

Valor en riesgo (VaR) calculado por simulación histórica

- ✓ Este método no supone ninguna función de distribución para las pérdidas y ganancias, y se apoya únicamente en el comportamiento histórico observado.
- ✓ Supongamos que se cuenta con información diaria y que se define un precio representativo de cada día (por ejemplo, el precio de cierre). A continuación, se calculan los retornos diarios de la muestra seleccionada.
- ✓ Con una muestra de N observaciones de precios, se tiene $N-1$ retornos, $R_1, R_2, \dots, R_t, \dots, R_{n-1}, R_n$, con $n \equiv N-1$. Nuestra posición actual tiene un valor de mercado V . Sea L_t la rentabilidad, medida en dinero, sobre V en la fecha t :

$$L_t = V R_t \quad (1)$$

- ✓ A continuación, ordenamos los valores calculados de menor a mayor:

$$L_{1:n} \leq L_{2:n} \leq \dots \leq L_{j:n} \leq \dots \leq L_{n:n} \quad (2)$$

donde $L_{1:n}$ es la pérdida mayor observada en la muestra de tamaño n , $L_{2:n}$ es la segunda mayor pérdida, y así sucesivamente.

- ✓ Un estimador del VaR por simulación histórica (SH), en valor absoluto, para un nivel de confianza p , viene dado por:

$$\boxed{\text{VaR}_{\text{SH}}(p) = -L_{j^*:n}} \quad (3)$$

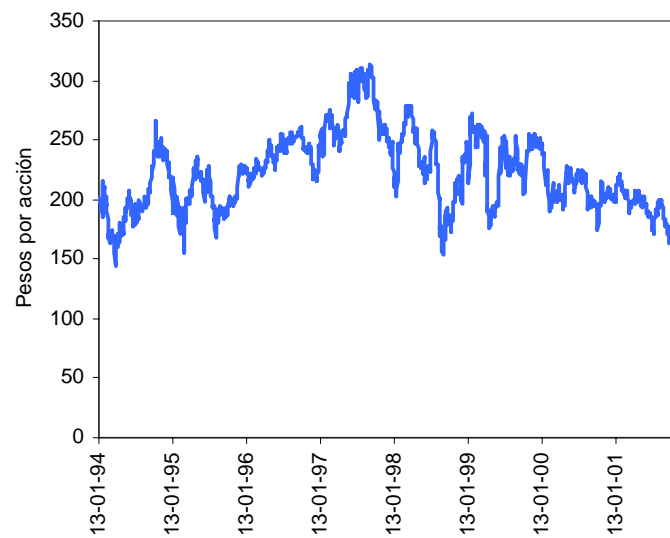
donde j^* es el número entero que satisface $\frac{j^* - 1}{n} < 1 - p \leq \frac{j^*}{n}$.

Para muestras de tamaño 100, 260 y 520 y niveles de confianza del 95% y 99%, podemos construir el siguiente cuadro para el $\text{VaR}_{\text{SH}}(p)$:

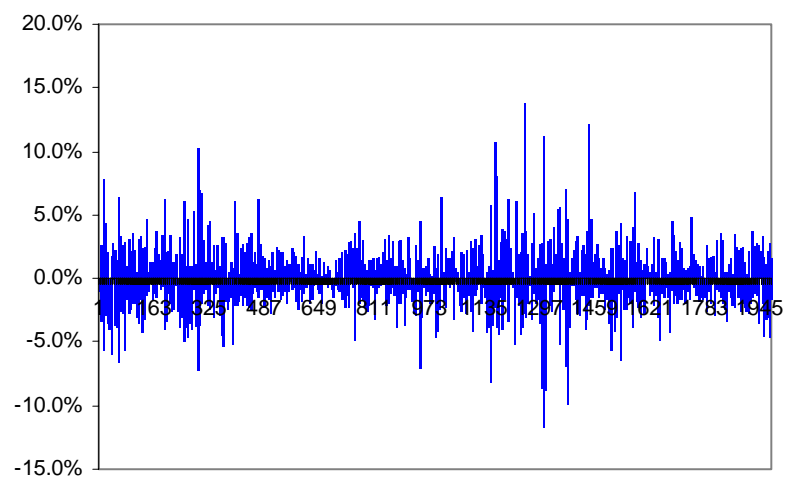
p	$n=100$	$n=260$	$n=520$
0.95	$-L_{5:100}$	$-L_{13:260}$	$-L_{26:520}$
0.99	$-L_{1:100}$	$-L_{3:260}$	$-L_{6:520}$

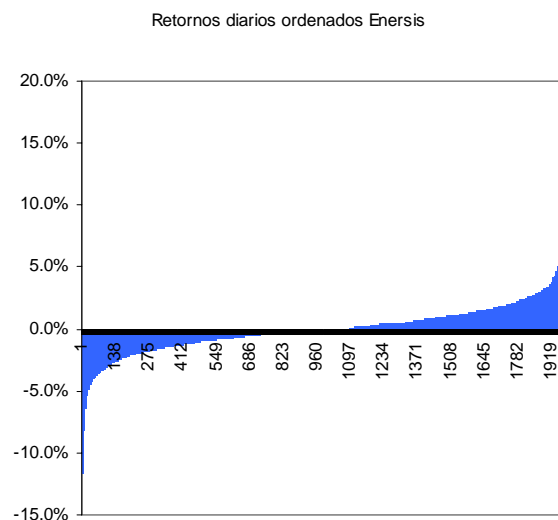
Ejemplo 1: Se cuenta con 1978 observaciones de precios diarios de Enersis.

Precio diario de Enersis (enero 1994-diciembre 2001)



Retorno diario Enersis (enero 1994-diciembre 2001)





Retornos extremos			Inversión: 1 acción	
Posición	Horizonte 1 día	Horizonte 10 días	Monto en \$	
1	-11.68%	-30.34%	VaR 1 día (99%) VaR 10 días (99%)	9.24 30.25
2	-9.95%	-26.08%		
3	-8.82%	-25.13%		
4	-8.71%	-25.06%	Precio cierre (\$) 28/12/2001	177
5	-8.18%	-24.03%		
6	-7.56%	-23.17%		
7	-7.23%	-22.52%		
8	-7.16%	-21.23%		
9	-7.00%	-21.13%		
10	-6.67%	-20.60%		
11	-6.49%	-20.29%		
12	-6.07%	-20.20%		
13	-5.72%	-19.86%		
14	-5.70%	-19.47%		
15	-5.68%	-19.07%		
16	-5.60%	-17.81%		
17	-5.54%	-17.77%		
18	-5.46%	-17.62%		
19	-5.24%	-17.27%		
20	-5.22%	-17.09%		
21	-5.20%	-16.92%		
22	-4.98%	-16.32%		
23	-4.91%	-16.10%		
24	-4.91%	-16.05%		
25	-4.91%	-16.00%		

k activos

Se calculan las series de retornos históricos para cada uno de los activos:

$$\begin{array}{l} R_{11}, R_{12}, \dots, R_{1n} \\ R_{21}, R_{22}, \dots, R_{2n} \\ \dots\dots\dots \\ R_{k1}, R_{k2}, \dots, R_{kn} \end{array}$$

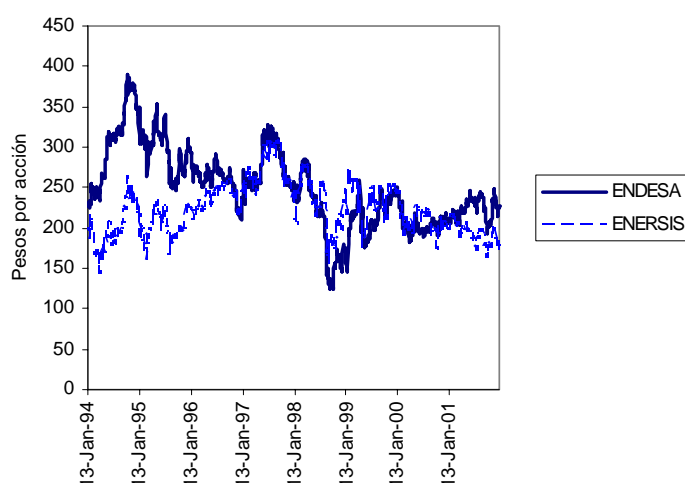
Hoy día, cada activo tiene un valor de mercado que denominamos V_1, V_2, \dots, V_k . Se calcula la serie de valores del portafolio aplicando a los valores **actuales** los retornos **históricos** desde el día 1 al día n:

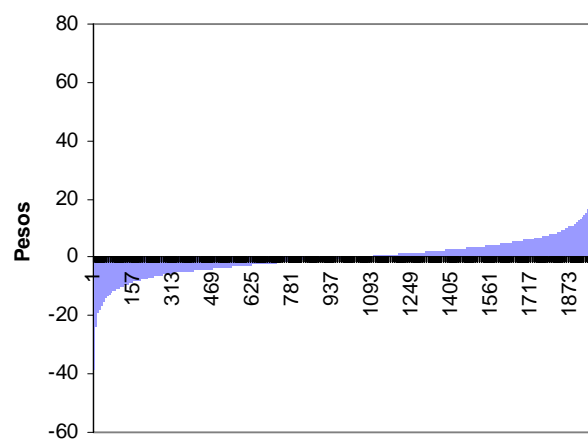
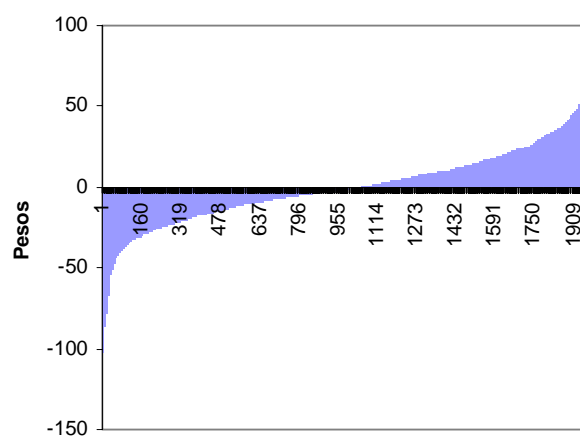
$$L_t = V_1 R_{1t} + V_2 R_{2t} + \dots + V_k R_{kt} \quad t=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

A continuación, se procede como en el caso de un único activo.

Ejemplo 2: Inversión en acciones de Enersis y Endesa

Se dispone de los precios de las acciones de Endesa y Enersis, en frecuencia diaria, para el período 1994-2001. Se forma un portafolio con una acción de cada empresa.



Pérdida Portafolio en 1 día**Pérdida Portafolio en 10 días**

Posición	Pérdida (\$) Portafolio 1 día	Pérdida (\$) Portafolio 10 días	Retorno Endesa 1 día	Retorno Enersis 1 día	Retorno Endesa 10 días	Retorno Enersis 10 días
1	-38.31	-102.21	-14.66%	-11.68%	-25.77%	-30.34%
2	-31.51	-99.48	-11.25%	-9.95%	-25.36%	-26.08%
3	-29.16	-97.38	-10.11%	-8.82%	-25.11%	-25.13%
4	-27.53	-86.66	-8.41%	-8.71%	-22.99%	-25.06%
5	-23.65	-86.46	-7.41%	-8.18%	-22.02%	-24.03%
6	-23.41	-84.60	-7.41%	-7.56%	-21.88%	-23.17%
7	-22.85	-82.18	-6.62%	-7.23%	-21.75%	-22.52%
8	-22.50	-81.55	-6.54%	-7.16%	-21.41%	-21.23%
9	-22.30	-81.29	-6.32%	-7.00%	-21.24%	-21.13%
10	-22.29	-80.02	-6.30%	-6.67%	-20.37%	-20.60%
11	-20.25	-79.48	-6.25%	-6.49%	-20.21%	-20.29%
12	-19.61	-78.60	-6.17%	-6.07%	-20.07%	-20.20%
13	-19.03	-78.01	-6.06%	-5.72%	-19.47%	-19.86%
14	-18.96	-76.63	-6.06%	-5.70%	-19.40%	-19.47%
15	-18.80	-73.52	-6.04%	-5.68%	-19.14%	-19.07%
16	-18.62	-70.33	-5.28%	-5.60%	-18.79%	-17.62%
17	-18.60	-69.66	-5.07%	-5.54%	-18.28%	-17.56%
18	-17.94	-68.44	-4.99%	-5.46%	-18.21%	-17.27%
19	-17.92	-67.23	-4.67%	-5.24%	-17.95%	-17.17%
20	-17.61	-66.93	-4.47%	-5.22%	-17.05%	-17.09%
21	-17.52	-63.45	-4.43%	-5.20%	-16.63%	-17.08%
22	-17.49	-60.90	-4.41%	-4.98%	-16.02%	-16.92%
23	-17.01	-60.43	-4.28%	-4.91%	-15.85%	-16.32%

Portafolio	Monto en \$
VaR 1 día (99%)	17.61
VaR 10 días (99%)	66.93

Endesa	Monto en \$
VaR 1 día (99%)	10.04
VaR 10 días (99%)	38.28
Precio cierre (\$)	224.51
28/12/2001	

Enersis	Monto en \$
VaR 1 día (99%)	9.24
VaR 10 días (99%)	30.25
Precio cierre (\$)	177
28/12/2001	

Suma VaR	Monto en \$
VaR 1 día (99%)	19.28
VaR 10 días (99%)	68.53

Comparación entre VaR calculado vía simulación histórica y bajo el supuesto de normalidad:

Matriz Var-cov retornos			Estadísticos 1994-2001	
	Endesa	Enersis	Endesa	Enersis
Endesa	0.000333	0.000205	Promedio	-0.001%
Enersis	0.000205	0.000395	Volatilidad	1.826%
			Asimetría	0.105
			Curtosis	11.219
				8.160
Portafolio		Inversión (\$)		
1 acción Endesa		224.51		
1 acción Enersis		177		

Volatilidad diaria portafolio

\$ 6.744

Supuesto de normalidad		Simulación histórica	
Portafolio	VaR al 99% (\$)	Portafolio	VaR al 99% (\$)
1 día	15.579	1 día	17.610
10 días	49.266	10 días	66.929
Endesa	VaR al 99% (\$)	Endesa	VaR al 99% (\$)
1 día	9.467	1 día	10.044
10 días	29.939	10 días	38.277
Enersis	VaR al 99% (\$)	Enersis	VaR al 99% (\$)
1 día	8.127	1 día	9.239
10 días	25.701	10 días	30.253

VaR DE UN PORTAFOLIO DE ACTIVOS DENOMINADOS EN DISTINTAS MONEDAS

Se tienen k activos denominados en monedas extranjeras, cuyos precios son P_1, P_2, \dots, P_k . Los tipos de cambio se denotan por e_1, e_2, \dots, e_k . Sean N_1, \dots, N_k las unidades invertidas en cada activo. El valor inicial del portafolio es:

$$V_0 = \sum_{i=1}^k N_i P_{i0} e_{i0} \quad (1)$$

La variación en el valor del portafolio entre 0 y t es:

$$V_t - V_0 = \sum_{i=1}^k N_i (P_{it} e_{it} - P_{i0} e_{i0}) \quad (2)$$

Utilizando la aproximación $P_{it} e_{it} - P_{i0} e_{i0} \approx e_{i0} \Delta P_i + P_{i0} \Delta e_i$, se llega a:

$$V_t - V_0 = \sum_{i=1}^k N_i (e_{i0} \Delta P_i + P_{i0} \Delta e_i) \quad (3)$$

y, en consecuencia,

$$R_V = \frac{V_t - V_0}{V_0} = \sum_{i=1}^k \omega_i \frac{\Delta P_i}{P_{i0}} + \sum_{i=1}^k \omega_i \frac{\Delta e_i}{e_{i0}} = \sum_{i=1}^k \omega_i R_i + \sum_{i=1}^k \omega_i C_i \quad (4)$$

$$\text{donde } \omega_i = \frac{N_i e_{i0} P_{i0}}{V_0}, \quad R_i = \frac{\Delta P_i}{P_{i0}}, \quad C_i = \frac{\Delta e_i}{e_{i0}}.$$

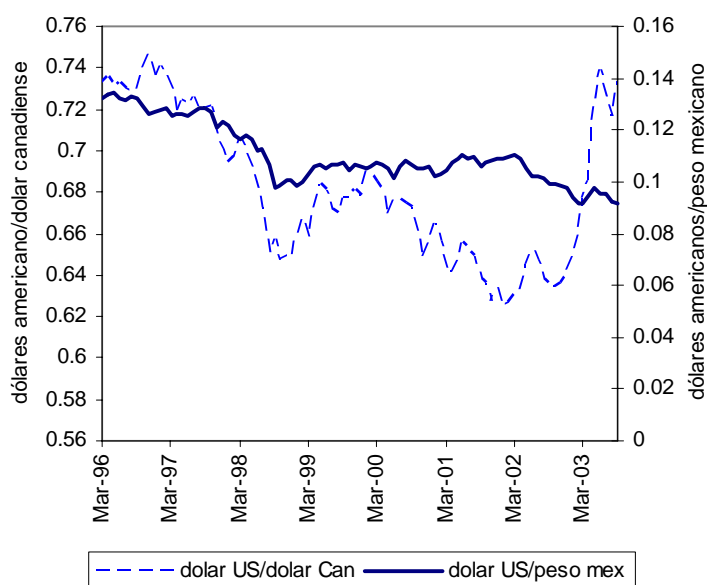
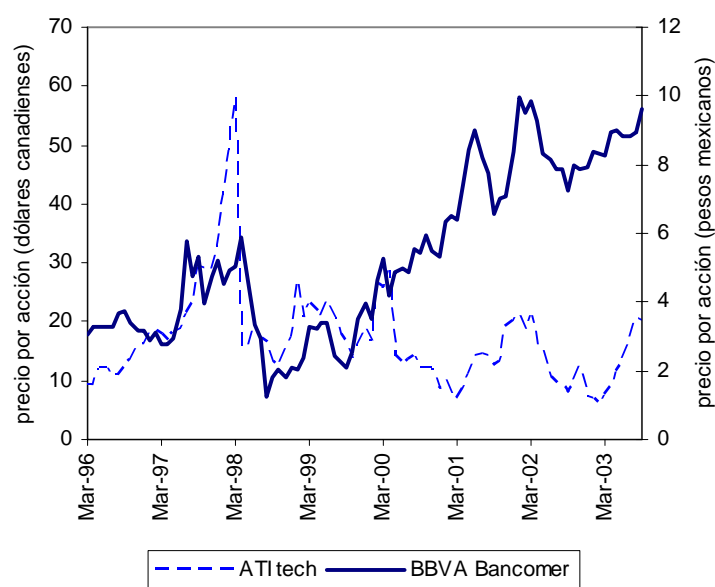
El VaR del portafolio, al $(1-\alpha)$ por ciento de confianza, es:

$$\boxed{\text{VaR} = V_0 k(\alpha) \sqrt{\boldsymbol{\omega}' (\boldsymbol{\Omega}_R + \boldsymbol{\Omega}_{RC} + \boldsymbol{\Omega}'_{RC} + \boldsymbol{\Omega}_c) \boldsymbol{\omega}} \equiv V_0 k(\alpha) \sqrt{\boldsymbol{\omega}' \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\omega}}} \quad (5)$$

donde $\boldsymbol{\omega}$ es el vector de participaciones de los activos en el portafolio, $\boldsymbol{\Omega}_R$ es la matriz varianza-covarianza de los retornos de los activos expresados en moneda de cada país, $\boldsymbol{\Omega}_{RC}$ es la matriz de covarianzas entre los retornos de los

activos en moneda de cada país y los tipos de cambio y Ω_c es la matriz varianza-covarianza de los retornos de los tipos de cambio.

Ejemplo. Se cuenta con información mensual de los precios de las acciones de *ATI Technologies Inc.* de Canadá, y del Grupo financiero BBVA Bancomer de México, para marzo 1996-septiembre 2003. Asimismo, se tiene información de la evolución de las paridades del dólar americano/dólar canadiense y del dólar americano/peso mexicano. La evaluación de las series se grafica a continuación:



Se presentan, además, estadígrafos descriptivos de los retornos accionarios y de los retornos de los tipos de cambio:

Estadígrafo	Retorno BBVA Bancomer	Retorno ATI tech	Retorno dólar US/peso mex	Retorno dólar US/dólar Can
Promedio	0.013	0.008	-0.004	0.000
Desv. Std	0.169	0.237	0.021	0.013
Mínimo	-0.890	-1.288	-0.086	-0.032
Máximo	0.414	0.459	0.044	0.052
Asimetría	-1.535	-2.158	-0.816	0.545
Curtosis	11.509	12.776	4.840	4.332

Se tiene un portafolio formado por 10 mil acciones de BBVA y 2 mil acciones de ATI. En base a la información disponible, se determina el VaR del portafolio, al 99% de confianza, para el mes de octubre de 2003:

Var-Cov retornos accionarios

	BBVA Bancomer	ATI
BBVA Bancomer	0.02859	0.00075
ATI	0.00075	0.05625

Var-Cov retornos tipos de cambio

	dólar US/peso mex	dólar US/dólar Can
dólar US/peso mex	0.000432	0.000013
dólar US/dólar Can	0.000013	0.000180

Var-Cov retornos acciones y tipos cambio

	dólar US/peso mex	dólar US/dólar Can
BBVA Bancomer	0.000680074	0.000457819
ATI	0.000633264	0.000407267

Varianza portafolio

$$\omega' \Omega \omega$$

0.036

Volatilidad mensual

19.03%

@ precios 9/2003			
Portafolio	Moneda c/país	US dólares	Participación
10000 acciones BBVA	96,100	8,804.9	0.23
2000 acciones ATI	40,280	29,548.1	0.77
Total		38,353.1	1
US dólares			
VaR (99%) a 1 mes	16,982.9		
Activos individuales US dólares			
VaR (99%) BBVA	3,570.2		
VaR (99%) ATI	16,445.9		
Ganancia diversificación	3,033.2		