 = \overline{z}_2$ fijo, para distintos valores de $\overline{z}_2$.
      2. ¿Cómo obtendría la función de costos de largo plazo de la firma a partir de la función de costos de corto plazo? Muestre analíticamente que la función de costos de largo plazo es la envolvente geométrica de la función de costos de corto plazo (para distintos valores de $\overline{z}_2$) y que lo mismo se cumple para la función de costos medios. Dé una interpretación económica a este resultado.

2. Se construirá una red de cáminos para conectar dos ciudades satélites A y B con la capital C. La distancia en línea recta entre A y C es igual a la distancia en línea recta entre B y C, y los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ definen un ángulo recto.

   Suponiendo que los costos de construcción dependen linealmente de la longitud del camino, encuentre y grafique la red de caminos que minimiza el costo de construcción y muestre que existen rendimientos crecientes a escala "en la conexión de ciudades". Justifique intuitivamente este resultado.

3. Considere la función de producción:

$$q = \left(x_1^{\frac{1}{2}} + x_2^{\frac{1}{2}}\right)^2 \qquad x_1, x_2 \geq 0.$$

   (a) Derive la función de costo marginal y las funciones de demanda por insumos.

   (b) Obtenga la función de costo total $\phi(q, r_1, r_2)$.

   (c) Verifique que ϕ es linealmente homogénea en r_1 y r_2

   (d) Verifique que las curvas de demanda condicional por insumos tienen pendiente negativa.

   (e) Verifique las propiedades derivativas.

4. Derive las funciones de costo de las siguientes funciones de producción:

   (a) $q = Min\left[\dfrac{x_i}{a_i}\right]_i$

(b) $q = \sum_i a_i x_i$

(c) $q = (x_1^2 + x_2^2)^{\frac{1}{2}}$.

5. *Preguntas breves*:

   (a) La función de producción de una firma está dada por $f(L,K) = \min\left(\dfrac{L}{2}, \dfrac{K}{2}\right)$. El precio de una unidad de trabajo es 1, y el por unidad de capital utilizado es 2. Suponga que en el corto plazo $K = 100$. Grafique las curvas de costos totales, costos medios y costos marginales de la firma en el corto y largo plazo.

   (b) Dibuje y explique la curva de costos marginales y costos medios de largo plazo para una firma con retornos decrecientes a escala.

   (c) ¿Qué forma tiene la función de costos y las funciones condicionales de demanda cuando la tecnología de la firma presenta retornos constantes a escala?. Demuéstrelo. En este caso particular ¿cómo afecta al costo marginal λ un cambio en el precio r_i de un insumo?. Derive la expresión $\dfrac{\partial \lambda}{\partial r_i}$.

6. En una industria competitiva donde todas las firmas son idénticas, la producción del bien se realiza con la siguiente tecnología

$$K^\alpha L^\beta$$

   donde K y L denotan el capital y trabajo empleados por cada firma y $\alpha + \beta < 1$.

   (a) ¿Cuál es el número de firmas en el **largo plazo**?

   (b) Repita (a) si $\alpha + \beta > 1$.

7. El producto de una firma está determinado por la siguiente función de producción

$$f(z_1, z_2, z_3) = z_1^\alpha z_2^\beta z_3^\gamma$$

   donde z_i es la cantidad del insumo i ($i = 1, 2, 3$) y $\alpha, \beta, \gamma > 0$, con $\alpha + \beta + \gamma = 1$. Suponga que los insumos 1 y 2 son variables en el corto y largo plazo, mientras que el insumo 3 es variable sólo en el largo plazo. Encuentre las curvas de costos marginales y costos medios de corto y largo plazo. Grafique sus resultados y explique.

8. Considere la función de producción:

$$q = Min\left(m, k^a, l^b\right) \qquad a, b > 0,$$

   donde q es la producción, m materias primas, k capital y l trabajo:

   (a) Obtenga la función de costo total y verifique las propiedades derivativas.

   (b) Verifique la función de costos es linealmente homogénea y cóncava a los precios de los insumos.

   (c) ¿Cuáles de los insumos son "normales"? ¿Cómo afecta el aumento del precio de un insumo al costo marginal.

   (d) Interprete la función de producción.

9. Considere una firma competitiva que produce un sólo bien con una función de producción cóncava y linealmente homogénea. Diferencie las condiciones de primer orden en la minimización de costos para obtener expresiones caracterizando las derivadas de las funciones condicionales de demanda.

$$\frac{\partial x_i}{\partial r_j} > 0, \qquad i, j = 1, 2.$$

Encuentre las elasticidades de sustitución en estas expresiones de modo de mostrar que a mayor elasticidad de sustitución mayor $\frac{\partial x_1}{\partial r_2}$.

10. La industria de helados enfrenta una demanda altamente estacional razón por la cual es necesario dividir el año en 2 períodos de igual extensión, uno de alta (A) y otro de baja (B). En la industria existen rendimientos constantes a escala y la función de producción está dada por $q = (KL)^{\frac{1}{2}}$, donde K es capital y L trabajo. El empleo se ajusta a las necesidades de cada período, no así el capital cuyo monto permanece constante en el transcurso del año.

    (a) Probar que la función de costos de una firma está dada por:

    $$\phi(q_A, q_B, w, r) = 2(wr)^{1/2}(q_A^2 + q_B^2)^{1/2}$$

    donde w es el salario de un período y r la renta anual de los servicios del capital.

    (b) Mostrar que ϕ cumple con la propiedades vistas en clase.

    (c) Demostrar e interpretar los siguientes resultados:

    $$\frac{\partial \lambda_A}{\partial q_B} > 0, \qquad \frac{\partial \lambda_B}{\partial q_A} > 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial q_A \partial q_B} < 0.$$

11. Una firma dispone de dos opciones tecnológicas de producción (A y B), los costos totales asociados a cada una de ellas son los siguientes:

$$\begin{aligned} C_A(q) &= 10 + 3q \\ C_B(q) &= q^2 \end{aligned}$$

donde q es la cantidad producida por período.

Ambas tecnologías permiten producir como máximo 10 unidades del bien por período de producción.

Para cada una de las situaciones indicadas determine cuál será la tecnología que la firma escogerá para producir. Las tecnologías son excluyentes entre sí. Justifique claramente su respuesta.

    (a) La firma decide producir 3 unidades del bien.
    (b) La firma decide producir 8 unidades del bien.
    (c) El precio de mercado del bien es de 4 (u.m).
    (d) El precio de mercado del bien es de 10 (u.m).

12. Una empresa generadora de electricidad puede hacerlo desde 5 plantas diferentes, cada una de las cuales tiene las siguientes capacidades y funciones de costos:

Planta	Costo	Capacidad
1	$8q_1^2$	20
2	$0.25q_2^2 + 3q_2$	ilimitada
3	$6q_3$	ilimitada
4	q_4	10
5	$0.5q_5^2 + 2q_5$	ilimitada

(a) Para cada nivel de producción ¿cuál es la asignación de generación a cada planta?

(b) ¿Cuál es la curva de costo marginal de la compañía?

(c) Muestre para cada nivel de producción, cuando la firma entrega a las plantas el costo marginal obtenido en (b) como precio y luego las plantas maximizan utilidades, entonces se obtiene la asignación óptima.

(d) Comente acerca de la relevancia del resultado anterior. Discuta condiciones bajo las cuales no se cumpliría.

13. Una empresa generadora de energía tiene una demanda fuertemente concentrada en las 8 horas de punta. La demanda en las 16 horas restantes es bastante menor. La empresa tiene dos alternativas de generación de energía. La primera es energía hidroeléctrica. Un KWh de potencia instalada cuesta \$ 900.000 y el costo operacional de producir un KW es \$ 12.

    La segunda alternativa es instalar plantas termoeléctricas. En este caso la inversión es de \$450.000 para cada KWh de potencia y el costo operacional es de \$21 por KW.

    Suponga que la tasa de interés es 10% y que los equipos duran para siempre.

    (a) Encuentre costos de largo plazo totales en función de q_1 y q_2, donde q_1 (q_2) denota la demanda en KW por hora durante el período de punta (no punta). Suponga que $q_1 > q_2$.

    (b) Suponiendo que $q_1 > q_2$, encuentre los costos marginales de largo plazo.

14. Derive la función de beneficios para la tecnología caracterizado por:

$$f(x) = \begin{cases} \log x & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

    ¿Qué propiedades tiene esta función de beneficios?

III. Teoría del Consumidor

1. Suponga que las preferencias de un individuo están caracterizadas por la siguiente función de utilidad:

$$u = q_1^a q_2^{1-a}$$

   Muestre que las curvas de Engel son líneas rectas (la curva de Engel indica el consumo como función del ingreso).

2. Un consumidor tiene la siguiente función de utilidad:

$$u(x_1, x_2) = -\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}$$

   donde x_i representa el consumo del bien i.

   (a) Derive las funciones de demanda de mercado como función de los precios p_1, p_2 y el ingreso y. ¿Qué efecto tiene un aumento de p_2 en la demanda x_1?

   (b) Use las funciones de demanda de mercado para mostrar que la función de utilidad indirecta es:

$$v(p, y) = \frac{(p_1^{\frac{1}{2}} + p_2^{\frac{1}{2}})^2}{y}$$

   (c) Derive la función de gastos $e(p, u)$ a partir de $v(p, y)$.

   (d) Derive las funciones de demanda compensada a partir de $e(p, v)$.

3. La utilidad de un individuo depende del consumo de dos bienes x e y, y viene dada por

$$u(x, y) = x + b \log y.$$

   El precio del bien x es p, el precio del bien y es 1 y el individuo percibe un ingreso W.

   (a) Encuentre las demandas marshallianas y la función de utilidad indirecta.

   (b) Suponga ahora que el individuo puede aumentar sus ingresos produciendo un bien que será exportado a China (no es consumido por el individuo). Para producir este bien, debe incurrir en un costo fijo $F < W$ que le permite comprar una patente. La producción del bien está dada por $z^{\frac{1}{2}}$, donde z es el capital que el individuo contrata a un precio r. El precio del bien exportable es A.

      1. Determine el monto z^* escogerá el individuo.
      2. ¿Cómo cambia el ingreso del individuo y las demandas por los bienes x e y?

   (c) Suponga ahora que el individuo tiene dos alternativas **excluyentes**. La primera es destinar el monto F a comprar la patente y producir el bien exportable. La segunda es destinar los mismos recursos para adquirir el derecho de compra preferencial sobre el bien x. Si el individuo compra este derecho, podrá comprar el bien x a un precio $p\prime < p$. ¿Para qué valores de $p\prime$ el individuo representativo preferirá la segunda alternativa?

4. Un consumidor tiene la siguiente función de utilidad:

$$u(x_1, ..., x_2) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \log x_i \qquad \text{con } \alpha_i > 0, \ \forall i.$$

   (a) Derive las funciones de demanda Marshallianas del consumidor y su función de utilidad indirecta resolviendo el problema de maximización de utilidad sujeto a la restricción de presupuesto. Interprete el parámetro α_i.

(b) Resuelva ahora el problema dual (minimizar el gasto) y encuentre nuevamente las demandas marshallianas y la función de utilidad indirecta.

(c) Derive la función de gasto y las funciones de demanda compensada.

(d) Suponga que la cantidad del bien n que se puede comprar está racionada a $\overline{x}$ unidades, siendo $\overline{x}$ menor a lo que demandaría el consumidor sin racionamiento. ¿Cuáles son las funciones de demanda y la función de utilidad indirecta?

(e) Manteniendo los supuestos de (c), derive una expresión para el ingreso que debe transferirse al consumidor racionado para dejarlo en el mismo nivel de bienestar que obtiene cuando no está racionado.

5. (LSE, 2000) Un habitante típico del principado de Times New Roman (TNR) tiene función de utilidad idéntica a la considerada en el problema anterior. El principado de Times New Roman es considerando ingresar en la Comunidad Europea (CE). Si ello ocurre, se estima que el precio de la leche subiría hasta ocho veces el precio previo a la entrada mientras que el precio del vino caería en un 50%.

   (a) ¿Qué condición debe imponerse sobre los parámetros α_i de la función de utilidad para asegurar que un habitante típico ganará con la entrada a la CE? Hint: Variación Compensatoria.

   (b) Se sabe que aún cuando los habitantes de TNR tienen preferencias de la misma forma funcional, sus gustos difieren: los times new romaninos del Norte gastan un 34% de su presupuesto en leche y apenas un 2% en vino, mientras que los del Sur gastan sólo un 4% en leche y un 32% en vino!!! El número de sureño es 8 veces superior al de nortinos, pero el ingreso de un nortino es cuatro veces superior al de un sureño. ¿Debiese entrar Times New Roman a la Comunidad Europea?

6. (CTP 2, 1996) Supongamos que un consumidor tiene una función de gastos de la forma:

$$e(p,u) = cte * ug(p)$$

   ¿Qué forma tiene su función de utilidad?

7. La función de utilidad de un consumidor está dada por:

$$u(c_1, c_2) = v(c_1) + v(c_2), \qquad v'(0) > 0.$$

   donde c_i es el consumo del bien i.

   (a) ¿Los bienes son sustitutos o complementarios?

   (b) Suponga que las preferencias de un consumidor están representadas por la siguiente función de utilidad indirecta.

$$u = v(y, p_1, p_2)$$

   donde y es el ingreso y p_i el precio del bien i. El ingreso y del individuo está dado por:

$$y = e_1 p_1 + e_2 p_2$$

   donde e_i es la dotación inicial del recurso i. ¿Cómo un cambio marginal en el precio del bien i afecta la utilidad del individuo?

   (c) En el análisis de equilibrio general, el ingreso y de un consumidor depende del valor de su capital (humano y otros), que a su vez dependen de los precios:

$$y(p) = p^T w = \sum_{i=1}^{n} p_i w_i$$

   donde pi denota el precio de los servicios del capital i y wi la dotación inicial de este recurso que posee el individuo. Derive la ecuación de Slutsky en este caso (si desea apóyese en gráficos).

(d) Un individuo que maximiza sus utilidades en un mundo de 2 períodos es un deudor neto en el primer período. Si aumenta la tasa de interés, esta persona debiera disminuir la cantidad que pide prestada en el primer período. Comente esta afirmación.

8. Las preferencias de un individuo representativo dependen del consumo dos bienes x e y, y están dadas por

$$u(x, y) = x^{\alpha} y^{1-\alpha}.$$

El ingreso del individuo es I y los precios de cada bien son p_x y p_y respectivamente.

Muestre analíticamente que el individuo prefiere un impuesto a mano alzada T que un impuesto específico al bien x (porcentaje fijo del precio pagado) que recauda lo mismo.

9. Un individuo vive por dos períodos y tiene la siguiente función de utilidad

$$u(c_1, c_2) = \log(c_1) + \beta \log(c_2)$$

donde c_i corresponde al consumo en el período i ($i = 1, 2$) y $\beta > 0$. El individuo nace sin activos pero recibe un ingreso y en cada período. Durante el primer período puede prestar (depositar su ahorro) o pedir crédito a una tasa de interés r dada. Al morir, el individuo no deja deudas ni herencia.

(a) Escriba la restricción de presupuesto y el plan de consumo óptimo para el individuo. ¿Bajo qué condiciones el individuo deposita o presta durante el primer período? Explique.
(*Hint:* considere $\sigma \equiv \beta(1 + r)$ y analice la última pregunta en términos de σ).

(b) Considere el modelo anterior, pero suponga que en el período 1 el individuo puede aumentar el ingreso que percibe en el segundo período invirtiendo en educación. Si el individuo decide gastar un monto z en educación, el ingreso adicional que percibe en el segundo período será

$$\Delta y = k z^{\frac{1}{2}}$$

donde k es un parámetro positivo. Describa el nuevo plan óptimo del individuo.
(*Hint*: Resuelva el problema para un nivel de inversión en educación z dado y encuentre luego la inversión óptima z^*)

(c) Suponga que el gobierno decide subsidiar una fracción s del gasto que el individuo realiza en educación durante el primer período (por cada peso gastado en educación, el estado subsidia s). Cómo cambian los consumos óptimos en cada período y el la inversión óptima en educación $z^*(s)$.

10. Un consumidor tiene una función de utilidad $u(c, e) = ce^2$ donde c son las unidades de consumo (en bienes físicos) y e es el ocio. Sea p el precio del bien de consumo y w el salario.

(a) Derive la función de oferta de trabajo del consumidor y las funciones de demanda por bienes de consumo y ocio. Suponga que el consumidor no tiene otro ingreso que el salario.

(b) Discuta cómo su respuesta (a) se ve modificada si una fracción s del gasto en consumo está cubierto por un programa de subsidios hasta un máximo de c_0 unidades. Ilustre el óptimo del consumidor con un diagrama apropiado.

(c) Discuta el efecto de una reducción en el límite c_0 del subsidio, y de una reducción en la tasa de subsidio s.

11. Considere un individuo con la siguiente función de utilidad:

$$u(x, y) = x^a y^{1-a}, \qquad 0 < a < 1$$

Al individuo le ofrecen hacerse miembro de una cooperativa, lo cual le permitiría adquirir el bien x con un 10% de descuento con respecto al precio de mercado. ¿Cuánto está dispuesto a pagar para ser miembro de la cooperativa? ¿La cantidad que está dispuesto a pagar que relación guarda con el excedente del consumidor?. Ilustre su respuesta con un gráfico.

12. Las preferencias de un consumidor cuyo ingreso denotamos y están representadas por la siguiente función de utilidad:

$$x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} x_3^{\beta_3}, \qquad ß_i > 0.$$

donde los x_i son sus consumos y los β_i parámetros.

Sin pérdida de generalidad suponga que $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$ (¿por qué?). Además, si le parece conveniente use el logaritmo de la función de utilidad.

(a) Derive las funciones de demanda.

(b) Derive la función de gasto.

(c) Muestre que las derivadas de la función de gasto son las demandas obtenidas en (b) para los niveles apropiados de gasto.

(d) Verifique el Teorema de Slutzky.

(e) Verifique que las elasticidades propias son negativas.

13. Considere una economía en la que todos los consumidores tienen idéntica función de utilidad $u(q)$, donde q es la canasta de bienes. Suponga que $u(q)$ es creciente en cada uno de sus argumentos. Cada consumidor elige su canasta de consumo de manera de maximizar su utilidad, dados el vector de precios p y su ingreso.

Sea $e(p, u)$ la función de gasto de un consumidor. Para un cambio en los precios de p_0 a p_1 (ambos vectores estrictamente positivos) los siguientes índices de reales de costo de vida pueden definirse para esta economía.

$$T^L = \frac{e(p_1, u_0)}{e(p_0, u_0)} \qquad \text{(Indice de Laspayres)}$$

$$T^P = \frac{e(p_1, u_1)}{e(p_0, u_1)} \qquad \text{(Indice de Paasche)}$$

donde $u_i = u(q_i)$ representa la utilidad del consumidor para la canasta q_i, que maximiza su bienestar cuando los precios están dados por el vector p_i $(i = 0, 1)$.

(a) Muestre que los índices de costos de vida convencionales

$$I^L = \frac{q_0^T p_1}{q_0^T p_0} \qquad \text{(Laspayres)}$$

y

$$I^P = \frac{q_1^T p_0}{q_1^T p_1} \qquad \text{(Paasche)}$$

satisfacen $I^L > T^L$ y $I^P < T^P$.

(b) ¿En qué sentido pueden T^L y T^P ser considerados índices de costo de vida?

14. En un país pequeño existen sólo dos bienes: cerveza y pizza. Los siguientes son los precios y las compras agregadas en dos años diferentes:

Año	**Precios**		**Cantidades**	**Compradas**
	Pizza	*Cerveza*	*Pizza*	*Cerveza*
1995	3.00	6.00	100	50
1998	4.40	5.60	70	70

(a) Calcule los índices de Laspeyres y Paasche. ¿Cuánto han subido los precios entre 1995 y 1998?

(b) ¿Los consumidores están mejor o peor en 1998?

(c) Suponga que un consumidor amante de la cerveza compró 4 pizzas y 8 cervezas en 1995, mientras que en 1998 compró 3.5 pizzas y 9.75 cervezas. ¿Está mejor o peor este consumidor en 1998?

(d) ¿Qué enseñanza señalaría a partir diferencias en sus respuestas (b) y (c)?

15. El siguiente sistema de ecuaciones ha sido propuesto por un econometrista como un modelo de la demanda en una economía de n bienes de consumo:

$$\begin{aligned} e_1 &= \alpha_1 p_1 + \beta_1 w + \sum_{j=1}^{n} \gamma_{1j} p_j + \delta_1 \\ e_2 &= \alpha_2 p_2 + \beta_2 w + \sum_{j=2}^{n} \gamma_{2j} p_j + \delta_2 \\ e_n &= \alpha_n p_n + \beta_n w + \sum_{j=1}^{n} \gamma_{nj} p_j + \delta_n \end{aligned}$$

donde e_i denota el gasto en el bien i, p_i es el precio del bien i, w es el ingreso total y $\alpha_i, \beta_i, \gamma_{ij}, \delta_i$ son parámetros. ¿Qué restricciones deben imponerse sobre los parámetros para que el modelo propuesto sea consistente con la teoría estándar del consumidor?

16. Sea $x_i(p, y)$ la demanda marshaliana por el bien i. La elasticidad ingreso-demanda por el bien i se define como:

$$\eta_i = \frac{\partial x_i(p, y)}{\partial y} \frac{y}{x_i}$$

(a) Pruebe que si $\forall i \neq j$ se cumple que $\eta_i = \eta_j$, entonces $\eta_i = 1$ para todo i.

(b) Pruebe que si $\eta_i = \eta_j$, entonces

$$\frac{\partial x_i(p, y)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_j(p, y)}{\partial p_j}$$

17. Supongamos que a los precios $(p_1, p_2) = (5, 10)$ y un ingreso $y = \$100$, un consumidor racional demanda las cantidades $(x_1, x_2) = (6, 7)$. Dadas las siguientes derivadas:

$$\frac{\partial h_1(p_1, p_2, u)}{\partial p_1} = -2; \quad \frac{\partial h_1(p_1, p_2, u)}{\partial p_2} = 1; \quad \frac{\partial x_1(p_1, p_2, y)}{\partial y} = \frac{2}{7};$$

encuentre una estimación del consumo para los precios $(p_1, p_2) = (5, 11)$.

IV. Decisiones bajo Incertidumbre

1. (Mas-Collel) Suponga que la superintendencia de seguridad está pensando en establecer un criterio de evacuación para zonas expuestas a inundaciones. La probabilidad de inundación es de un 1%. Existen cuatro resultados posibles:

   (A) La evacuación no es necesaria y no se lleva a cabo.

   (B) Se lleva a cabo una evacuación que era innecesaria.

   (C) Se lleva a cabo una evacuación que era necesaria.

   (D) No se realiza evacuación y la inundación genera desastres.

   Suponga que la superintendencia es indiferente entre el resultado seguro (B) y la lotería que asigna una probabilidad $p \in (0,1)$ al resultado (A) y $(1-p)$ al resultado (D). También es indiferente entre el resultado seguro (C) y la lotería que asigna una probabilidad $q \in (0,1)$ al resultado (B) y $(1-q)$ al resultado (D). Además la superintendencia prefiere (A) a (D). Asuma que se cumplen las condiciones del Teorema de la Utilidad Esperada.

   (a) Construya una función de utilidad con la forma de una utilidad esperada para la superintendencia.

   (b) Considere los dos siguientes criterios de política:

      1. El resultado de este criterio es que se llevará a cabo una evacuación en el 90% de los casos en que ocurre la inundación y se producen evacuaciones innecesarias en un 10% de los casos en que la inundación no ocurre.
      2. Este criterio es más conservador. Su resultado es que se lleva a cabo una evacuación en el 95% de los casos en que ocurre la inundación y se producen evacuaciones innecesarias en un 5% de los casos en que la inundación no ocurre.

      Derive la distribución de probabilidad sobre los cuatro resultados posibles bajo los dos criterios señalados. Luego, utilizando la función de utilidad construida en (a), decida cuál de los dos criterios preferirá la agencia.

2. Un individuo cuya riqueza es igual a \$9 tiene una probabilidad de un 50% de tener una pérdida igual a \$5. Suponiendo que su función de utilidad de v.N-M. está dada por:

   $$u(W) = W^{\frac{1}{2}}$$

   ¿Cuánto está dispuesto a pagar este individuo por evitar el riesgo?

3. (Control 2-1999, basado en ejemplo de Mas-Collel cap 6.) *Demanda por activo riesgoso.* Suponga que existen dos activos, uno seguro cuyo retorno es 1 peso por peso invertido uno riesgoso cuyo retorno aleatorio es z con distribución $F(z)$. Un idividuo A invierte su ingreso inicial w, destinando una cantidad α al activo riesgoso y β al activo seguro. Las preferencias del individuo A están caracterizadas por la función de utilidad vN.-M. $u(x)$ creciente y cóncava en el nivel de ingreso x.

   (a) Escriba el problema de optimización del individuo, las condiciones de Kuhn-Tucker y muestre que una condición suficiente para que la cantidad óptima que invierte en el activo riesgoso α^* sea extrictamente positiva es que $\int z dF(z) > 1$. *Hint:* Puede serle útil probar que la utilidad esperada del individuo es una función cóncava en la variable α.

      A partir de lo anterior comente el siguiente principio: "*Si el riesgo es actuarialmente favorable, un individuo adverso al riesgo siempre aceptará a lo menos una pequeña fracción del riesgo*".

   (b) Suponga que otro individuo (B) con el mismo ingreso inicial w, pero más avdverso al riesgo que el individuo A, se enfrenta a la misma decisión de portfolio óptimo.

      Suponga que la función de utilidad vN.-M. del individuo B puede escribirse como $v(x) = \Psi(u(x))$ con Ψ creciente.

(b1) Escriba el coeficiente de aversión absoluta al riesgo del individuo B en términos del coeficiente del individuo A y la función Ψ. ¿Qué condición debe imponer sobre Ψ para poder decir que efectivamente B es más averso al riesgo que A? Explique.

(b2) Usando lo anterior, muestre que el individuo más adverso al riesgo (B) invierte menos en el activo riesgoso que el individuo A.

(c) Considere el caso particular $u(x) = -e^{-\rho x}$ $\rho > 0$ y muestre que

$$\alpha^* = \frac{k}{\rho}$$

donde k es una constante que no depende de la riqueza inicial w. Explique los resultados de (a) y (b) en base a este caso particular e interprete el hecho que α^* no dependa de w.

Encuentre una expresión para α^* en el caso en que $u(x) = \dfrac{x^{1-\sigma}}{1-\sigma}$. ¿Depende ahora su resultado de la riqueza inicial w?

4. *Preguntas breves.*

(a) En finanzas normalmente se considera que los inversionistas usan dos parámetros para evaluar los activos: valor esperado y desviación estándar (normalmente

1. ¿Cuándo este enfoque equivale al de vN-M?
2. Un individuo puede invertir en dos activos riesgosos cuyos retornos esperados son conocidos. ¿Por qué está mejor cuando ambos activos están inversamente relacionados que cuando ambos están positivamente relacionados?

(b) *Decisión de inversión*. Asuma que se cumplen los supuestos necesarios para que el análisis de valor esperado y varianza sea equivalente al enfoque vN-M. Ximena, que es adversa al riesgo, dispone de 300 UM y puede invertir, por un año, en acciones de dos compañías: Alpha y Beta. Alpha produce bronceadores y retorna 10% si el año es soleado o bien 0% si el año es lluvioso. Por su parte Beta produce paraguas y retorna 10% si el año es lluvioso o bien 0% si el año es soleado. El servicio meteorológico ha informado que es igualmente probable que el próximo año sea soleado o lluvioso.

1. Suponiendo que Ximena es adversa al riesgo, ¿qué fracción de las 100 UM debiera invertir en Alpha y qué fracción en Beta? Justifique.
2. Suponga ahora que el retorno de Alpha en un año soleado es 20% en lugar de 10%. Los restantes retornos no varían. ¿Es posible determinar si la fracción que debiera invertir Ximena en Alpha y Beta aumenta, disminuye o permanece igual? Justifique.

5. Este problema está muy relacionado con el problema anterior. Un inversionista tiene función de utilidad vN-M

$$u(w) = aw - \frac{b}{2}w^2, \qquad a, b > 0,$$

donde w es la riqueza o ingreso del individuo. No se complique y asuma que $w < \frac{a}{b}$ (¿?).

(a) Si w es una variable aleartoria con media μ y varianza σ^2, muestre que la utilidad esperada del inversionista se escribe

$$E[u(w)] = u(\mu) - b\sigma^2.$$

Grafique y analice una curva de iso-utilidad en el espacio (μ, σ^2).

(b) Suponga que el individuo puede invertir su riqueza inicial en dos activos riesgosos 1 y 2. El retorno de cada uno de estos activos es una variable aleatoria z_i con media $r_i > 1$ y varianza σ_i^2, $i = 1, 2$. El coeficiente de correlación entre ambas variables aleatorias es ρ. Analice como depende la fracción óptima de su riqueza inicial que el individuo invierte en el activo 1 de $r_1, r_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ y ρ.

(c) Analice de nuevo la parte (ii) del problema (4b) para el caso más general en que los retornos de Alpha y Beta son las variables aleatorias de Bernoulli de parámetro p descritas por la siguiente tabla:

Estado	pbb.	retorno de Alpha	retorno de Beta
año lluvioso	p	R_1	0
año soleado	$1-p$	0	R_2

.

Muestre que en el caso particular en que $p = \frac{1}{2}$ y $R_1 > R_2$, la ´fracción óptima invertida en Alpha es

$$\alpha^* = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{a}{b} \leq R_2 \\ \frac{\frac{a}{b} - R_2}{R_1 - R_2} & \text{si } \frac{a}{b} \in (R_2, R_1) \\ 1 & \text{si } \frac{a}{b} \geq R_1. \end{cases}$$

Interprete el sentido económico de este resultado.

6. Considere un indiviuo adverso al riesgo cuya función de utilidad vN-M está dada por

$$u(w) = -e^{-\gamma w}$$

donde γ es una constante positiva y w es la riqueza o ingreso del individuo.

(a) Suponga que el ingreso w es incierto y sigue una distribución normal de media μ y varianza σ^2. Calcule la utilidad esperada del individuo y muestre que es una función creciente de la expresión

$$\mu - \frac{\gamma}{2}\sigma^2.$$

Calcule el coeficiente de adversión (absoluta) al riesgo y comente la forma tiene una curva de indiferencia en el espacio (μ, σ^2).

(b) El mismo individuo debe decidir qué fracción de su riqueza inicial (puede asumir que es igual a 1 U.M.) destinará a dos activos riesgosos, 1 y 2 respectivamente. Los retornos de ambos activos son variables aleatorias z_i con distribución normal de medias r_i y varianzas σ_i^2. El coeficiente de correlación entre ambas variables aleatorias es $\rho \in IR$. Muestre que la demanda por ambos activos corresponde a la solución del siguiente problema de optimización que enfrenta el agente:

$$\begin{array}{lrcl} Max & \sum_{i,j=1}^{2} V_{ij}\alpha_i\alpha_j + \sum_{i=1}^{2} b_i\alpha_i & = & \varphi(\alpha_1, \alpha_2) \\ & s.t. \qquad \alpha_1 + \alpha_2 & = & 1. \end{array}$$

Encuentre explícitamente los elementos de matriz V_{ij} y los b_i, y derive las condiciones de primer orden.

(c) Encuentre explícitamente la solución en los siguientes casos particulares:

1. $\rho = -1$
2. $\rho = 1$
3. $r_1 = r_2$.

Para cada caso interprete económicamente sus resultados y dé un ejemplo concreto.

(d) Encuentre la función de utilidad (esperada) indirecta en el caso general y analice cómo depende del coeficiente de correlación ρ. Puede inferir algo sobre la conveniencia de diversificar riesgo.

7. Suponga que los residentes de una determinada isla donde la tierra es un bien libre se mantienen a sí mismos sembrando maíz. Compran semillas en el continente a un costo de c por hectárea y venden la cosecha a un precio p por quintal. El rendimiento[1] y es aleatorio y su función densidad de probabilidad es

$$f(y) = \lambda e^{-\lambda y}$$

donde $\lambda > 0$ e $y \geq 0$.

Los residentes tienen una riqueza inicial w_0 que puede ser guardada como dinero (activo seguro pero que no produce rentas) o invertido en semillas.

Para variar, la función de utilidad vN-M de un residente representativo es

$$u(w) = -e^{-\rho w}$$

donde w es la riqueza del individuo.

(a) Encuentre la cantidad de maíz que siembra cada residente (suponga que $\lambda \leq 1$ y $p - c\lambda < \rho w_0$.) y muestre que en el óptimo se satisface

$$E[w] = w_0 + \frac{\rho Var(w)}{pE[y]}.$$

Interprete la condición anterior.

(b) Se puede aumentar el rendimiento a través de obras de regadío. Suponga que λ queda determinado por el nivel de inversión x de la manera siguiente:

$$\lambda(x) = \frac{1}{1+x} \qquad x \geq 0.$$

Encuentre el nivel óptimo de x suponiendo que los propios residentes financian la inversión en regadío. ¿Cuál es el sentido económico de invertir en obras de regadío cuando existe incertidumbre? Justifique.

8. Un individuo vive por dos períodos. Si bien durante el primer período recibirá con certeza un ingreso $\overline{y}$, tiene incertidumbre respecto al ingreso que recibirá durante el segundo período. Vale decir, el ingreso del segundo período es una variable aleatoria. En cada período la utilidad del individuo está descrita por una función $v()$ creciente y cóncava en el consumo del período c_i y su factor de descuento intertemporal es $\beta < 1$. El individuo puede ahorrar o endeudarse durante el primer período a una tasa de interés r y muere si deudas.

Suponga que

$$v(c_i) = -e^{-\rho c_i}$$

y que el ingreso del segundo período sigue una distribución normal con media $\overline{y}$ y varianza σ^2.

(a) Determine el ahorro óptimo del individuo a^* en el primer período.

Hint: Si X sigue una distribución normal de media μ y varianza σ^2 entonces

$$E[e^{\alpha X}] = e^{\alpha\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\alpha\right)}.$$

[1] El rendimiento corresponde al número de quintales que se cosechan por hectárea sembrada.

(b) Compare el resultado de (a) con el caso en que no existe incertidumbre. Analice cómo depende de $\overline{y}$, σ^2, β, ρ y r.

9. Los mercados internacionales de los productos agrícolas se caracterizan por la volatilidad de sus precios, la que es causada por las variaciones climáticas, cuyos efectos son acentuadas por las medidas de estabilización interna de precios que adoptan los principales productores de estos productos.

   En una economía como la chilena, abierta al comercio internacional, la inestabilidad en los precios agrícolas internacionales se transmite al mercado interno. La fuerte volatilidad en los precios agrícolas produce pérdidas de bienestar no despreciables en aquellos países con mercados incompletos para la transacción de riesgos. Esta situación ha llevado a lo gobiernos de algunos países a estabilizar el precio interno de dichos productos. Entre esos países se encuentra Chile. El propósito de esta pregunta es cuantificar los efectos de estabilizar precios.

   Sea $f(Q)$ el costo de un agricultor de producir Q quintales, entonces su ingreso estará dado por:

$$Y = PQ - f(Q)$$

   donde P es la variable aleatoria que representan el precio al momento de la cosecha. Suponga que las preferencias del agricultor estan representas por la función de utilidad de von Neumann y Morgenstern.

   (a) ¿Cuál es el problema de maximización de utilidades del agricultor? ¿Cuál es la condición de optimalidad de primer orden? Para simplificar su análisis, suponga que la función de utilidad es cuadrática.

   (b) Suponiendo que la aversión relativa al riesgo del agricultor es constante ¿Cuál es una condición suficiente de optimalidad de segundo orden? Si se cumple dicha condición, ¿cuál es el efecto de una disminución en la varianza del precio en el nivel de producción?

   (c) Deduzca el cambio de utilidad (en términos monetarios) producto de una política de estabilización caracterizada por el par $(dP^*, d\sigma_y^2)$.

   (d) Suponiendo que (i) la política de estabilización no afecta el precio esperado ($dP^* = 0$), (ii) la aversión relativa al riesgo es igual a 1, (iii) el precio de una tonelada de trigo tiene un valor esperado de US \$ 175, y una varianza de 717, y que el costo medio de producción es constante e igual a US \$140, ¿cuál sería el beneficio de estabilizar completamente los precios internos por tonelada producida?

10. La compañía Busqueda S.A. está tratando de desarrollar un nuevo producto llamado Energía Alternativa. Si el producto es desarrollado con éxito se obtendrán utilidades cuantiosas. Existen n proyectos de investigación diferentes que podrían conducir a la EA. El costo de investigación para el proyecto i es c_i y la probabilidad que AE sea desarrollado con éxito es p_i. Con probabilidad $(1 - p_i)$ el proyecto i resultará un fracaso y será descartado.

    Muestre que la estrategia óptima para la empresa es desarrollar el proyecto con la menor tasa c_i/p_i entre los proyectos no realizados.

11. Un individuo tiene una función de utilidad de vN.-M. $u(x)$ cóncava. Su ingreso seguro es Y. El sufre una pérdida monetaria L con probabilidad p, pero puede comprar un seguro con valor de la prima igual a $\$r$ por cada peso asegurado.

    (a) ¿Por qué se dice que el precio justo para el seguro es $p = r$?

    (b) Si $p = r$, ¿qué monto de seguro demanda el consumidor?

    (c) Si $p < r$, muestre que el consumidor asegurará menos de $\$L$.

12. Kahneman y Tversky (1979) exponen una serie de críticas a la teoría de la utilidad esperada a través de observaciones empíricas de decisiones bajo incertidumbre. Dentro de las observaciones que realizan, clasifican los siguientes fenómenos: *(I) Efecto Certeza; (II) Efecto Reflexión (para prospectos negativos); y (III) Efecto Aislamiento (referido a características que dos alternativas comparten).*

    (a) Ilustre a través de ejemplos cada uno de los efectos señalando las inconsistencias observadas en los experimentos respecto a lo que predice la teoría de la utilidad esperada. Utilice no más de cinco líneas para exponer y explicar cada ejemplo.

    (b) En base a lo observado, los autores plantean como alternativa teórica a la utilidad esperada, la llamada prospect theory. Señale las principales características que distinguen esta aproximación de la teoría de la utilidad esperada.

    Una de las críticas que plantean los autores a la teoría de la utilidad esperada se basa en la observación de preferencias por seguros probabilísticos:

    (c) Dé un ejemplo de seguro probabilístico. Demuestre que si las preferencias de un individuo adverso al riesgo son descritas por una función de utilidad esperada vN-M, éste prefiere un seguro probabilístico a uno tradicional.

    (d) Coincide esto (lo demostrado en (c)) con lo observado en los experimentos reportados por Kahneman y Tversky.

V. Equilibrio

1. Fuera de punta la demanda horaria por energía es constante e igual a:

$$Q = 2.000 - 12.5p$$

   donde p es el precio de la energía en centavos por KWh.

   En el período de punta, cuya duración es de seis horas, la demanda sube a:

$$Q = 4.000 - 12.5p$$

   Existen dos tipos de plantas. En las plantas de cioclo combinado el costo fijo anualizado es de US\$700 por Kw de potencia, y el costo variable de producción US\$ 0,03 por KWh. En las plantas diesel el costo de capital es US\$219 por KW de potencia y el costo de operación es US\$ 0,1 por KWh. Suponiendo competencia, responda las siguientes preguntas:

   Suponiendo competencia, responda las siguientes preguntas:

   (a) Calcular los costos marginales de corto y largo plazo.
   (b) Determinar los precios de equilibrio.
   (c) Calcular los consumos de equilibrio.

2. La demanda por automóviles es función del precio de los vehículos (P_C) y del precio de la bencina (P_G). La oferta es sólo función de P_G. ¿Cuál es el efecto de la imposición de un impuesto pequeño a la bencina?

3. (Kreps) Considere que la industria del papel está compuesta por firmas idénticas. Cada firma produce de acuerdo con la siguiente función de producción:

$$y = z^{\frac{1}{4}} l^{\frac{1}{4}}$$

   donde z y l son la zelulosa y el trabajo que la firma emplea, respectivamente. El salario por hora trabajada es igual a 1 y el precio de cada unidad de zelulosa es r. Al producir la firma incurre en un **costo fijo** $F = 2$.

   (a) Encuentre el precio de largo plazo del papel p y la *escala eficiente* de producción y_0 de cada firma como función de r, el precio de la zelulosa. Invierta la relación encotrada entre el precio de largo plazo p y r, y exprese las demandas por insumos y la escala eficiente de producción y_0 como función de p. Comente.

       OBS: la *escala eficiente* de producción corresponde a la producción de cada firma en el largo plazo.

   (b) Suponga que el precio de la zelulosa depende de la demanda por este insumo por parte de las firmas productoras de papel. Derive explícitamente y grafique la curva de oferta de largo plazo de la industria si el precio de la celulosa está dado por $r = Z$, donde Z es la demanda total de la industria por celulosa.

4. En un terreno agrícola la cosecha (Y) utiliza capital (K), trabajo (L) y tierra (T) de acuerdo con la tecnología:

$$Y = 3K^{\frac{1}{3}} L^{\frac{1}{3}} T^{\frac{1}{3}}.$$

   La firma enfrenta precios (p, q, w, r) por (Y, K, L, T).

(a) Suponga que, en el corto plazo $K = T = 1$ están fijos. Derive la oferta de corto plazo de esta firma cuando $w = 1$.

(b) Suponga que, en el largo plazo, la competencia asegura que no existen utilidades económicas sobrenormales y que $q = w = 1$. Asimismo, suponga que existen mercado para la venta de trabajo y el capital, pero que no existe un mercado para la venta de tierra. Derive la oferta de largo plazo para una firma agrícola con T hectáreas de tierra.

(c) Si $p = 2$, cuál es el tamaño de equilibrio de la firma.

(d) Si existiera un mercado para la tierra, ¿cuánto estaría la firma dispuesta a pagar por más tierra si actualmente opera en $p = w = r = 1$, $T = 3$?

(e) ¿Qué rendimientos de escala exhibe la función de producción de este productor agrícola?

5. (Nicholson) Suponga que hay un número fijo de 1000 firmas idénticas en una industria perfectamente competitiva de tuberías. Cada una produce la misma proporción de la producción total del mercado y tiene la siguiente función de producción:

$$q = K^{0.5}L^{0.5}$$

Suponga también que la demanda de mercado por tuberías está dada por:

$$Q = 400.000 - 100.000 * P$$

donde Q es la producción total de la industria.

(a) Si $r = w = 1$ ¿en qué relación utilizará la firma representativa K y L?, ¿cuál es el costo medio y marginal en el largo plazo?

(b) En el equilibrio de largo plazo, ¿cuál será el precio y cantidad de tuberías?, ¿cuánto producirá cada firma?, ¿cuánto trabajo contratará cada una y el mercado en su conjunto?

(c) Suponga que el salario sube a 2 y el pago al capital permanece constante. ¿Cómo afecta este cambio a la relación capital-trabajo de una firma representativa y a sus costos medios?

(d) En las condiciones de la parte anterior, ¿cuál será el equilibrio de largo plazo?, ¿cuánto trabajo contratará ahora la industria?

(e) ¿Qué partes de la variación de la demanda total de trabajo registrada entre la parte (b) y (d) representa el efecto sustitución por la variación del salario y y cuál el efecto producción?

6. (Varian) Una firma competitiva que se encuentra en un equilibrio de largo plazo, produce 2400 unidades a un precio de 12 por unidad. La tasa salarial es de \$1/hora. Existen 300 firmas en la industria recién descrita con las siguientes características:

número	tecnología	producción y demanda por factores
100	$y = \frac{1}{2}(K + L)$	$L = 8, K = 8$
100	$y = K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$	$L = 8, K = 8$
100	$y = \min(K, L)$	$L = 8, K = 8$

(a) Grafique la curva de oferta de corto plazo cuando las horas de máquina se fijan en $K = 8$.

(b) Suponga que la demanda se desplaza y que la nueva curva de demanda de la industria es

$$Q = 1300 - 200p.$$

¿Cuál es el precio y la cantidad de equilibrio en el corto plazo? ¿Cuánto produce cada firma?

7. En una industria en la cual no existen barreras de entrada ni costos hundidos, los costos totales de cada firma están dados por

$$\phi(Q) = F + aQ + \frac{b}{2}Q^2.$$

La industria enfrenta una demanda caracterizada por

$$Q = \alpha - \beta p.$$

Para las partes (a)-(e), ignore el problema de indivisibilidad de las plantas y suponga que en equilibrio el número de firmas esmayor o igual que 2.

(a) ¿Cuánto produce cada planta?

(b) ´¿Cuál es el precio de equilibrio?

(c) ¿Cuál es la producción total de la industria?

(d) ¿Cuántas firmas producen en el largo plazo?

(e) Analice gráficamente el equilibrio de corto y largo plazo cuando $F = \frac{b}{2} = 1$ y $b = 0$.

(f) Discuta los efectos que tendrían en sus respuestas (a)-(d) cambios en los parámetros F, a y b en la función de costos totales.

(g) Considere ahora que $a = 5$, $b = 6$, $\beta = 170$, $\alpha = 8$. Repita (a)-(d) para $F = 20$ y $F = 7$. ¿Qué puede decir acerca de la estabilidad del equilibrio?

8. Grafique y explique la forma de la curva de oferta de largo plazo para industrias competitivas en el caso en que costos de producción (1) permanecen constantes, (2) decrecen y (3) crecen cuando ingresan nuevos competidores.

9. En una industria competitiva cada firma tiene una función de costos de largo plazo dada por

$$C(q) = \begin{cases} F + q^{1+\gamma} & \text{si} \quad q > 0 \\ 0 & \text{si} \quad q = 0 \end{cases}$$

donde γ es una constante positiva.

La demanda (inversa) de mercado está dada por

$$P = \frac{A}{Q} \qquad A > 0.$$

(a) Dé un ejemplo justificado de una función de producción que dé origen a la función de costos de largo plazo anterior. ¿Qué función de utilidad permite obtener una demanda inversa como la anterior?

(b) Encuentre la escala eficiente de producción de una firma por q_0, el precio y el número de firmas N^* que producen en largo plazo (ignore la restricción N^* entero). Analice e interprete cómo depende N^* de los parámetros del modelo.

(c) Suponga que inicialmente la industria se encuentra en el equilibrio de largo plazo caracterizado en la parte (a). El gobierno está estudiando dos tipos de impuestos sobre los productores de esta industria. El primero es un impuesto ad valorem τ, vale decir, el gobierno recauda una fraccción τ del precio pagado por los consumidores. El segundo es un impuesto a suma alzada T que afecta cada una de las firmas que opera. Si los dos tipos de impuesto se fijan de modo que recauden lo mismo en la situación inicial, ¿cuál recaudará más cuando la industria se ajuste al nuevo equilibrio de largo plazo?

(d) En un caso más general en que la elasticidad de precio de la demanda no es -1, cómo cambia su respuesta a la parte (c) en términos de la elasticidad.

Hint: Considere casos extremos: (i) demanda inelástica; (ii) demanda perfectamente elástica.

10. *Monopolio y Competencia (LSE,1998).* Una firma tiene un costo fijo F y costos marginales dados por

$$CMg = a + bQ$$

donde Q es la cantidad que produce. La firma enfrenta una una función de demanda inversa

$$P = A - \frac{1}{2}BQ, \qquad A, B > 0.$$

(a) Si la firma fuese tomadora de precios, ¿cuál sería el precio mínimo al cual estaría dispuesta a producir una cantidad positiva? Suponiendo que el precio competitivo supera dicho nivel, encuentre la oferta de la firma.

(b) Si la firma es un monopolio, encuentre la curva de ingresos marginales, la cantidad producida Q_M, el precio P_M que cobra y el costo marginal de producción para la cantidad que produce c_M. Grafique y compare con los resultados obtenidos en la parte (a).

(c) El gobierno decide regular al monopolio y tiene la facultad de fijar un precio máximo $P_{\max}$. Grafique las curvas de ingresos medios e ingresos marginales para el monopolista. Muestre que:

1. Si $P_{\max} > P_M$ entoces la producción de la firma y el precio que cobra seguirán siendo Q_M y P_M.
2. Si $P_{\max} < c_M$ entonces la producción de la firma caerá bajo Q_M.
3. Si $c_M < P_{\max} < P_M$ entonces el monopolista produce más que Q_M.

11. *Monopolio.*

(a) Muestre que un monopolio no operará nunca en la porción inelástica de su curva de demanda.

(b) Un monopolista tiene la función de costos $C(Q) = cQ + F$. Grafique la función de costos medios y comente. Suponga que la demanda que enfrenta el monopolio está dada por

$$Q^D = aP^{-\epsilon}$$

donde $\epsilon > 1$. Calcule el precio y la cantidad que produce el monopolio, el margen de Lerner y las utilidades del monopolio. ¿Qué ocurre si $\epsilon = 1$?

12. La producción de un bien tiene asociada un costo marginal constante. La demanda por el bien está descrita por

$$P = a - bQ, \qquad a, b > 0.$$

Determine la cantidad y el precio de equilibrio, la cantidad producida por cada firma y sus utilidades en los siguientes casos:

(a) No existen barreras de entrada.

(b) Existen barreras de entrada y la producción está a cargo de un monopolio.

(c) Existen barreras de entrada y produce un oligopolio de N firmas. ¿Qué ocurre cuando $N \to \infty$?

13. Suponga que la demanda de crudo es

$$Q = -2,000P + 70,000$$

Donde Q es la cantidad de petróleo en miles de barriles anuales y P es el precio en dólares por barril. Suponga también que hay 100 pequeños productores idénticos de crudo, cada uno de los cuales tiene los siguientes costes marginales:

$$CMg = q + 5$$

donde q es la producción de la empresa respectiva

   (a) Suponiendo que cada uno de los pequeños productores de petróleo actúa como un precio-aceptante, calcule la curva de oferta del mercado y el precio y la cantidad de equilibrio del mercado.

   (b) Suponga que un posible líder de precios descubre unos yacimientos casi finitos de crudo en Nueva Jersey y que este petróleo puede producirse con un coste medio y marginal constante de 15$ por barril. Suponiendo que la conducta de la oferta de la franja competitiva descrita en la parte a) no varía como consecuencia de este descubrimiento, ¿Cuánto debe producir el líder de precios para maximizar los beneficios? ¿Qué precio y qué cantidad predominarán ahora en el mercado?

   (c) Represente gráficamente sus resultados. ¿Aumenta el excedente del consumidor como consecuencia del descubrimiento de petróleo de Nueva Jersey? ¿Qué diferencia hay entre el excedente del consumidor existente después del descubrimiento y el que había si el petróleo de Nueva Jersey se ofreciera competitivamente?.

14. (Varian) En un estadio de forma circular y perímetro unitario, los hinchas se distribuyen uniformente a lo largo de la circunsferencia. Existen n kioskos de café distribuidos discretamente en la circunsferencia, a una distancia de $\frac{1}{n}$ entre cada kiosko. Cada hincha que compra café consume exactamente 1 café durante el partido. Si debe viajar una distancia d para comprar el café, le asigna un costo $c * d$ a dicho viaje. La disposición total a pagar por un café por parte de un consumidor es v.

   (a) Describa la demanda enfrentada por cada kiosquero.

   (b) ¿Cómo cambia el comportamiento de cada kisoquero para distintos valores de n?

   (c) Si la curva de costos medios del kioskero tiene forma de U, grafique cuáles serán los posibles precios y cantidades de equilibrio.

15. (LSE, 1999) Un campesino tienela siguiente función de utilidad

$$\alpha \log(x_1) + (1-\alpha)\log(x_2 - k) \qquad ; \alpha \in (0,1) \quad , \quad k > 0;$$

donde el bien 1 es arroz y el bien 2 es una canasta que representa el resto de los bienes de la economía.

   (a) Suponga que las dotaciones del campesino son (R_1, R_2) y que los precios de los bienes están fijos. Encuentre la oferta de arroz del campesino y determine si la oferta es creciente en el precio del arroz.

   (b) ¿Cuál será el efecto en la oferta de arroz al imponer racionamiento (cuota) sobre el consumo del bien 2? Explique.

   Suponga que el campesino puede invertir en la producción de arroz. Sacrificando una cantida z del bien 2 su producción adicional de arroz será

$$\theta[1 - e^{-z}]$$

   donde $\theta > 0$ es un parámetro de productividad.

(c) ¿Cuál es la inversión que maximiza el ingreso del campesino?

(d) Asumiendo que la inverrsión se escoge de modo de maximizar el ingreso, encuentre la oferta de arroz del campesino.

(e) Estudie cómo se comporta la oferta de arroz como función de θ y el precio del arroz.

16. Un número N de conductores idénticos viajan cada mañana desde A hasta B, la ciudad de la diversión. Para ello pueden escoger dos rutas alternativos R_1 y R_2, en la primera de las cuales debe pagar un peaje C. La utilidad típica de un conductor es

$$u = YD + vt$$

donde YD es el ingreso disponible para consumir y t es el tiempo disponible para gastar en diversión.

En cada uno de los caminos, el tiempo de viaje entre A y B depende crecientemente del número de automovilistas que transitan por por el camino. Vale decir, $T_i = f_i(N_i)$ con $f_i' > 0$, f_i conocida.

(a) ¿Cuál es la condición de equilibrio en la distribución de tráfico entre las dos rutas?

(b) Discuta el efecto de un cambio en el valor del peaje en la distribución de tráfico y el nivel de utilidad de cada conductor.

(c) Suponga que la recaudación generada por el peaje se distribuye igualitariamente entre los N conductores que viajan de A a B. ¿Es posible que un aumento en C pueda tener un efecto positivo en la utiliad de los consumidores?

17. Existe un estadio al final de un largo camino cuya berma sirve de estacionamiento. Los espectadores llegan al área en auto y caminan al estadio. Todos los espectadores desean llegar a tiempo (las entradas han sido adquiridas con anterioridad y son numeradas). El problema es determinar una distribución de equilibrio en la llegada de los espectadores al estadio bajo distintos supuestos. Es conveniente elegir como unidad de tiempo, el largo de un lugar de estacionamiento.

(a) Suponga que todos los espectadores son indiferentes entre una unidad de tiempo esperando en el estadio y una unidad de tiempo gastada caminando.

(b) Suponga que todos los espectadores son indiferentes entre gastar dos unidades de tiempo esperando en el estadio y caminar una unidad.

(c) Suponga que todas las personas difieren en sus actitudes con respecto a caminar y esperar.

(d) ¿Qué tipo de ajustes o medidas podría producir los equilibrios descritos?

18. En el mercado de un cierto producto agrícola, los productores toman sus decisiones de acuerdo a los precios que ellos esperan que van a prevalecer en el período de venta, t, antes de que el precio efectivo de ese período se conozca. La ecuación que describe la oferta es

$$Q_S(t) = b\left(p^e(t) - a\right).$$

Cuando la producción de un período particular llega al mercado, las condiciones de demanda determinan el precio que prevalece. Estas condiciones están caracterizadas por

$$Q_D(t) = k - mP(t).$$

(a) Para el caso en que los productores tienen expectativas miopes, i.e., $P^e(t) = P(t-1)$, discuta la estabilidad del sistema.

(b) Discutael efecto que tendría la imposición de un impuesto específico al producto. ¿Cómo afecta el análisis de la parte (a)?

(c) Discuta la plausibilidad e implicaciones en este modelo de las expectativas adaptativas

$$p^e(t) = 0.5\left(p^e(t-1) + P(t-1)\right).$$

(d) ¿Qué significado tiene el equilibrio en el contexto del modelo?

VI. Equilibrio General

1. Dos individuos negocian el intercambio de dos bienes. Uno tiene dos unidades del bien A y una unidad del bien B. El segundo individuo tiene una unidad de cada bien. Al primero sólo le interesa el bien B, mientras que el segundo sólo consume el bien A.

   (a) Encuentre el equilibrio competitivo.

   (b) En un diagrama de Edgeworth muestre la curva de contrato, el núcleo y el equilibrio competitivo.

2. Dos individuos negocian el intercambio de dos bienes. Uno tiene una unidad del bien A y b unidades del bien B. El segundo individuo tiene una unidad del bien y $(2-b)$ unidades del bien B. El individuo uno siempre gasta un cuarto de su ingreso en el bien A (y el resto de su ingreso en el bien B), mientras que el individuo dos gasta un cuarto de su ingreso en el bien B.

   (a) Encuentre el equilibrio competitivo.

   (b) En un diagrama de Edgeworth muestre la curva de contrato, el núcleo y el equilibrio competitivo.

   (c) Como cambia el precio de equilibrio cuando aumenta b. Dé una intuición del resultado.

3. Considere una economía de dos agentes y dos bienes. Cada agente posee un stock inicial de los bienes x e y. Las preferencias de los agentes pueden ser representadas por las siguientes funciones de utilidad.

$$\begin{aligned} u_1 &= x_1 y_1 \\ u_2 &= x_2 y_2 \end{aligned}$$

   El primer agente tiene 40 unidades del bien x y 160 unidades del bien y. El segundo agente tiene 240 y 120 respectivamente. Suponga que ambos agentes se comportan como tomadores de precios.

   (a) Usando la caja de Edgeworth muestre que en general existen intercambios entre los dos que aumentan las respectivas utilidades.

   (b) Escriba la condición de primer orden de equilibrio competitivoy encuentre la curva de contrato.

   (c) De el rango de precios en el cual ocurre intercambio beneficioso para ambos.

   (d) Muestre intuitivamente la existencia de equilibrio competitivo usando un teorema del punto fijo.

4. Equilibrio general en una economía de intercambio con preferencias de distinto tipo (LSE, 2000).

   (a) Dibuje las curvas de indiferencia para los siguientes cuatro tipos de preferencias:

$$\begin{aligned} &\text{Tipo A} &:& \quad \alpha \log x_1 + (1-\alpha)\log x_2 \\ &\text{Tipo B} &:& \quad \beta x_1 + x_2 \\ &\text{Tipo C} &:& \quad \gamma x_1^2 + x_2^2 \\ &\text{Tipo D} &:& \quad \min\{\delta x_1, x_2\} \end{aligned}$$

   donde x_1 y x_2 denotan respectivamente el consumo de los bienes 1 y 2, y $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ son parámetros extrictamente positivos con $\alpha < 1$.

   (b) Asuma que una persona tiene una dotación de 10 unidades del bien 1 y 0 del bien 2. Si la persona tiene preferencias de tipo A, muestre que su demanda por ambos bienes puede representarse como

$$x := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\alpha \\ 10\rho(1-\alpha) \end{bmatrix}$$

   donde ρ es el precio del bien 1 relativo al bien 2. ¿Cuál es la curva de oferta del individuo en este caso?

(c) Asuma ahora que una persona tiene una dotación inicial de 20 unidades del bien 2 (y cero del bien1). Encuentre la demanda del individuo por ambos bienes cuando sus prefencias son de tipo A y cuando son de tipo B. Describa la forma de curva de oferta en cada caso.

(d) En una economía de dos bienes existen dos grupos de personas del mismo tamaño. Las personas del grupo 1 son propietarias de toda la dotación del bien 1 (10 unidades por persona), mientras que las personas del grupo 2 son propietarias de toda la dotación del bien 2 (20 unidades por persona). Si el grupo 1 tiene preferencias de tipo A con $\alpha = \frac{1}{2}$ encuentre los precios y asignaciones del equilibrio competitivo cuando:

1. El grupo 2 tiene preferencias de tipo A con $\alpha = \frac{3}{4}$;
2. El grupo 2 tiene preferencias de tipo B con $\beta = 3$;
3. El grupo 2 tiene preferencias de tipo D con $\delta = 1$.

(e) ¿Qué problema puede surgir si los individuos del grupo 2 tienen preferencias de tipo C? Compare este caso con el caso (d2).

5. Identifique la región de intercambio y el núcleo en las economías de cada uno de los problemas anteriores.

6. Considere una comunidad compuesta por dos habitantes. El primero tiene tres unidades de capital mientras que el segundo tiene tres unidades de tierra. La economía produce dos bienes usando funciones de Leontieff. Para producir una unidad del bien 1 se requiere una unidad de tierra y dos unidades de capital. Para producir una unidad del bien 2 se requieren dos unidades de tierra y una unidad de capital. Suponga que la preferencia de los individuos están representadas por:

$$\begin{aligned} u_1 &= (c_{11})^{1/4}(c_{12})^{3/4} \\ u_2 &= (c_{21})^{3/4}(c_{22})^{1/4} \end{aligned}$$

(a) Derive las funciones de demanda y el conjunto de producciones posibles.

(b) Encuentre el equilibrio competitivo.

(c) Suponga que el gobierno impone un impuesto de 25% a la venta del bien 2 y devuelve lo recaudado como transferencia a suma alzada al individuo 1, es decir, este individuo no lo vincula a su consumo del bien. Encuentre el nuevo equilibrio. ¿Hay pérdida de bienestar?

7. Una economía consiste en n consumidores y dos bienes Todos los consumidores tienen idénticas preferencias, las cuales están representadas por la función de utilidad:

$$a \log c_1 + (1-a)\log c_2, \quad 0 < a < 1.$$

donde c_1 y c_2 representan los consumos de los bienes 1 y 2, respectivamente. El consumidor i está dotado de L_i unidades de trabajo, y está dispuesto a emplearse a cualquier salario positivo. En esta economía los productores tienen acceso a un conjunto de producción Y definido por:

$$Y = \left\{(Q_1, Q_2, L)/Q_1^2 + Q_2^2 \leq L^2, \quad Q_1, Q_2, L \geq 0\right\},$$

donde Q_i es la producción del bien i y L es la cantidad de trabajo empleada.

(a) Grafique el equilibrio competitivo.

(b) Derive los precios de equilibrio.

8. Considere un consumidor cuyas preferencias por un un bien de consumo x y por ocio $1-l$ están representadas por la función Cobb-Douglass

$$u(x, 1-l) = \alpha \ln x + (1-\alpha)\ln(1-l).$$

(a) Existe una firma representativa que produce con retornos constantes a escala el bien bien de consumo utilizando como insumo el trabajo. Así $x = Al$. Encuentre los precios y cantidades de equilibrio general.

(b) Repita (a) cuando el productor tiene rendimientos decrecientes a escala y la producción viene dada por $x = l^{\frac{1}{2}}$.

(c) Suponga que los rendimientos decrecientes a escala se deben a la presencia de un factor fijo, que denominamos tierra, cuyo dueño es el consumidor. La cantidad total de tierra es $T = 1$ y denotamos su precio de renta por r. Encuentre el precio de equilibrio de la tierra y los precios y cantidades de equilibrio general.

9. Considere una economía competitiva en la cual ropas y alimentos son producidos de acuerdo a las siguientes funciones de producción:

$$\begin{aligned} R &= \min[T/4, L/2] \\ C &= \min[T/5, L/6] \end{aligned}$$

La economía cuenta con 1260 unidades de tierra T y 840 unidades de trabajo L.

(a) Dibuje la frontera de producción.

(b) Encuentre los niveles de producción para los cuales existe pleno empleo de ambos factores de producción.

(c) Suponiendo que la tierra no es empleada en su totalidad encuentre los precios de equilibrio.

(d) Suponiendo que existe desempleo encuentre los precios de equilibrio.

(e) ¿Para qué precios existe pleno empleo de factores?

(f) Los consumidores gastan 2/3 de sus ingresos en alimentos y el tercio restante en ropa. Determine los precios de equilibrio. Indique la participación en el ingreso total de trabajadores y terratenientes.

10. Considere una economía que consta de tres bienes: trabajo, trigo y maíz. Suponga que existen dos consumidores A y B, ambos tomadores de precio, cuyos recursos iniciales y funciones de utilidad son:

$$\begin{aligned} U_A(X_1, X_2, X_3) &= 3/4 \log X_1 + 1/4 \log X_2 + X_3, \quad W_A = (0, 0, 5) \\ U_B(X_1, X_2, X_3) &= 1/3 \log X_1 + 2/3 \log X_2 + X_3, \quad W_B = (0, 0, 5) \end{aligned}$$

Las firmas, que son tomadoras de precios, pueden usar cualquiera de las siguientes 6 actividades:

Trigo X_1	-1	0	0	4	-2	2
Maíz X_2	0	-1	0	-1	3	2
Trabajo X_3	0	0	-1	-1	-1	-3

(a) Encuentre el equilibrio competitivo. Diga cuáles son las actividades usadas, los precios de equilibrio y la canasta de cada consumidor.

(b) Pruebe que la solución anterior es un óptimo Paretiano.

11. Considere una economía en la cual existen tres consumidores, un bien final y un factor productivo. El consumidor i tiene l_i unidades del factor i. La tecnología de esta economía queda caracterizada por la siguiente función de producción:

$$X = F(L), \; F' > 0, \; F'' > 0$$

(a) Encuentre el núcleo de esta economía.

(b) Muestre que no existe un equilibrio competitivo.

12. Considere una economía con m consumidores, dos firmas y tres bienes. Suponga que el bien tres, cuya dotación inicial es Z, es el único insumo usado en la producción de los otros dos bienes. Sea z_i la cantidad del bien 3 usada en la producción del bien $i = 1, 2$. La utilidad del consumidor representativo esta caracterizada por la función cuasi-cóncava $u(x_1, x_2)$, donde x_j denota el consumo del bien j por parte del individuo. La función de producción del bien 1 es

$$y_1 = g(z_1), \qquad g' > 0, \quad g'' < 0.$$

La producción del segundo bien está dada por:

$$z_2 = \begin{cases} a + by_2 & \text{si } y_2 > 0 \\ 0 & \text{si } y_2 = 0 \end{cases}$$

(a) Dibuje la curva de transformación de la economía.

(b) ¿Cuáles son las condiciones de optimalidad de Pareto en una asignación donde la producción de ambos bienes es positiva?

(c) ¿Se puede alcanzar esta solución en un equilibrio competitivo? Explique la respuesta.

(d) Suponga que el monopolio natural que produce el bien 2 es obligado a producir a costo marginal. ¿Cuál es el déficit de la firma?¿Cómo se podría financiar este déficit para alcanzar una solución óptimo de Pareto?

13. En Jaguarlandia existe un único bien final cuya producción utiliza como insumos trabajo (L) y n inventos x_i con $i = 1, ..., n$. La tecnología de producción del bien final está determinada por la siguiente expresión:

$$Y = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\beta} \right) L^{1-\beta} \qquad .$$

Los inventos son bienes intermedios que surgen de la investigación y desarrollo de los inventores, y se rentan a un valor R_i ($i = 1, ..., n$). La sociedad de Jaguarlandia premia a los n inventores por sus innovadoras ideas permitiéndoles operar como monopolios. El costo marginal de producir una unidad del invento i es θ. Suponiendo que las unidades de trabajo están fijas (L dado) y tomando como numerario el precio del bien final:

(a) Encuentre la demanda por inventos, las producciones de equilibrio los inventos, y las rentas R_i^* de equilibrio. En equilibrio, ¿cuál es la renta (neta) monopólica del inventor i?

(b) A partir de lo anterior determine el salario de equilibrio y muestre que la producción de equilibrio del bien final es una función lineal del número de inventos n que existe en esta economía.

(c) Comente brevemente (menos de 10 líneas) la economía recién descrita en base a los siguientes conceptos: externalidad-eficiencia-monopolios-crecimiento del producto Y.

14. En una economía existen N bienes de consumo y las preferencias de un consumidor sobre estos bienes están dadas por la función de utilidad

$$U = \left(\sum_{i=1}^{N} x_i^{\rho} \right)^{\frac{1}{\rho}}$$

donde x_i es el consumo del bien i.

(a) Muestre que las demandas del consumidor satisfacen

$$\frac{p_k x_k}{I} = \frac{x_k^\rho}{\sum_{i=1}^N x_i^\rho}$$

donde I es el ingreso del consumidor y p_k es el precio del bien k.

(b) Cada bien i se produce utilizando un único insumo (trabajo, L) de acuerdo con la siguiente tecnología

$$L_i = \alpha + \beta y_i, \qquad \alpha, \beta > 0,$$

donde L_i es la cantidad de trabajo empleada en la producción de y_i unidades del bien i.

1. Explique por qué es razonable que exista un único productor de cada bien. Asumiendo que esto es así (existe un productor por bien), y en base a la parte (a) justique que se trata de un caso de competencia monopolísitica.
2. Escriba las condiciones de primer orden de cada "monopolista". Encuentre el precio y la cantidad producida por cada "monopolio", asumiendo que cada productor toma como dada la producción de los demás. ¿Cuál es la utilidad de cada firma?
   Hint: para despejar el precio y la cantidad producida explote la simetría del problema.

(c) Asuma que los consumidores poseen una dotación de trabajo fija y que sus ingresos provienen del trabajo. Vale decir, en esta economía el trabajo es un factor fijo (oferta inelástica) y existe una dotación total de trabajo L.

1. ¿Qué salario pagan las firmas?
2. Si no existen restricciones para la entrada de productores de nuevos bienes de consumo producidos con la tecnología descrita, encuentre el número de bienes que se producen en el largo plazo. Ilustre la solución del problema de cada firma en el equilibrio general.

(d) Suponga ahora que existen dos ciudades R y S. Los consumidores de R y S tienen preferencias idénticas:

$$V = c_x^\mu c_a^{1-\mu}$$

donde $c_x = \left(\sum_{i=1}^N x_i^\rho\right)^{\frac{1}{\rho}}$ respresenta un bien compuesto a partir de los N bienes de consumo (expresión de la parte (a)) y c_a es el consumo del bien agrícola. Al igual que antes, el único factor productivo es el trabajo y el ingreso de los consumidores corresponde al ingreso laboral.

En la ciudad R, se producen los N bienes de consumo que analizamos en las partes (a)-(c). El transporte de cada bien de consumo de R a S tiene un costo unitario τ para la firma que lo produce. Por ley, el monopolio debe cobrar en S un precio que no supere el precio que cobra en R por más que el costo de transporte τ (*).

En la ciudad S se produce un bien agrícola con retornos constantes a escala y su costo de transporte es nulo.

Los trabajadores migran de una ciudad a otra cuando el salario real es mayor en la otra. Si la dotación total de trabajo en la economía es L, determine las fracciones λ y $1-\lambda$ que en equilibrio trabajarán en R y S respectivamente. Analice el resultado.

Hint: (1) No es necesario encontrar de nuevo las demandas por cada bien x_i. Sólo basta encontrar la fracción del ingreso que se destinará al consumo del bien compuesto c_x.

(2) La restricción descrita por (*) es activa en el problema de optimización que enfrenta cada productor de un bien de consumo.

15. *Comercio y Ventajas Comparativas: Teorema de Heckscher-Ohlin. (Mas-Collel, Ch. 15)*

Suponga que existen dos bienes de consumo, dos factores (capital K y trabajo L) y dos países A y B. Cada país produce ambos bienes de consumo utilizando los dos insumos en la producción de cada bien. Las tecnologías para producir los bienes de consumo son las mismas en ambos países. La tecnología para producir el primer bien es relativamente más intensiva en capital. Las dotaciones de los dos factores son $(\overline{K}_A, \overline{L}_A)$ y $(\overline{K}_B, \overline{L}_B)$ para los países A y B, respectivamente. Asuma que el país A tiene mayor abundancia relativa de capital, i.e.,

$$\frac{\overline{K}_A}{\overline{L}_A} > \frac{\overline{K}_B}{\overline{L}_B}.$$

Los consumidores son idénticos en cada país y sus preferencias pueden representarse con funciones crecientes, cóncavas y homogéneas que dependen exclusivamente de las cantidades consumidas de cada bien.

Suponga que no existe movilidad de factores entre países y que cada país es tomador de precios con respecto a los precios internacionales de los bienes de consumo. Considere que a los precios internacionales (p_1, p_2) ninguno de los dos países se especializa y que los mercados internacionales pos los bienes de consumo se equilibran (no existe exceso de demanda, markets clear). Pruebe que el país A debe estar exportando del bien 1, el bien cuya producción es relativamente más intensiva en el factor que es relativamente más abundante en el país A (capital).

VII. Externalidades y Bienes Públicos

1. Responda las siguientes preguntas:

   (a) Hahn distingue dos tipos de instrumentos para tratar los problemas del medio ambiente. Para cada uno de ellos de una breve descripción y un ejemplo donde se haya aplicado. ¿Cuál tipo de instrumento prefieren los empresarios? ¿y por qué?

   (b) ¿Qué es un óptimo de Pareto? ¿Qué establece el Primer Teorema del Bienestar? Mencione tres posibles imperfecciones de mercado y las correspondientes opciones de política

   (c) ¿Qué dice el Teorema de Coase? ¿Permite en la práctica resolver todos los problemas de externalidades?

   (d) Hay dos caminos alternativos. Sólo en uno de ellos se impone peaje. ¿Qué elementos debiera considerar un peaje óptimo desde un punto de vista social?

   (e) La carretera Santiago-Viña no es un bien público puro porque existe congestión en determinadas horas. Comente.

   (f) Si bien el teorema de Coase es de gran interés teórico, resulta de poca utilidad práctica porque no considera la forma en que se asignan los derechos. Comente.

   (g) La maximización del bienestar social exige restringir la entrada a una pesquería ¿Cuales son los principales inconvenientes de administrar las pesquerías a través del control del esfuerzo (v.g. limitando el número de embarcaciones o colocando vedas)? ¿Cuales son las ventajas de la asignación de cuotas individuales? ¿Cuál sería a su juicio la manera apropiada de asignar cuotas?

   (h) ENAMI recepciona mineral en diversas plantas, todas las cuales tienen distintos costos de procesamiento. Existe un costo fijo por cada entrega, correspondiente principalmente a las muestras que se realizan para medir la ley del mineral. Además hay un costo variable por el procesamiento del mineral. La actual política de ENAMI es cobrar la misma tarifa por cada unidad de mineral procesada. ¿Es esta política eficiente? ¿Cuál propondría Ud.?

2. Considere una economía cerrada dotada de cantidades fijas de tierra y trabajo. Esta economía produce 2 bienes, A y B, a partir de los dos factores señalados. En ambas industrias la producción a nivel de la firma presenta retornos constantes a escala. Suponga además que (i) todos los individuos tienen igual dotación de recursos (incluyendo las acciones en las firmas), que (ii) los individuos son maximizadores de utilidad, que (iii) los productores maximizan los beneficios y que (iv) existe perfecta competencia a todos los mercados relevantes.

   Asuma que existe una externalidad productiva de modo que cada unidad producida del bien A reduce la producción del bien B en k unidades. ¿El equilibrio competitivo está en la frontera de producción? ¿Es óptimo Paretiano?.

3. Considere una pesquería cuya tasa de crecimiento anual es $f(s)$, donde s es el stock de peces en toneladas. El costo de capturar h toneladas de pescados está dado por $C(h, s)$. Se trata de una pesquería chica y por lo tanto su producción no influye en el precio, que supondremos constante a lo largo del tiempo. También asumiremos que la tasa de descuento social es i. Suponga además que:

   (I) La función $f(s)$ es cócava, $f(0) > 0$, tiene único máximo en $s_{\max} > 0$.

   (II) $C_h > 0, C_{hh} > 0, C_s < 0$.

   (a) Interprete estos supuestos.

   (b) Suponiendo que existe libre entrada a la pesquería, encuentre el equilibrio competitivo.

   (c) Encuentre el equilibrio cuando sólo se permite operar en la pesquería a una sola empresa pesquera.

   (d) ¿Cuál de las dos soluciones anteriores es mejor desde un punto de vista social? Explique.

(e) Ilustre sus respuestas anteriores para el caso en que:

$$f(s) = a + bs - cs^2 \text{ y } C(h, s) = \frac{1}{d} * \frac{h}{s},$$

donde a, b, c y d son parámetros positivos.

(f) A la luz de sus respuesta anteriores ¿Cuál debiera ser la política pesquera?

4. En una pesquería el costo de capturar una cantidad h de peces cuandoel stock es s está dado por $C(h, s)$.

   (a) Si f es la función de rendimiento, r la tasa de descuento y P el precio del pescado, interprete la condición de optimalidad:

   $$P = C_h + \frac{Cs}{(f'(s) - r)}$$

   (b) ¿Qué pasa con la cantidad capturada cuando aumenta la tasa de interés? ¿Cuál es la intuición del resultado? Explicite y justifique los supuestos respecto a la función $C(h, s)$.

5. En un barrio aislado viven N familias idénticas. Las familias gastan su ingreso en la compra de dos bienes: leña para la chimenea y un bien compuesto. Por elección de unidades, cada unidad de leña produce una unidad de contaminación. La función de utilidad de cada familia está dada por:

   $$U^i(x_1^i, x_2^i, y) = \log x_1^i + \log x_2^i - \frac{1}{2} \log (y/M) \qquad M > 0$$

   donde x_1^i representa el consumo de leña, x_2^i el consumo del bien compuesto e y el nivel de contaminación.

   Para responder sus preguntas defina al bien compuesto como numerario, use las letras p para designar el precio de la leña e I para el ingreso familiar.

   (a) Encuentre la solución privada en la cual cada familia maximiza su propia utilidad. Calcule el nivel de utilidad de cada familia. Suponga que hay un gran número de familias por lo que éstas ignoran el efecto que su propio consumo tiene sobre la contaminación.

   (b) Encuentre la solución óptima en la cual todas las familias alcanzan igual nivel de utilidad $\overline{U}$

   Hint: La solución se simplifica considerablemente al considerar que todas las familias son iguales por lo que consumen la misma cantidad de leña.

   (c) Explique las diferencias que existen entre las respuestas a las preguntas (a) y (b). ¿Qué impacto tendría poner un impuesto ad-valoren a la leña en la contaminación y en el bienestar de las familias? ¿Qué solución propondría Ud. para aumentar el bienestar de las familias?

6. Considere una fábrica que contamina con humo la vecindad. Quinientas personas viven muy cerca de la fábrica, y cada una de las cuales está dispuesta a pagar \$0.10 por cada punto de reducción porcentual en el humo producido por la fábrica. Otros 1.000 residentes viven cerca de la planta, y cada uno de ellos está dispuesto a pagar \$0.04 por cada punto de reducción porcentual de la polución. El costo marginal de reducir el humo es:

   1 - 10% reducción \$ 20 por cada un % de reducción

   11 - 20% reducción \$ 40 por cada un % de reducción

   21 - 30% reducción \$ 70 por cada un % de reducción

   31 - 40% reducción \$105 por cada un % de reducción

   41 - 50% reducción \$145 por cada un % de reducción

(a) ¿Cuál es la condición que determina la reducción óptima en el humo?

(b) ¿Cuál es el nivel óptimo de reducción?

(c) ¿Suponiendo que el nivel de reducción se decide a través de un sistema de votación en el cual todos los residentes pagan el mismo impuesto, y que se va votando por cada % adicional de reducción ¿Cuál es el nivel de reducción a que se llega?

(d) ¿Difieren las respuestas a (b) y (c)? ¿Por qué?

(e) ¿Piensa que el teorema de Coase aplica en este caso? Explique.

7. (Frank) Dos empresas, X e Y, tienen acceso a cinco procesos productivos diferentes, cada uno de los cuales provoca una cantidad distinta de contaminación. El cuadro adjunto muestra los costos diarios de los procesos y el número correspondiente de toneladas de humo para producir 1000 unidades diarias de juguetes que se dispuso para Navidad.

Proceso (humo)	A (4 tons/día)	B (3 tons/día)	C (2 tons/día)	D (1 tons/día)	E (0 tons/día)
Costo para X	100	120	140	170	220
Costo para Y	60	100	150	255	375

(a) Si la contaminación no es regulada, ¿qué procesos utilizará cada una de las empresas y cuáles serán las emisiones totales diarias de humo?. ¿Cuál sería el costo total diario para las firmas si se prohibe la emisión de humo?

(b) La municipalidad quiere reducir las emisiones de humo a la mitad respecto a la situación sin regulación. Para lograrlo, exige disponer de un permiso municipal por cada tonelada de humo que se emita y limita el número de permisos al nivel deseado de emisiones. Los permisos se subastan y se adjudican a los mejores postores. Si X e Y son las únicas que contaminan, ¿cuánto costará cada permiso?, ¿cuántos comprará cada empresa?

(c) Compare el costo total que tiene para la sociedad este procedimiento de subastar los permisos con el costo total de obligar a reducir las emisiones de cada empresa a la mitad.

(d) Suponga que se asignan todos los derechos transables a X, ¿es posible predecir cuántos permisos serán transados?

8. En una ruta congestionada el tiempo medio de viaje es función del flujo total F, es decir $t = t(F)$. El valor del tiempo es v, igual para todos los usuarios. Suponga que la demanda por viajes es función del costo generalizado de viaje, es decir $d = d(c + vt)$, donde c representa otros costos del viaje.

(a) Muestre cuál es la efecto de la entrada de un nuevo usuario a la ruta sobre el resto de los usuarios.

(b) Suponiendo que el valor del tiempo es v, igual para todos los usuarios. Determine el peaje óptimo.

(c) Si la ruta se entrega en concesión a un privado, el cual es libre de cobrar la tarifa que desee. Determine el peaje que impondría el concesionario.

(d) Compare sus respuestas (a), (b) y (c).

9. Existen dos rutas alternativas para ir de un punto a otro. Una ruta es muy amplia, por lo que nunca se congestiona. El tiempo de viaje por esta ruta es de 2 horas. En la segunda ruta el tiempo de viaje es una función creciente del flujo. La segunda ruta tiene una distancia de 100 kilómetros. No existe límite de velocidad y los usuarios siempre transitan a la mayor velocidad que permiten las condiciones de tráfico. La velocidad está dada por:

$$v = 200 - 2d$$

Los consumidores sólo consideran el tiempo de viaje y el valor del peaje en su decisión. Suponga que el valor de una hora es una UF.

(a) Llega un flujo de 6.000 vehículos por hora a la bifurcación de ambos caminos. Los consumidores sólo consideran el tiempo de viaje en su decisión. ¿Cómo se reparte el flujo entre ambos caminos?

(b) Suponga que el segundo camino está concesionado a un empresario privado no regulado. ¿Qué peaje cobra este por usar el camino?

(c) ¿Cuál es el peaje óptimo desde un punto de vista social? ¿Los usuarios están mejor o peor con el peaje?

(d) Compare sus respuestas (a), (b) y (c). ¿Qué conclusión puede sacar?

(e) ¿Cómo cambian sus respuestas si se impone un límite de velocidad de 100 km/hora?

10. Responda las siguiente preguntas:

(a) ¿Por qué la mayoría de los automovilistas son contrarios al cobro de peajes en rutas congestionadas?

(b) Dos ciudades están unidas por dos rutas distintas. La primera es más larga pero nunca se congestiona. La segunda, que está concesionada a un privado, se congestiona fácilmente. El concesionario es libre de colocar la tarifa que desee. ¿Cuánto difiere esta del peaje óptimo? Explique.

11. (Laffont) Considere una economía con 2 bienes y N consumidores. Cada consumidor tiene una dotación inicial de 4 unidades del bien 1. El bien 2 utiliza como insumo el bien 1 y se produce de acuerdo a la siguiente tecnología

$$y_2 = \sqrt{z_1}\,.$$

La producción del bien 2 genera una externalidad negativa afectando las preferencias de los consumidores de modo que la función de utilidad del consumidor i se escribe

$$U(x_1^i, x_2^i) = x_1^i + \log(x_2^i) - \frac{1}{2}\log(y_2) \qquad i = 1, ..., N.$$

(a) Tomando como numerario el precio del bien 1y suponiendo que la firma productora del bien 2 actúa como tomadora de precios:

(a1) Encuentre la función de oferta y las utilidades de la firma como función del precio p del bien producido. ¿Por qué existen utilidades?

(a2) Suponiendo que las utilidades de la firma se reparten equitativamente entre los consumidores y asumiendo que estos últimos desprecian el impacto de su propio consumo del bien 2 sobre la producción del bien 2 (i.e. consideran y_2 como un dato) encuentre las funciones de demanda por ambos bienes y determine el equilibrio competitivo. Escriba el nivel de utilidad alcanzado por un consumidor típico y describa la dependencia en el número de agentes N. Explique sus resultados.

(b) Explique porqué el equilibrio competitivo no es Pareto óptimo y caracterice los óptimos de Pareto en los cuáles los consumidores consumen una cantidad extrictamente positiva del bien 1. Muestre que la producción Pareto eficiente del bien 2 es $y_2^* = \dfrac{\sqrt{N}}{2}$ y calcule la pérdida de utilidad per cápita usando como referencia el óptimo paretiano.

Hint: Para encontrar una solución asuma que todos los consumidores consumen la misma cantidad de cada bien.

(c) Suponga que en el escenario competitivo (parte (a)) se carga un impuesto por unidad t a la producción del bien 2. Encuentre valor de t^* que debe imponerse en equilibrio competitivo para lograr Pareto eficiencia. Suponiendo que el gobierno traspasa a mano alzada la recaudación obtenida con t^* (presupuesto balanceado) y qué la transferencia es igual para todos los consumidores, encuentre el ingreso de un individuo típico, las cantidades que consumen de cada bien y el nivel de utilidad alcanzado. Compare dichos valores con los valores obtenidos en el caso de equilibrio competitivo sin impuesto.

12. La tecnología de producción de manzanas y miel en el Edén es simple. Cada unidad de trabajo dedicada al cuidado del huerto produce una flor, la que luego llega a ser una manzana. Los productores de miel obtienen B unidades de miel por unidad de trabajo, donde B es el número de flores de manzana que hay en el huerto. Suponga que el número de trabajadores es 30.

    (a) Derive la frontera de producción de la economía.

    (b) Todos los consumidores del Edén tienen las mismas preferencias las cuales están caracterizadas por:

    $$u(c_m, c_a) = c_m * c_a$$

    donde c_m designa el consumo de miel y c_a el consumo de manzanas. Derive las producciones que maximizan el bienestar de la economía.

    (c) Si los productores (de manzanas y miel) y los consumidores se comportan como tomadores de precios, encuentre el equilibrio competitivo.

13. El ruido de una discoteca despierta todas las noches a su vecino. El afectado está dispuesto a pagar cualquier precio para que el ruido no lo despierte. Una altenativa es que instale vidrios dobles con un costo de \$100. Por otro lado, al dueño de la discoteca le cuesta \$60 aislar el local.

    (a) Imaginemos que la ordenanza municipal permite al dueño de la discoteca colocar la música a todo volumen y que el costo de negociar entre las partes es cero. ¿A qué solución se llega? ¿Cómo cambia la respuesta si la ordenanza municipal NO permite al dueño de la discoteca colocar la música a todo volumen?

    (b) Existe una gran enemistad entre los dos vecinos por lo que llegar a un acuerdo a través de abogados le cuesta \$25 a cada uno. ¿Cómo cambian sus respuestas?

    (c) ¿Cómo cambian sus respuestas si los vecinos afectados son 2?

    (d) ¿Qué establece el Teorema de Coase? ¿Cómo explica sus respuestas (a) y (b) a la luz del Teorema de Coase?

14. (Gibbons) En una pradera de Tierra del Fuego existen N campesinos. El campesino i-ésimo posee g_i ovejas y mantenerlas le significa un costo c por oveja. El beneficio depende, sin embargo del número total de ovejas que hay en la pradera ya que el pastizal que hay en la pradera constituye la principal funte de alimentación y, por lo tanto, determina la canatidad final del producto. La función de beneficio por oveja está dada por $V(G)$ dónde $G = \sum_i g_i$.

    Considere que los campesinos actúan no cooperativamente de manera que el equilibrio de libre explotación es un equilibrio de Nash.

    Considerando que $V(G) = 10 - G$, determine:

    (a) El nivel óptimo de explotación cuando existe un sólo campesino.

    (b) El equilibrio de Nash con N campesino haciendo uso del pastizal de la pradera.

    (c) Compare las utilidades obtenidas en cada caso y detemine como depende la sobrexplotación del número de campesinos. Caracterice la explotación socialmente óptima.

15. Una economía posee una dotación total del bien X igual a w. Además de servir para el consumo, este bien también se utiliza como insumo de producción para un bien público Y. La producción del bien público está caracterizada por $y = z^\alpha$ donde z es la cantidad del bien privado X utilizada en la producción. Cada individuo i posee una dotación incial del bien privado w_i y contribuye voluntariamente una cantidad z_i de esta dotación para producir el bien público.

    La utilidad de cada individuo está dada por

    $$U^i(x_i, y) = \log x_i + \gamma \log y.$$

(a) Encuentre el equilibrio.

(b) Considere ahora un planificador social igualitario.(en su función objetivo cada agente pesa lo mismo) y encuentre el óptimo social. Compare esta asignación con lo obtenido en (a) e ilustre ambas soluciones en un gráfico adecuado. Comente.

16. Los 101 habitantes del suburbio de Urbania han decidido construir un parque. Todos han coincidido en que el parque es deseable y que debe ser financiado en partes iguales por todos los consumidores, pero no han logrado llegar a un acuerdo respecto al tamaño del parque.

    Cada uno de los 101 miembros de la comunidad trabajan en la vecina ciudad de Factoria y reciben el mismo ingreso Y. Las personas en Urbania gastan sus ingresos en un bien compuesto cuyo precio es 1. Aunque todos reciben el mismo ingreso difieren en los gustos. La función de utilidad del habitante i-ésimo es:

$$U^i(P, C) = P^{a_i} C^{1-a_i}$$

    donde P es el tamaño del parque y C es la cantidad del bien compuesto. (Cada miembro de la comunidad tiene un a_i distinto).

    Los habitantes de Urbania saben que el tamaño sólo depende de la cantidad de dinero que se dedique a su construcción: $P = f(E)$ donde E es el presupuesto destinado al parque, y $f'(E) > 0$.

    (a) Si $f(E) = E^{\frac{1}{2}}$ y la decisión estuviese en manos del i-ésimo miembro de la comunidad ¿De que tamaño sería el parque construido?

    (b) Suponga que los miembros de la comunidad, acuerdan decidir el tamaño del parque a través de un sistema de votaciones. Se consideran pares de alternativas de tamaño, y dado un par de tamaños posibles para el parque (P_1, P_2) la alternativa P_1 derrota a la alternativa P_2 si los votantes que prefieren la alternativa P_1 superan a aquellos que prefieren la alternativa P_2. Existe una amplia y merecida confianza entre los miembros de la comunidad, los cuales se han comprometido que enfrentados a pares de alternativas votarán por aquellas que representen fielmente sus preferencias. La comunidad construiría un parque sí y sólo si existe un tamaño de parque que no es derrotado por ningún otro tamaño. ¿Se construirá un parque? Si su respuesta es afirmativa, ¿De qué tamaño será el parque construido? ¿Es la decisión de la comunidad óptima?

17. a. ¿Cuáles son las fallas de mercado en Investigación y Desarrollo (I&D)?. ¿Cuáles son las posibles soluciones para estas fallas?

    b. Bernstein postula que el costo de producción de una firma está dado por: $c = C(y, w, S_1, S_2)$

    donde y es un vector de producciones, w un vector de precios de factores, S_1 la suma de los stocks de I&D de todas las firmas de la industria, y S_2 correspondiente a la suma de los stocks de I&D de todo el país. Interprete la función. ¿Qué signo esperaría para los distintas derivadas parciales de la función C? Explique.

18. La utilidad de cada individuo depende del consumo x de un bien y del tiempo de ocio z (tiempo libre) disponible de acuerdo con:

$$u(x, z) = x^{\frac{1}{2}} + z^{\frac{1}{2}}.$$

    Cada individuo dispone de una unidad de tiempo cuyo uso divide en trabajar por un salario w (por unidad de tiempo), o bien, lo consume en forma de tiempo libre. Además del salario recibe un ingreso no laboral (utilidades de las firmas de las cuales son accionistas) que denotamos por Π.

    (a) Encuentre la demanda por el bien de consumo y la oferta de trabajo individual. ¿Cómo dependen sus resultados del salario w y del ingreso no laboral ?

(b) Suponga que el gobierno decide gravar a los individuos para financiar el gasto público. Se establece un impuesto al ingreso laboral cuya tasa es τ_L y un impuesto al ingreso no-laboral cuya tasa denotamos por τ_Π. Repita la parte (a) y determine como depende la oferta de trabajo de las tasas impositivas τ_L y τ_Π.

(c) El bien de consumo es producido con la tecnología $y = G^\alpha L^{1-\alpha}$ por una firma que se comporta competitivamente, donde L es el trabajo empleado por la firma y G es un insumo financiado por el gobierno que la firma no decide (G es un bien público, por ejemplo, carreteras). Encuentre la demanda por trabajo y las utilidades de la firma. ¿Por qué existen utilidades?

(d) La idea es encontrar el equilibrio general de esta economía cuando todos los individuos son idénticos. Sin pérdida de generalidad asuma que existe un único individuo y que su ingreso no laboral Π corresponde a las utilidades que reparte la firma (parte (c)). La recaudación de impuestos se utiliza exclusivamente para financiar el bien público G.

(d1) Es posible demostrar que la política de impuestos óptima es tal que $\tau_L = 0$ y $\tau_\Pi = 1$. Explique cómo encontrar la politica tributaria óptima y dé la intuición económica detrás de este resultado (puede demostranlo durante sus vacaciones).

(d2) Asumiendo que se aplica la política tributaria óptima descrita en (d1), encuentre el equilibrio general.