UNIVERSIDAD DE CHILE
FAC. DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
Departamento de Ingeniería Industrial

Curso: IN51A Economía Industrial
Semestre: Otoño 2006
Profesores: Ronald Fisher
Soledad Arellano
Auxiliares: Paola Bordón
Mario Carrasco
Bruno Carriquiry

Clase Auxiliar #7

P1) Dos empresas de detergentes para lavadoras automáticas luchan actualmente por el mercado. Por un lado se encuentra el detergente líquido Mariel, y por otro, el detergente en polvo Draiv. Ambas empresas tienen costos dados por las siguientes funciones:

$$C_m(q_m) = F_m + m*q_m,$$
$$C_d(q_d) = F_d + d*q_d$$

Como en Chile la ropa está muy sucia, estas empresas enfrentan una gran demanda por detergente. Ésta viene dada por: P(Q) = A - Q donde P es el precio que pagan los consumidores y Q es la cantidad de detergente demandado.

a) Encuentre las cantidades de equilibrio según el modelo de Cournot.

b) Suponga que m = d. ¿Qué condiciones se deben cumplir para que sólo Mariel quede en el mercado?

Solución:

a) Las utilidades de Mariel y Draiv son respectivamente:

$$\pi_m = (A - q_m - q_d)q_m - mq_m - F_m$$
$$\pi_d = (a - q_m - q_d)q_d - dq_d - F_d$$

Resolviendo ambos problemas de maximización encontramos las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \pi_m}{\partial q_m} = A - 2q_m - q_d - m = 0$$
$$\frac{\partial \pi_d}{\partial q_d} = A - 2q_d - q_m - d = 0$$

De cada condición podemos obtener una función de reacción que indica la producción óptima dada la producción de la competencia. El equilibrio se encuentra en la intersección (es lo mismo que despejar los q de las condiciones). Se obtienen las cantidades:

$$q_m = \frac{A - 2m + d}{3}$$
$$q_d = \frac{A - 2d + m}{3}$$

b) Veamos las utilidades:

$$p = A - q_m - q_d = \frac{A + m + d}{3}$$

$$\pi_m = \frac{(A - 2m + d)^2}{9} - F_m$$

$$\pi_d = \frac{(A - 2d + m)^2}{9} - F_d$$

Cuando m = d, las utilidades quedan:

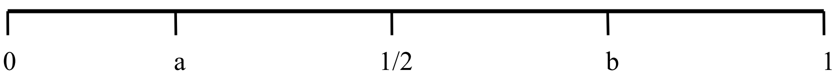
$$\pi_m = \frac{(A - m)^2}{9} - F_m$$

$$\pi_d = \frac{(A - m)^2}{9} - F_d$$

Las condiciones para que sólo Mariel permanezca en el mercado son que su utilidad sea mayor que cero y que la utilidad de la competencia sea menor que cero:

$$F_m < \frac{(A - m)^2}{9} < F_d$$

P2) Considere un modelo en que los consumidores están distribuidos en forma uniforme a lo largo de un intervalo [0, 1]. Existen dos proveedores de un bien homogéneo (firmas A y B) ubicadas en los puntos a y 1- b, donde $0 \le a \le 1/2 \le 1 - b \le 1$. Sus costos de producción son c.



Los consumidores tienen una demanda unitaria (consumen una unidad o ninguna). La función de utilidad de un consumidor ubicado a distancia d de la empresa a la que le compra es:

$$U(d) = \begin{cases} v - p - td^2, & \text{si consumen} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Asuma que las empresas compiten en precios y que maximizan utilidades.

Encuentre los precios que forman un equilibrio de Nash. Para ello, siga los siguientes pasos (para simplificar los cálculos, defina J = (a + 1 - b)/2 y K = 1/(2t(1 - a - b))).

a. Encuentre el consumidor indiferente.
b. Encuentre la demanda que enfrenta cada firma.
c. Encuentre las curvas de reacción de cada empresa.
d. Encuentre los precios que maximizan las utilidades de cada firma.

Solución:

a) El consumidor indiferente es aquel que le trae el mismo beneficio comprarle a A o a B. Supongamos que el consumidor está ubicado en x*, donde x* indica la distancia desde 0.

Entonces

$$U_a(a-x) = v - p_a - t(a-x)^2 \quad \text{y}$$
$$U_b(1-b-x) = v - p_b - t(1-b-x)^2$$

como es indiferente entre ir a comprar a A o a B

$$U_a(a-x) = U_b(1-b-x)$$
$$v - p_a - t(a-x)^2 = v - p_b - t(1-b-x)^2$$
$$p_a + t(a-x)^2 = p_b + t(1-b-x)^2$$
$$p_{a-}p_b = t(-a^2 + 2ax - x^2 + (1-b)^2 - 2x(1-b) + x^2)$$
$$\frac{(p_a - p_b)}{t} + a^2 - (1-b)^2 = 2x(a-(1-b))$$
$$\frac{(p_a - p_b)}{2t(a+b-1)} + \frac{a^2-(1-b)^2}{2(a-(1-b))} = x$$

Con $J = (a+1-b)/2 \quad y \quad K = 1/2t(1-a-b)$

Luego, $x^* = (p_b - p_a)K + J$ es el consumidor indiferente.

b) La demanda de A corresponde a todas las personas que se encuentran desde 0 a x*, y la demanda de B corresponde a las personas entre x* y 1

$$Q^a(p_a, p_b) = \int_0^{x^*} dx = x^* = (p_b - p_a)K + J$$
$$Q^b(p_b, p_a) = \int_{x^*}^{1} dx = 1 - x^* = 1 - (p_b - p_a)K - J$$

c) Para encontrar las curvas de reacción es necesario resolver el problema de optimización que resuelve cada empresa.

$$Max(p_a - c)Q^a(p_a, p_b)$$
$$Max(p_b - c)Q^b(p_b, p_a)$$

Derivando e igualando a cero

$$\frac{d\pi_a}{dp_a} = (p_b - p_a)K + J - K(p_a - c) = 0$$

$$p_a(p_b) = \frac{p_b + c}{2} + \frac{J}{2K}$$

$$\frac{d\pi_b}{dp_b} = 1 + (p_b - p_a)K - J - K(p_b - c) = 0$$

$$p_b(p_a) = \frac{p_a + c}{2} + \frac{1 - J}{2K}$$

Las curvas de reacción son $p_a(p_b)$ y $p_b(p_a)$ que se muestran arriba.

d) Remplazando p_a en p_b

$$p_b = \frac{\frac{p_b + c}{2} + \frac{J}{2K} + c}{2} + \frac{1 - J}{2K}$$

$$P_b = \frac{p_b + 3c}{4} + \frac{2 - J}{4K}$$

$$p_b = c + \frac{2 - J}{3K}$$

ahora p_b en p_a

$$p_a = \frac{\frac{p_a + c}{2} + \frac{1 - J}{2K} + c}{2} + \frac{J}{2K}$$

$$P_a = \frac{p_b + 3c}{4} + \frac{1 + J}{4K}$$

$$p_a = c + \frac{1 + J}{3K}$$

P3) Considere el caso en que dos firmas estudian la posibilidad de coludirse pero enfrentan problemas de observabilidad. Suponga que ambas empresas compiten en precios y producen un bien homogéneo. Muestre que si el número de períodos n que tarda detectar una desviación al acuerdo colusivo aumenta, es cada vez más improbable que el acuerdo se concrete.

Solución:

Se tiene que ambas empresas, sin colusión, compiten según Bertrand, por lo que P=CMg y $\Pi^{empresa} = 0$.

Ahora bien, con colusión, las empresas perciben utilidades, dado que ejercerán su poder monopólico en el mercado. Se asume que las utilidades se reparten de forma salomónica, por lo tanto $\Pi^{empresa} = \frac{\Pi^M}{2}$, donde Π^M, son las utilidades monopólicas.

Por lo tanto, para sostener la colusión, debe cumplirse que el valor presente de los beneficios de seguir en el acuerdo debe ser mayor que el valor presente de romper el acuerdo. Este valor presente se descontara a tasa δ. Es decir:

$$\Pi^{colusion} > \Pi^{romperacuerdo}$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \frac{\Pi^M}{2} > \sum_{t=0}^{n} \delta^t \Pi^M + \sum_{t=n}^{\infty} \delta^t (castigo)$$

$$\sum_{t=n}^{\infty} \delta^t (castigo) = 0 \quad (B\mathbf{e}rtrand)$$

Tenemos que:

$$\frac{\Pi^M}{2} \frac{1}{1-\delta} > \Pi^M \frac{(1-\delta^{n+1})}{(1-\delta)}$$

$$\frac{1}{2} > (1-\delta^{n+1})$$

$$\delta^{n+1} > \frac{1}{2}$$

$$\delta > \frac{1}{2}^{\frac{1}{n+1}}$$

A medida que se hace más difícil detectar las desviaciones del acuerdo (en el sentido que el rival se demora más períodos hasta que se da cuenta), es más difícil establecer un acuerdo colusivo.