

Curso de Econom'ia Industrial

Ronald Fischer
CEA-DII
Universidad de Chile

Febrero 2005



Contenidos

1. Definiciones.
2. Conceptos de solución en estrategias puras.
3. Inexistencia de equilibrio en estrategias puras: Estrategias mixtas.
4. Perfección en el subjuego.
5. Juegos de información incompleta e imperfecta.

Definición: juego en forma extensiva

1. **Jugadores** $i \in 1 \dots n$ racionales.

Definición: juego en forma extensiva

1. **Jugadores** $i \in 1 \dots n$ racionales.
2. **Árbol** del juego: nodos asignados a jugadores y ramas (acciones).

Definición: juego en forma extensiva

1. **Jugadores** $i \in 1 \dots n$ racionales.
2. **Árbol** del juego: nodos asignados a jugadores y ramas (acciones).
3. **Conjuntos de información**: información que posee cada jugador en su nodo.

Definición: juego en forma extensiva

1. **Jugadores** $i \in 1 \dots n$ racionales.
2. **Árbol** del juego: nodos asignados a jugadores y ramas (acciones).
3. **Conjuntos de información**: información que posee cada jugador en su nodo.
4. **Estrategias** $s_i \in S_i$ de cada jugador.

Definición: juego en forma extensiva

1. **Jugadores** $i \in 1 \dots n$ racionales.
2. **Árbol** del juego: nodos asignados a jugadores y ramas (acciones).
3. **Conjuntos de información**: información que posee cada jugador en su nodo.
4. **Estrategias** $s_i \in S_i$ de cada jugador.
5. **Pagos** u_i a los jugadores.

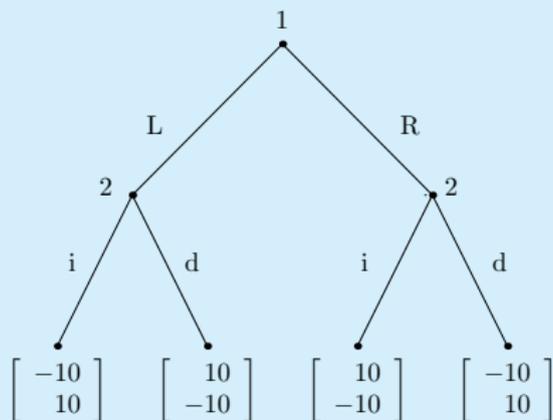


Figura: El juego de la moneda con información completa.

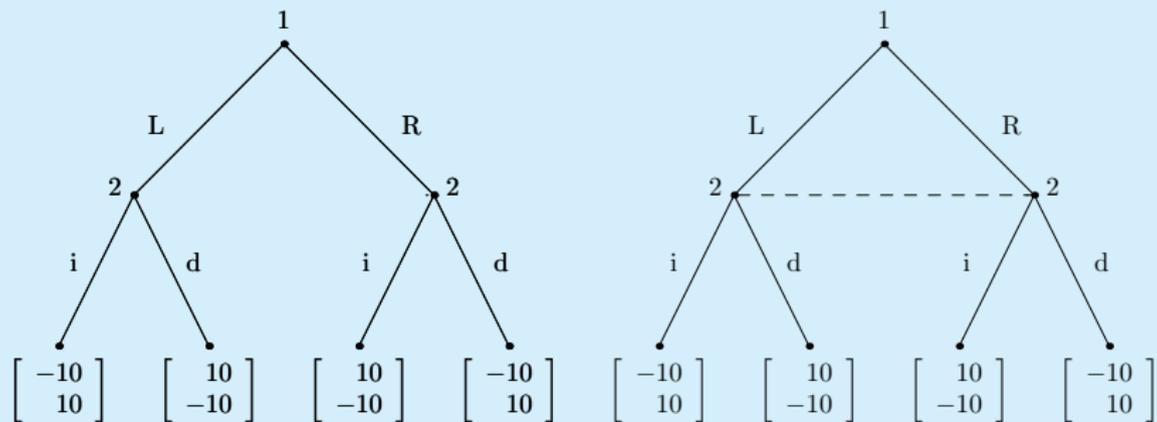


Figura: El juego de la moneda con y sin información.

Otro juego

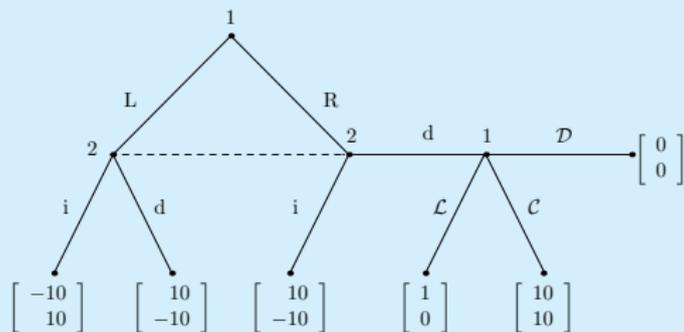


Figura: Un juego con dos etapas.

Otro juego

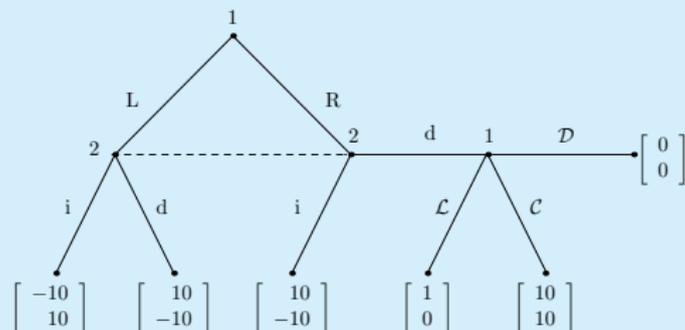


Figura: Un juego con dos etapas.

$$S_2 = \{i, d\}$$

$$S_1 = \{(L, \mathcal{L}), (L, \mathcal{C}), (L, \mathcal{D}), (D, \mathcal{L}), (D, \mathcal{C}), (D, \mathcal{D})\}$$

Más definiciones



Más definiciones

► Definición

Una **combinación de estrategias** es una n -tupla de estrategias, una por cada jugador: $s \in S \equiv \prod_{i=1}^n S_i$.

Más definiciones

► Definición

Una **combinación de estrategias** es una n -tupla de estrategias, una por cada jugador: $s \in S \equiv \prod_{i=1}^n S_i$.

- **Notación:** $s_{-i} = (s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$, la estrategia usada por los demás jugadores (excepto i).

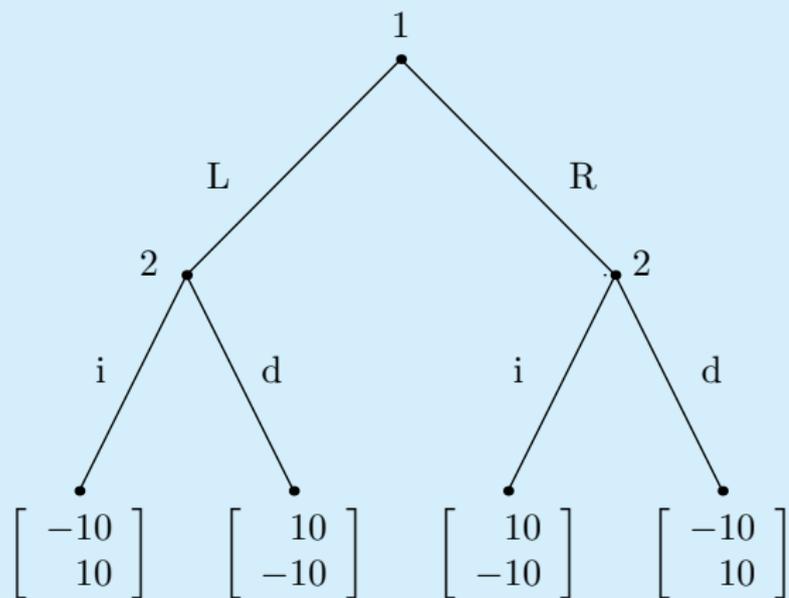
Más definiciones

► Definición

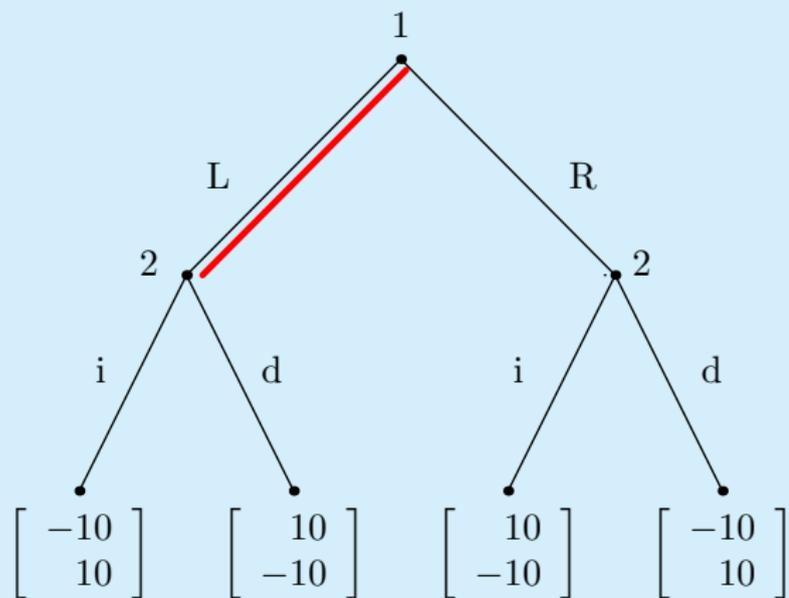
Una **combinación de estrategias** es una n -tupla de estrategias, una por cada jugador: $s \in S \equiv \prod_{i=1}^n S_i$.

- **Notación:** $s_{-i} = (s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$, la estrategia usada por los demás jugadores (excepto i).
- De acuerdo a esa definición, $s = (s_i, s_{-i})$.

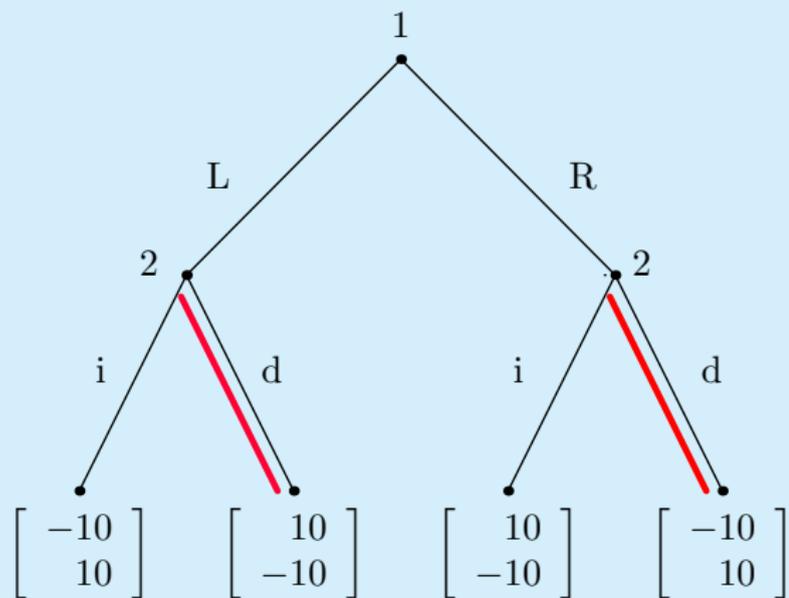
Ejemplos de estrategias



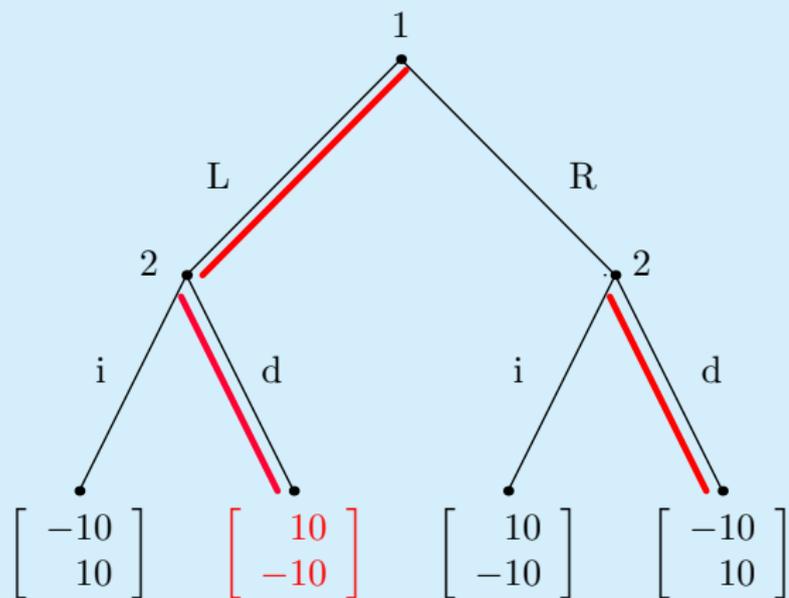
Ejemplos de estrategias



Ejemplos de estrategias



Ejemplos de estrategias



Conceptos de solución

Definición

Una estrategia s_i^* de un jugador i es **mejor respuesta** a s_{-i} si

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_i \in S_i$$

Conceptos de solución

Definición

Una estrategia s_i^* de un jugador i es **mejor respuesta** a s_{-i} si

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_i \in S_i$$

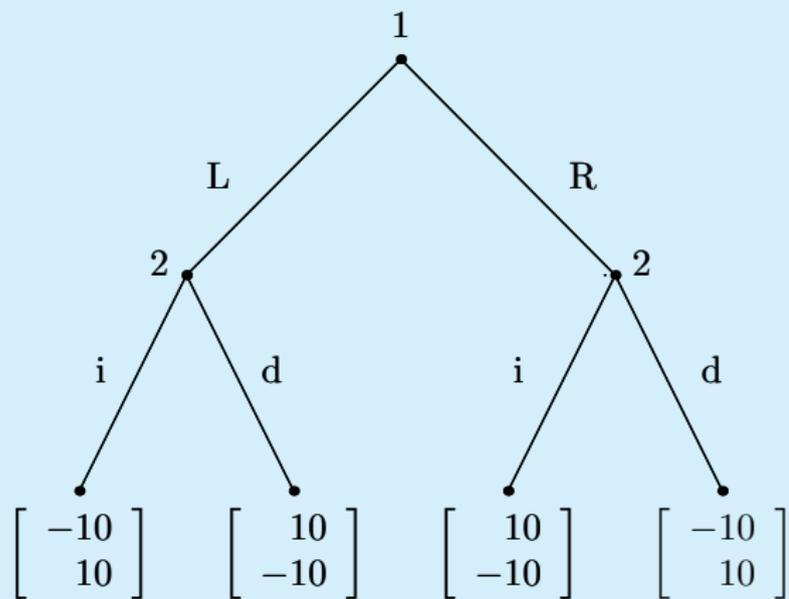
Definición

Una estrategia s_i^* del jugador i es **dominante** si es mejor respuesta ante todas las estrategias de los demás jugadores:

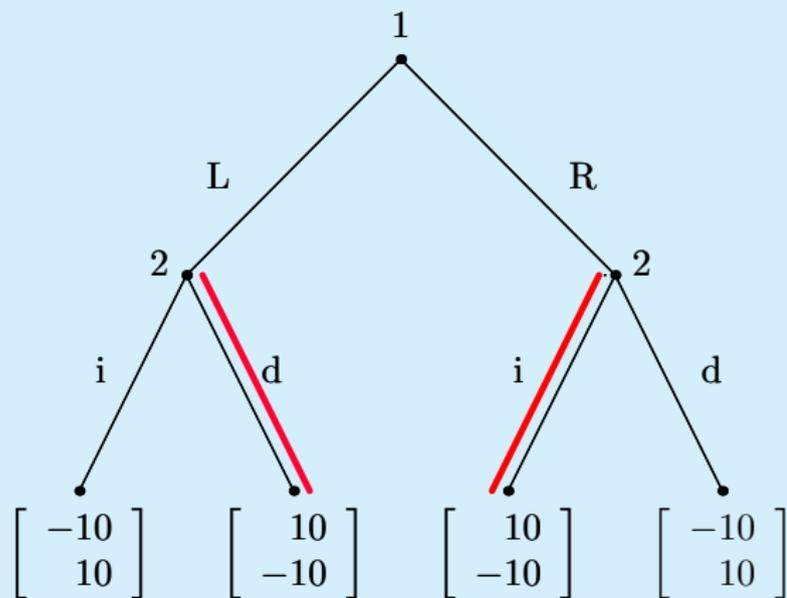
$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_i, \forall s_{-i}.$$

con desigualdad estricta para algún s_i .

Ejemplo de estrategia dominante



Ejemplo de estrategia dominante



Más ...

Ejemplo (La apuesta de Pascal)

El argumento de B. Pascal para la existencia de Dios:

No creer en Dios implica que si existe, el no creyente va al infierno. Si no existe, no pasa nada. Si cree en Dios y Dios existe, el creyente va al cielo. Si no existe, no pasa nada. \Rightarrow Creer en Dios es dominante.

Definición

*Una estrategia s_i es **débilmente dominada** por s'_i si, $\forall s_{-i}$, se tiene que $u_i(s'_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i})$, con desigualdad estricta para al menos un s_{-i} .*

Equilibrio en estrategias dominantes

Definición

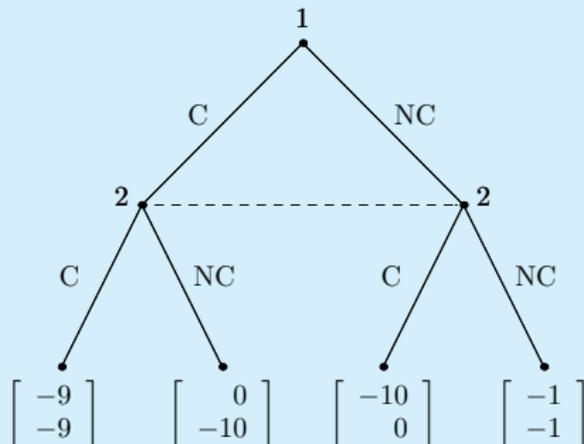
Una combinación de estrategias

$s^* = (s_i^*)_{i=1}^n$ es un **equilibrio en estrategias dominantes** si cada s_i^* es dominante.

Equilibrio en estrategias dominantes

Definición

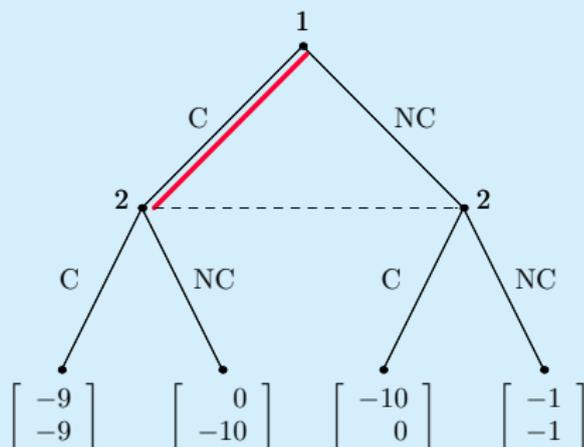
Una combinación de estrategias $s^* = (s_i^*)_{i=1}^n$ es un **equilibrio en estrategias dominantes** si cada s_i^* es dominante.



Equilibrio en estrategias dominantes

Definición

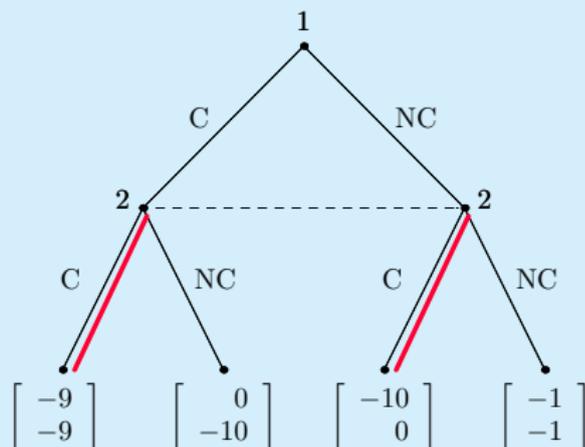
Una combinación de estrategias $s^* = (s_i^*)_{i=1}^n$ es un **equilibrio en estrategias dominantes** si cada s_i^* es dominante.



Equilibrio en estrategias dominantes

Definición

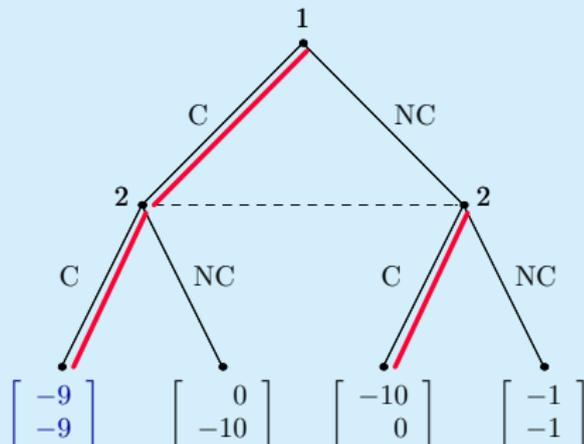
Una combinación de estrategias $s^* = (s_i^*)_{i=1}^n$ es un **equilibrio en estrategias dominantes** si cada s_i^* es dominante.



Equilibrio en estrategias dominantes

Definición

Una combinación de estrategias $s^* = (s_i^*)_{i=1}^n$ es un **equilibrio en estrategias dominantes** si cada s_i^* es dominante.

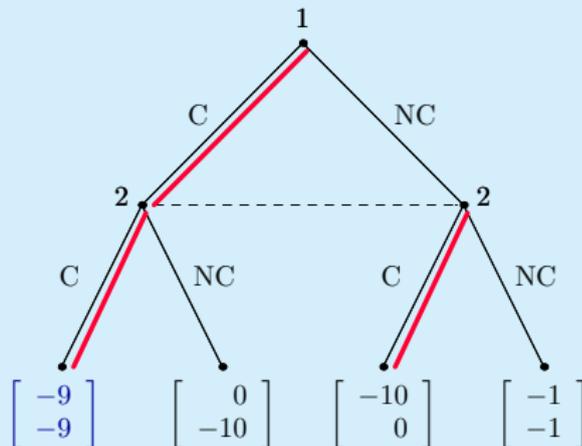


Equilibrio en estrategias dominantes

Definición

Una combinación de estrategias $s^* = (s_i^*)_{i=1}^n$ es un **equilibrio en estrategias dominantes** si cada s_i^* es dominante.

El problema es que **no siempre existe**.



Forma normal de un juego

Definición (Un juego en forma normal es:)

1. *Jugadores racionales*
 $i \in 1, \dots, n$.
2. *Estrategias* $s_i \in S_i$ de cada jugador.
3. *Pagos* $u_i(s)$ a cada jugador.

Forma normal de un juego

Definición (Un juego en forma normal es:)

1. *Jugadores racionales*
 $i \in 1, \dots, n$.
2. *Estrategias* $s_i \in S_i$ de cada jugador.
3. *Pagos* $u_i(s)$ a cada jugador.

Cuadro: Dilema del prisionero

| | | | | |
|--|-------|-------|--------|--------|
| | | Reo 2 | C | NC |
| | Reo 1 | | | |
| | C | | -9, -9 | 0, -10 |
| | NC | | -10, 0 | -1, -1 |

Equilibrio por eliminación iterada de estrategias dominadas

Equilibrio por eliminación iterada de estrategias dominadas

- ▶ Se eliminan todas las estrategias estrictamente dominadas de 1.

Equilibrio por eliminación iterada de estrategias dominadas

- ▶ Se eliminan todas las estrategias estrictamente dominadas de 1.
- ▶ En el nuevo juego, se eliminan las estrategias dominadas de 2, y así hasta que no se puede continuar.

Equilibrio por eliminación iterada de estrategias dominadas

- ▶ Se eliminan todas las estrategias estrictamente dominadas de 1.
- ▶ En el nuevo juego, se eliminan las estrategias dominadas de 2, y así hasta que no se puede continuar.

Cuadro: Batalla del Mar de Bismark

| | | Imamura | |
|--------|-------|---------|------|
| | | Norte | Sur |
| Kenney | Norte | 2,-3/2 | 2,-2 |
| | Sur | 1,-1 | 3,-3 |

Equilibrio por eliminación iterada de estrategias dominadas

- ▶ Se eliminan todas las estrategias estrictamente dominadas de 1.
- ▶ En el nuevo juego, se eliminan las estrategias dominadas de 2, y así hasta que no se puede continuar.

Cuadro: Batalla del Mar de Bismark

| | | Imamura | |
|--------|-------|---------|-----------------|
| | | Norte | Sur |
| Kenney | Norte | 2,-3/2 | 2,-2 |
| | Sur | 1,-1 | 3,-3 |

Equilibrio por eliminación iterada de estrategias dominadas

- ▶ Se eliminan todas las estrategias estrictamente dominadas de 1.
- ▶ En el nuevo juego, se eliminan las estrategias dominadas de 2, y así hasta que no se puede continuar.

Cuadro: Batalla del Mar de Bismark

| | | Imamura | |
|--------|-------|---------|------|
| | | Norte | Sur |
| Kenney | Norte | 2,-3/2 | 2,-2 |
| | Sur | 1,-1 | 3,-3 |

Equilibrio por eliminación iterada de estrategias dominadas

- ▶ Se eliminan todas las estrategias estrictamente dominadas de 1.
- ▶ En el nuevo juego, se eliminan las estrategias dominadas de 2, y así hasta que no se puede continuar.
- ▶ No siempre **único**, puede depender del orden de eliminación.

Cuadro: Batalla del Mar de Bismark

| | | Imamura | |
|--------|-------|---------|------|
| | | Norte | Sur |
| Kenney | Norte | 2,-3/2 | 2,-2 |
| | Sur | 1,1 | 3,-3 |

Equilibrio de Nash

Equilibrio de Nash

Definición

Un *equilibrio de Nash* es s^* tal que $\forall i, \forall s_i \in S_i$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*).$$

Equilibrio de Nash

Definición

Un **equilibrio de Nash** es s^* tal que $\forall i, \forall s_i \in S_i$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*).$$

Cuadro: El juego del gallina

| | | | |
|--|--------|------------|--------|
| | | 2 | |
| | 1 | | |
| | | Sigue | Desvía |
| | Sigue | -100, -100 | 10, 0 |
| | Desvía | 0, 10 | 1, 1 |

Equilibrio de Nash

Definición

Un **equilibrio de Nash** es s^* tal que $\forall i, \forall s_i \in S_i$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*).$$

Cuadro: El juego del gallina

| | | | |
|---|--------|------------|--------|
| | 2 | | |
| | | Sigue | Desvía |
| 1 | | | |
| | Sigue | -100, -100 | 10, 0 |
| | Desvía | 0, 10 | 1, 1 |

Equilibrio de Nash

Definición

Un **equilibrio de Nash** es s^* tal que $\forall i, \forall s_i \in S_i$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*).$$

Problemas: A veces **no existe**, a veces hay **múltiples** equilibrios.

Cuadro: El juego del gallina

| | | | |
|---|--------|------------|--------|
| | 2 | | |
| | | Sigue | Desvía |
| 1 | | | |
| | Sigue | -100, -100 | 10, 0 |
| | Desvía | 0, 10 | 1, 1 |

Estrategias mixtas y equilibrios de Nash

Estrategias mixtas y equilibrios de Nash

Definición

Una **estrategia mixta**

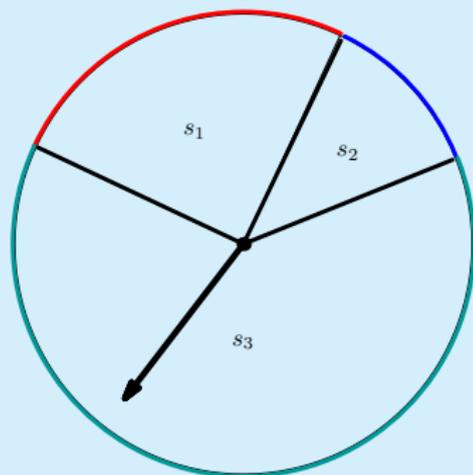
$\sigma_i = (\sigma_i(s_i^1), \dots, \sigma_i(s_i^{m_i}))$ es una distribución de probabilidad sobre las m_i estrategias de i .

Estrategias mixtas y equilibrios de Nash

Definición

Una **estrategia mixta**

$\sigma_i = (\sigma_i(s_i^1), \dots, \sigma_i(s_i^{m_i}))$ es una distribución de probabilidad sobre las m_i estrategias de i .

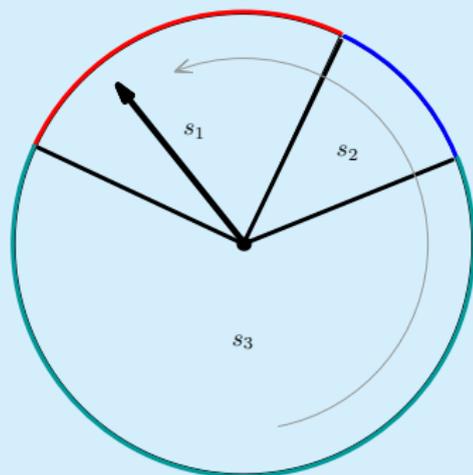


Estrategias mixtas y equilibrios de Nash

Definición

Una **estrategia mixta**

$\sigma_i = (\sigma_i(s_i^1), \dots, \sigma_i(s_i^{m_i}))$ es una distribución de probabilidad sobre las m_i estrategias de i .



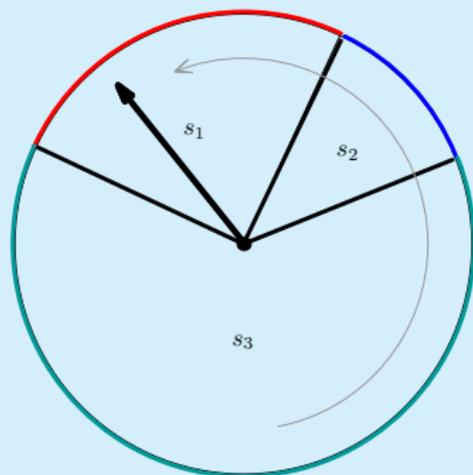
Estrategias mixtas y equilibrios de Nash

Definición

Una **estrategia mixta**

$\sigma_i = (\sigma_i(s_i^1), \dots, \sigma_i(s_i^{m_i}))$ es una distribución de probabilidad sobre las m_i estrategias de i .

Notación: $\sigma \equiv (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$.



Más definiciones

Más definiciones

► Definición

El **pago** a i se la combinación de estrategias σ es:

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) = \sum_{s \in S} \left(\prod_{j=1}^n \sigma_j(s_j) \right) u_i(s)$$

Más definiciones

► Definición

El **pago** a i se la combinación de estrategias σ es:

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) = \sum_{s \in S} \left(\prod_{j=1}^n \sigma_j(s_j) \right) u_i(s)$$

Más definiciones

► Definición

El **pago** a i se la combinación de estrategias σ es:

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) = \sum_{s \in S} \left(\prod_{j=1}^n \sigma_j(s_j) \right) u_i(s)$$

► Definición

Una estrategia σ_i del jugador i es **mejor respuesta** a σ_{-i} si

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i}), \quad \forall \sigma'_i.$$

Mejor respuesta y dominancia en estrategias mixtas

Definition

Una estrategia σ_i del jugador i es *mejor respuesta* a σ_{-i} si $U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i}), \forall \sigma'_i$.

Mejor respuesta y dominancia en estrategias mixtas

Definition

Una estrategia σ_i del jugador i es *mejor respuesta* a σ_{-i} si $U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i}), \forall \sigma'_i$.

Definition

Una estrategia σ_i del jugador i es *estrictamente dominada* si existe σ'_i tal que $U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i}) > U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}), \forall \sigma_{-i}$

Propiedades

1. Una estrategia σ está dominada (estrictamente) por la estrategia σ' , si su valor esperado frente a las estrategias *puras* de los rivales ($s_{-i} \in S_{-i}$) es menor. (¡Demostrar!)

Propiedades

1. Una estrategia σ está dominada (estrictamente) por la estrategia σ' , si su valor esperado frente a las estrategias *puras* de los rivales ($s_{-i} \in S_{-i}$) es menor. (¡Demostrar!)
2. \Rightarrow una estrategia pura s_i está dominada estrictamente por una estrategia mixta σ_i , si lo está para $s_{-i} \in S_{-i}$.

Ejemplo

| | | Jugador 2 | |
|-----------|----------|-----------|----------|
| | | <i>L</i> | <i>R</i> |
| Jugador 1 | <i>T</i> | 10, 1 | 0, 4 |
| | <i>M</i> | 4, 2 | 4, 3 |
| | <i>D</i> | 0, 5 | 10, 2 |

Ejemplo

| | | Jugador 2 | |
|-----------|----------|-----------|----------|
| | | <i>L</i> | <i>R</i> |
| Jugador 1 | <i>T</i> | 10, 1 | 0, 4 |
| | <i>M</i> | 4, 2 | 4, 3 |
| | <i>D</i> | 0, 5 | 10, 2 |

- ▶ La estrategia *T* es buena contra *L* y mala contra *R*, y *D* es lo contrario.
- ▶ *M* es intermedia contra *R* y *D*.

Ejemplo

| | | Jugador 2 | |
|-----------|---|-----------|-------|
| | | L | R |
| Jugador 1 | T | 10, 1 | 0, 4 |
| | M | 4, 2 | 4, 3 |
| | D | 0, 5 | 10, 2 |

- ▶ La estrategia T es buena contra L y mala contra R , y D es lo contrario.
- ▶ M es intermedia contra R y D .
- ▶ M está dominada por $\sigma_1 = (1/2, 0, 1/2)$.

Equilibrio de Nash en Estrategias mixtas

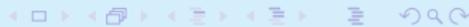
Definición

Un **equilibrio de Nash** es una combinación de estrategias

$\sigma^* = (\sigma_1^*, \dots, \sigma_n^*)$ tal que

$$U_i(\sigma_i^*, \sigma_{-i}^*) \geq U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}^*), \quad \forall i, \quad \forall \sigma_i$$

Un resultado importante



Un resultado importante

Lemma (Caracterización de equilibrios de Nash)

σ^* es un equilibrio de Nash si y solo si para todo jugador i , si la probabilidad asignada por σ_i^* a una estrategia s_i^j es positiva, entonces s_i^j es mejor respuesta a σ_{-i}^* .

Un resultado importante

Lemma (Caracterización de equilibrios de Nash)

σ^* es un equilibrio de Nash si y solo si para todo jugador i , si la probabilidad asignada por σ_i^* a una estrategia s_i^j es positiva, entonces s_i^j es mejor respuesta a σ_{-i}^* .

Ejemplo

En el juego del gallina hay tres equilibrios de Nash: (S, D) , (D, S) y una estrategia mixta: $\sigma_1 = \sigma_2 = (9/109, 100, 109)$. La probabilidad de choque es $\approx 1\%$.

Problemas del equilibrio de Nash

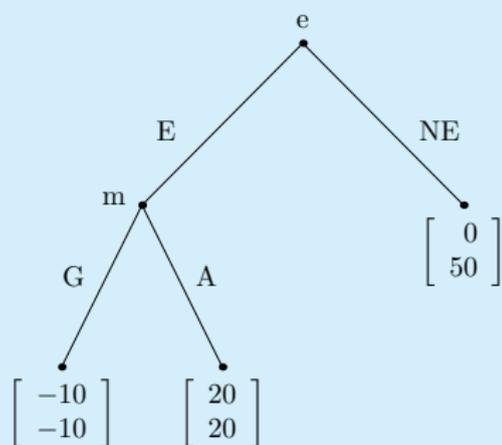
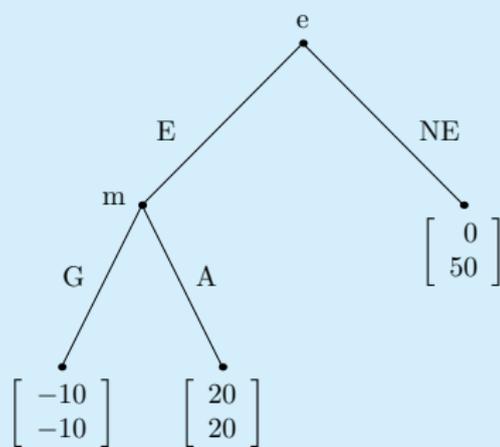


Figura: Juego de entrada de competencia

Problemas del equilibrio de Nash



- ▶ Dos equilibrios de Nash: (NE, G) y (E, A) .
- ▶ ¿Cuál es más razonable?

Figura: Juego de entrada de competencia

Perfección en el subjuego



Perfección en el subjuego

► Definición

Un **subárbol** del juego es el subconjunto de nodos y ramas que se origina en un conjunto de información que es **singleton**.

Perfección en el subjuego

► Definición

Un **subárbol** del juego es el subconjunto de nodos y ramas que se origina en un conjunto de información que es **singleton**.

Perfección en el subjuego

► Definición

Un **subárbol** del juego es el subconjunto de nodos y ramas que se origina en un conjunto de información que es **singleton**.

► Definición

Un equilibrio de Nash es **perfecto en el subjuego (EPS)** si en cada subárbol, el equilibrio restringido al subárbol es un equilibrio de Nash.

Perfección en el subjuego

► Definición

Un **subárbol** del juego es el subconjunto de nodos y ramas que se origina en un conjunto de información que es **singleton**.

► Definición

Un equilibrio de Nash es **perfecto en el subjuego (EPS)** si en cada subárbol, el equilibrio restringido al subárbol es un equilibrio de Nash.

Perfección en el subjuego

► Definición

Un **subárbol** del juego es el subconjunto de nodos y ramas que se origina en un conjunto de información que es **singleton**.

► Definición

Un equilibrio de Nash es **perfecto en el subjuego (EPS)** si en cada subárbol, el equilibrio restringido al subárbol es un equilibrio de Nash.

► Ejemplo

En el juego de entrada de competencia, (NE, G) no es EPS.

Propiedades de un EPS

1. Siempre existe. ¿Porqué?

Propiedades de un EPS

1. Siempre existe. ¿Porqué?
2. En juegos de información perfecta, es único.

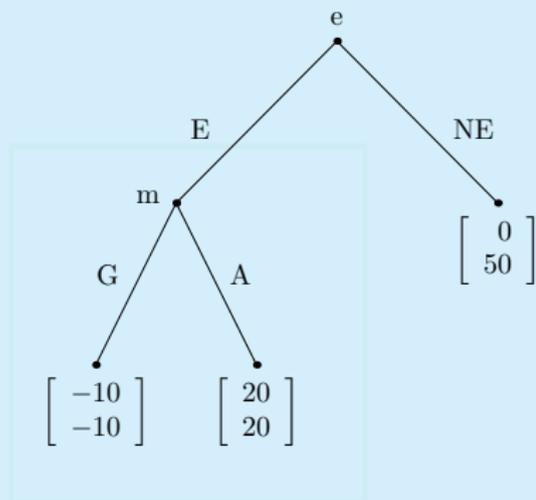
Propiedades de un EPS

1. Siempre existe. ¿Porqué?
2. En juegos de información perfecta, es único.
3. En juegos de información perfecta, se usa el método de **inducción hacia atrás**.

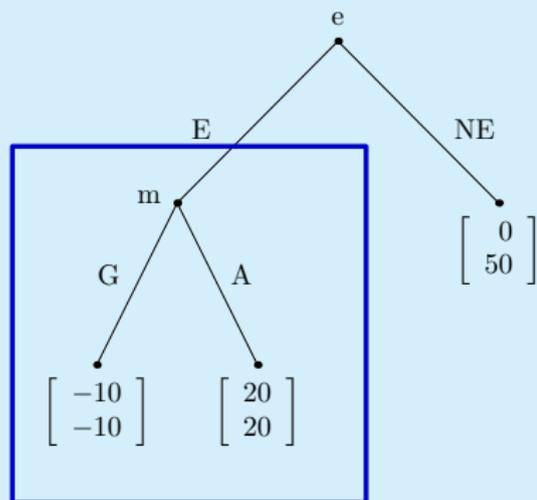
Inducción hacia atrás: Entrada de competencia



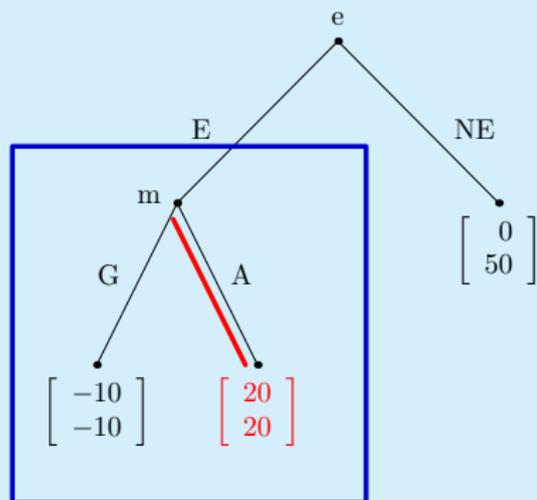
Inducción hacia atrás: Entrada de competencia



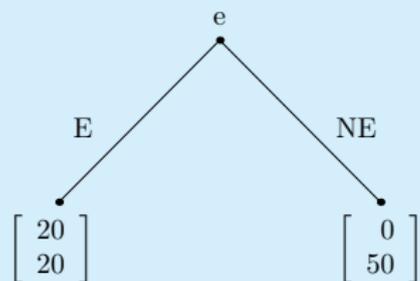
Inducción hacia atrás: Entrada de competencia



Inducción hacia atrás: Entrada de competencia

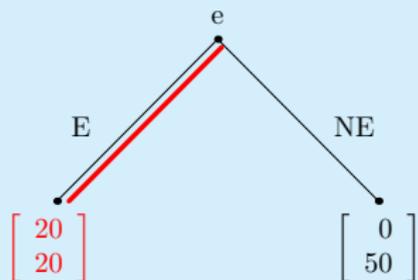


Inducción hacia atrás: Entrada de competencia



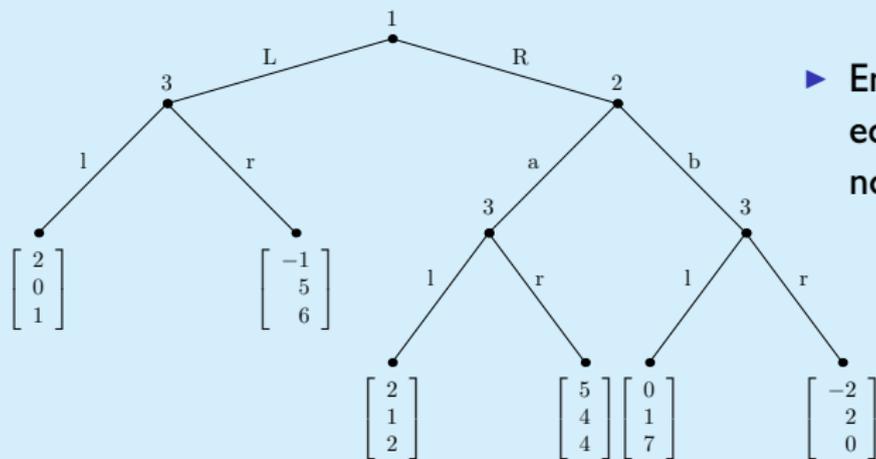
El juego reducido

Inducción hacia atrás: Entrada de competencia



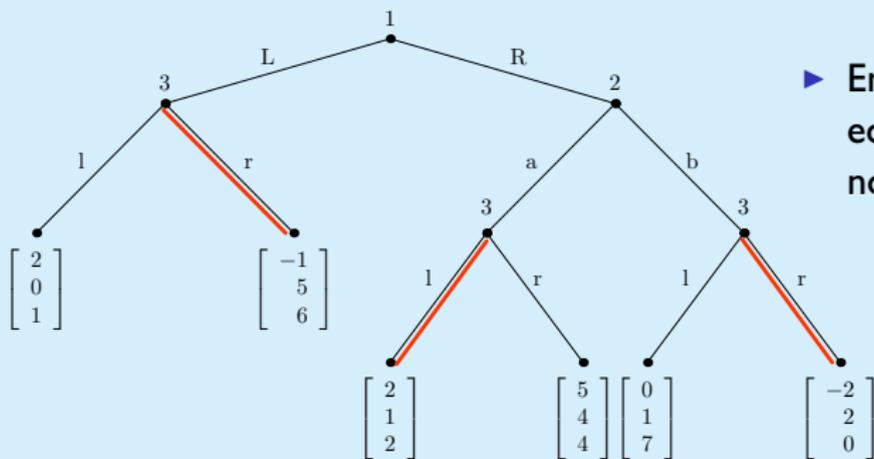
El EPS es (E, A) .

Un ejemplo con tres jugadores



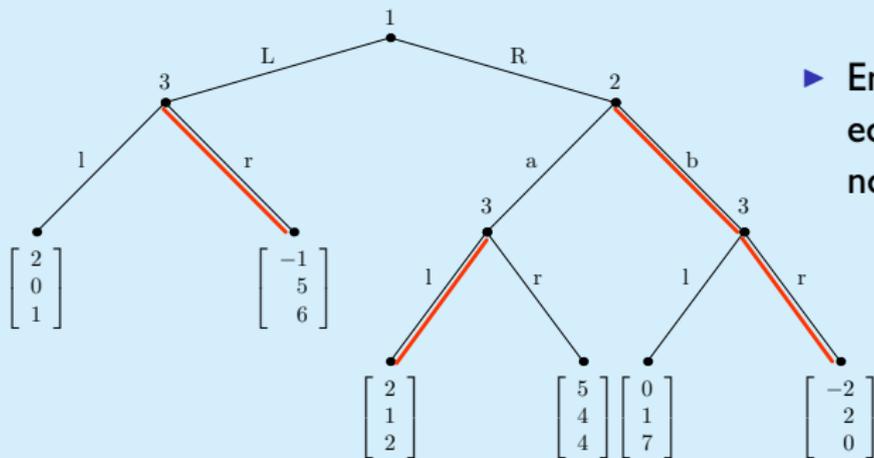
► Encuentre un equilibrio que no es EPS.

Un ejemplo con tres jugadores



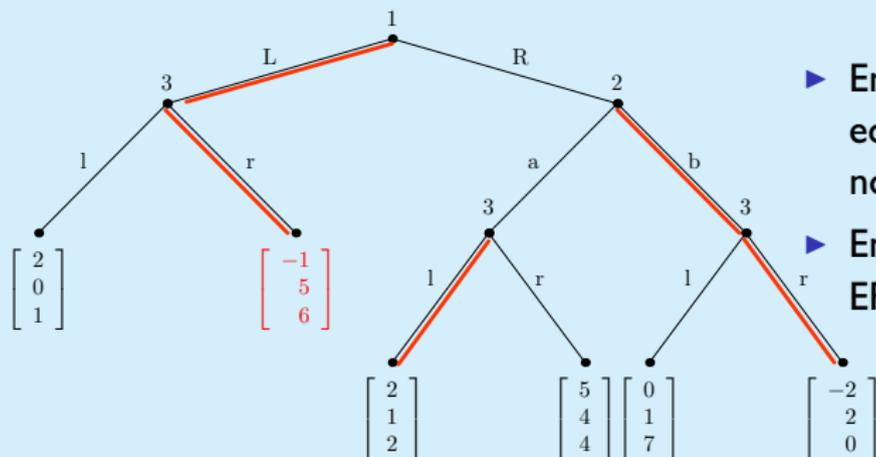
► Encuentre un equilibrio que no es EPS.

Un ejemplo con tres jugadores



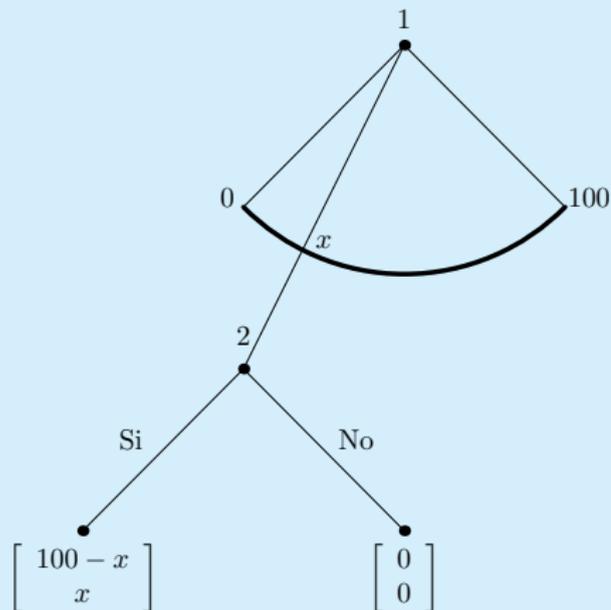
► Encuentre un equilibrio que no es EPS.

Un ejemplo con tres jugadores



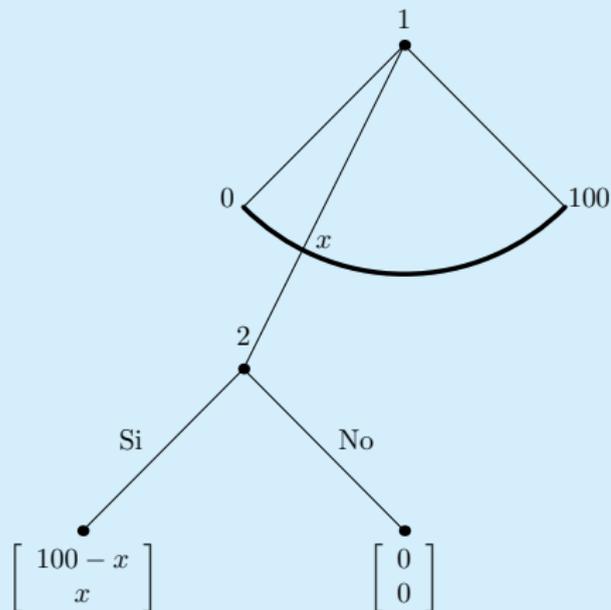
- ▶ Encuentre un equilibrio que no es EPS.
- ▶ Encuentre el EPS.

Aplicaciones: El juego del ultimátum



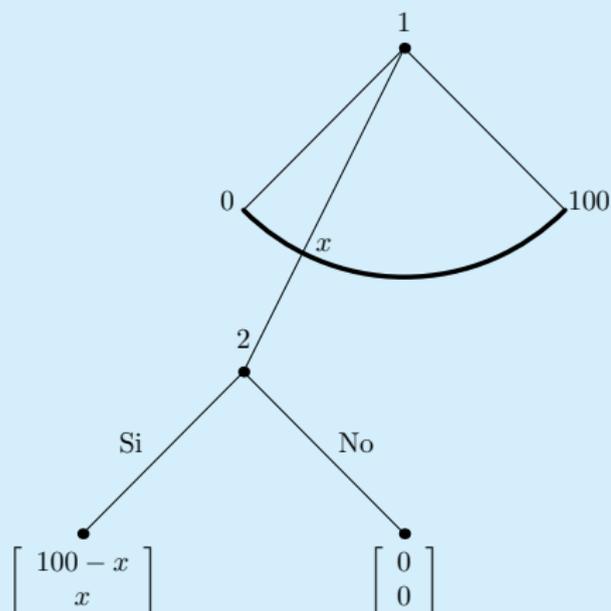
- ▶ 1 hace una oferta para dividir \$100.

Aplicaciones: El juego del ultimátum



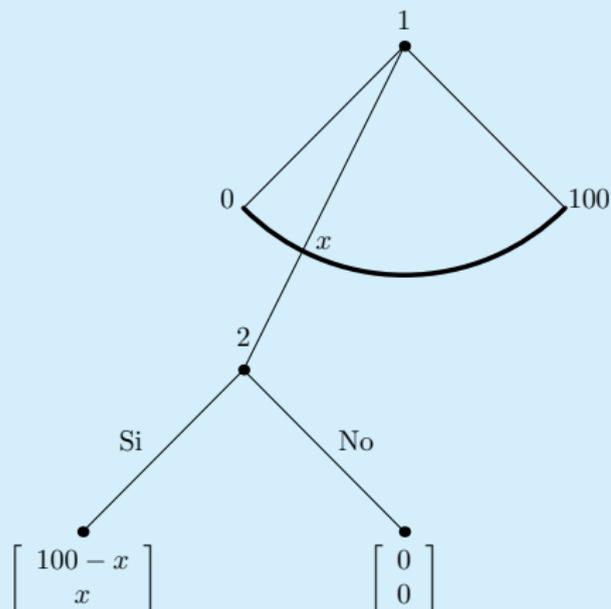
- ▶ 1 hace una oferta para dividir \$100.
- ▶ 2 puede aceptar o rechazar la oferta.

Aplicaciones: El juego del ultimátum



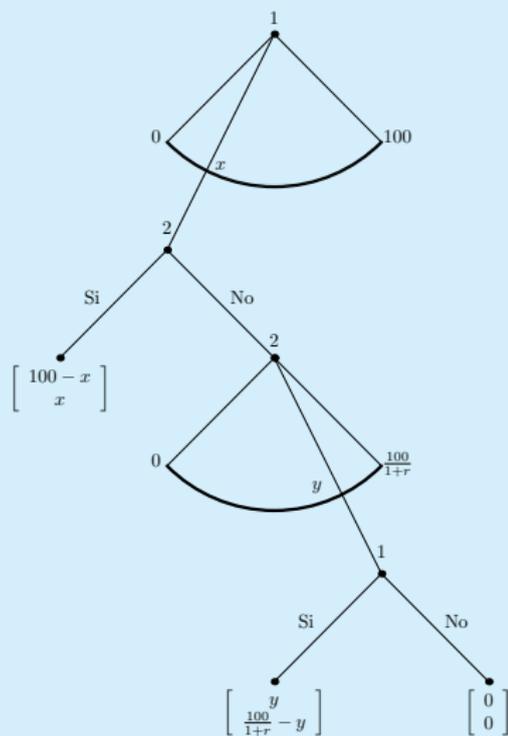
- ▶ 1 hace una oferta para dividir \$100.
- ▶ 2 puede aceptar o rechazar la oferta.
- ▶ Muestre que $\forall x \in (0, 100]$, (x, Si) es un equilibrio.

Aplicaciones: El juego del ultimátum



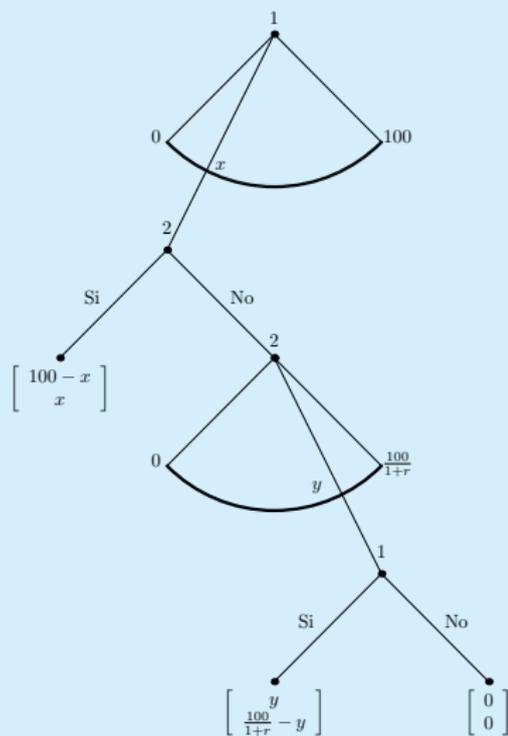
- ▶ 1 hace una oferta para dividir \$100.
- ▶ 2 puede aceptar o rechazar la oferta.
- ▶ Muestre que $\forall x \in (0, 100]$, (x, Si) es un equilibrio.
- ▶ Encuentre el (único) EPS.

El juego del ultimátum con dos etapas



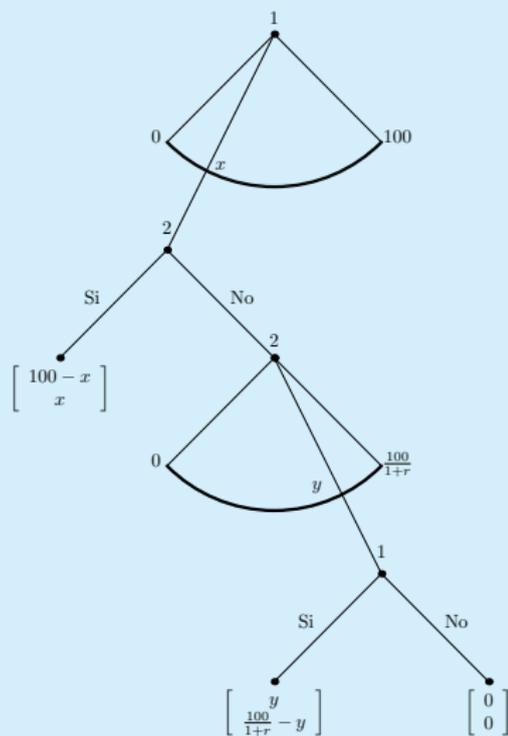
- ▶ Si el jugador 2 no acepta la oferta de 1, puede hacer una contraoferta.

El juego del ultimátum con dos etapas



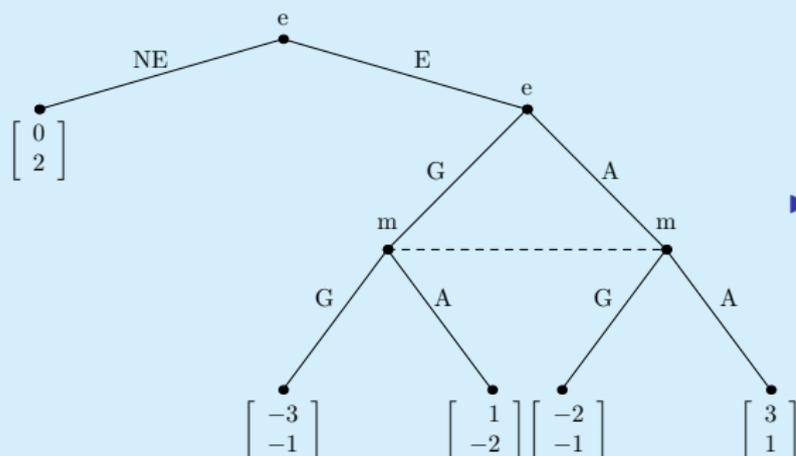
- ▶ Si el jugador 2 no acepta la oferta de 1, puede hacer una contraoferta.
- ▶ Encuentre equilibrios no EPS y el único EPS.

El juego del ultimátum con dos etapas



- ▶ Si el jugador 2 no acepta la oferta de 1, puede hacer una contraoferta.
- ▶ Encuentre equilibrios no EPS y el único EPS.
- ▶ Generalice al caso de 3 y más períodos.

Información imperfecta y EPS: Entrada de Competencia II



- Muestre que hay tres equilibrios, pero solo uno es EPS.

Problemas del EPS: el juego del cienpiés



Problemas del EPS: el juego del cienpiés



Problemas del EPS: el juego del cienpiés



Problemas del EPS: el juego del cienpiés



Problemas del EPS: el juego del cienpiés



Problemas del EPS: el juego del cienpiés



Problemas del EPS: el juego del cienpiés



El único EPS tiene resultado (1, 1).

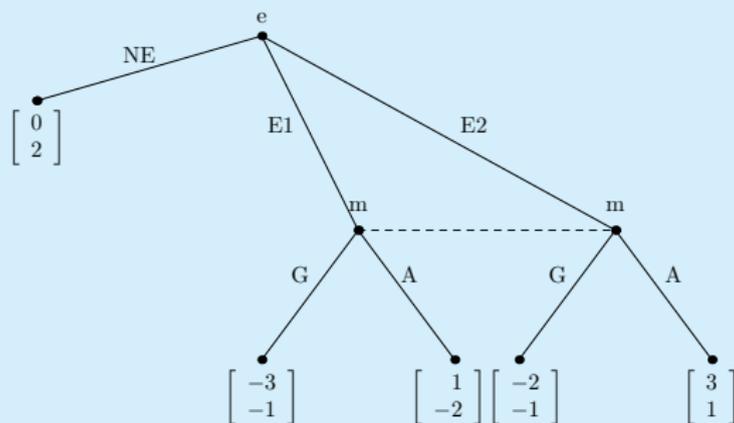
Problemas del EPS: el juego del cienpiés



El único EPS tiene resultado $(1, 1)$.

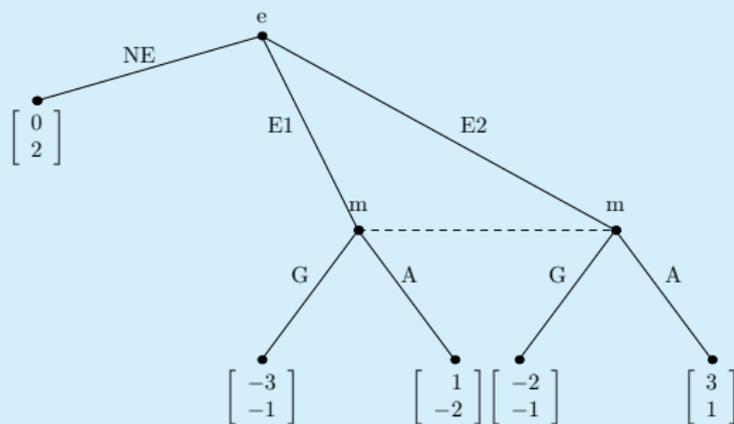
La inducción hacia atrás tiene resultados contraintuitivos.

Información imperfecta y EPS: Entrada de Competencia II'



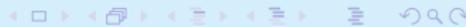
- Una modificación trivial de entrada de competencia II.

Información imperfecta y EPS: Entrada de Competencia II'



- ▶ Una modificación trivial de entrada de competencia II.
- ▶ Al tener solo un subárbol, EPS no discrimina entre equilibrios de Nash. ¿Cuáles son?

Información imperfecta



Información imperfecta

► Definición

Un juego es de *información imperfecta* cuando algunos CI tienen más de un nodo.

Información imperfecta

▶ Definición

Un juego es de *información imperfecta* cuando algunos CI tienen más de un nodo.

- ▶ Problema: EPS pierde fuerza en ese caso.

Información imperfecta

▶ Definición

Un juego es de *información imperfecta* cuando algunos CI tienen más de un nodo.

- ▶ Problema: EPS pierde fuerza en ese caso.

Información imperfecta

▶ Definición

Un juego es de *información imperfecta* cuando algunos CI tienen más de un nodo.

- ▶ Problema: EPS pierde fuerza en ese caso.

▶ Definición

Un juego es de *información incompleta* si los jugadores no conocen todo el juego (los pagos a los demás, por ejemplo).

Información imperfecta

▶ Definición

Un juego es de *información imperfecta* cuando algunos CI tienen más de un nodo.

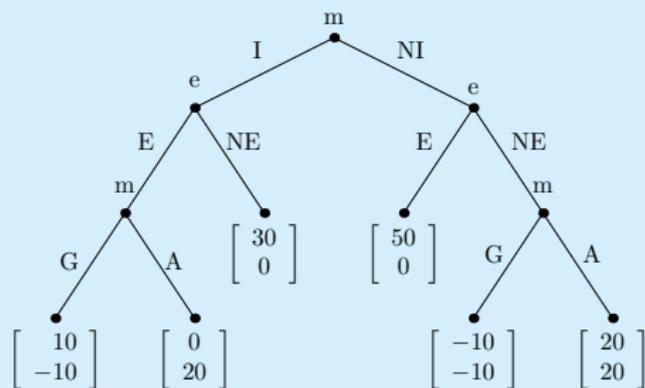
- ▶ Problema: EPS pierde fuerza en ese caso.

▶ Definición

Un juego es de *información incompleta* si los jugadores no conocen todo el juego (los pagos a los demás, por ejemplo).

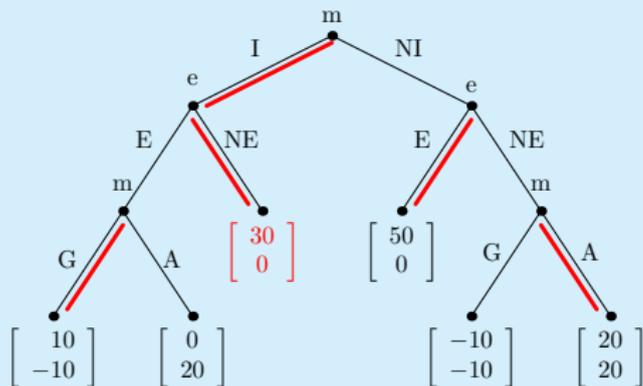
- ▶ Problema: Juego no está bien definido \Rightarrow la *transformación de Harsany*.

Entrada de competencia III: Inversión como defensa



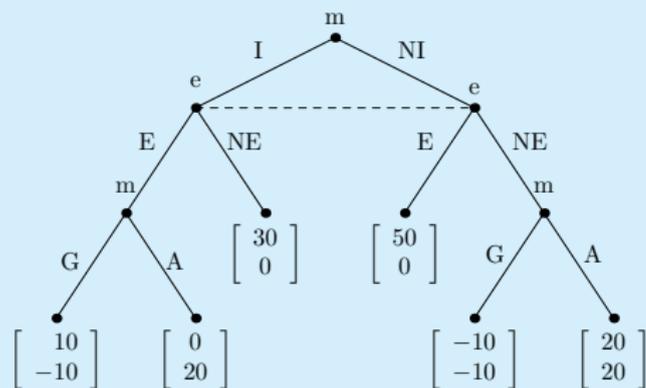
El monopolista puede invertir para prevenir la entrada.

Entrada de competencia III: Inversión como defensa



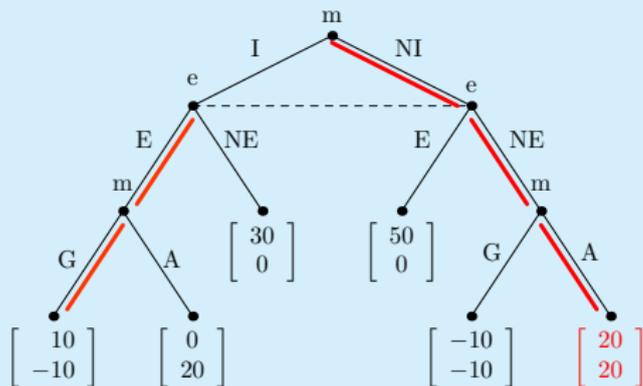
En el EPS no hay entrada e inversión ineficiente.

Entrada de competencia III: Inversión como defensa



El juego con inversión no observable: Ahora $s_1 = (I, G, A)$ no es mejor respuesta a $s_2 = E$.

Entrada de competencia III: Inversión como defensa



El equilibrio sin inversión y con entrada ahora es EPS. **A veces es mejor saber menos.**

Transformación de Harsany y Eq. de Nash Bayes

- ▶ Introduce un nuevo jugador: **Naturaleza**.

Transformación de Harsany y Eq. de Nash Bayes

- ▶ Introduce un nuevo jugador: **Naturaleza**.
- ▶ Cada jugador tiene tipos θ_i correspondiendo a los distintos valores de sus pagos.

Transformación de Harsany y Eq. de Nash Bayes

- ▶ Introduce un nuevo jugador: **Naturaleza**.
- ▶ Cada jugador tiene tipos θ_i correspondiendo a los distintos valores de sus pagos.
- ▶ Naturaleza elige un tipo de cada jugador.

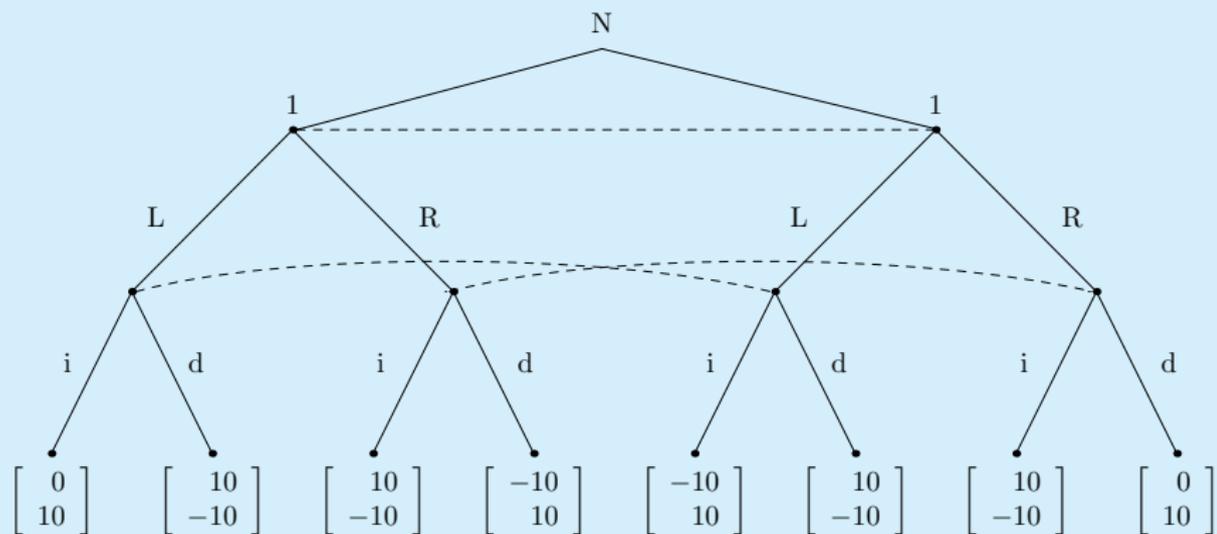
Transformación de Harsany y Eq. de Nash Bayes

- ▶ Introduce un nuevo jugador: **Naturaleza**.
- ▶ Cada jugador tiene tipos θ_i correspondiendo a los distintos valores de sus pagos.
- ▶ Naturaleza elige un tipo de cada jugador.
- ▶ Las estrategias de i dependen de su tipo: $s_i(\theta_i)$.

Transformación de Harsany y Eq. de Nash Bayes

- ▶ Introduce un nuevo jugador: **Naturaleza**.
- ▶ Cada jugador tiene tipos θ_i correspondiendo a los distintos valores de sus pagos.
- ▶ Naturaleza elige un tipo de cada jugador.
- ▶ Las estrategias de i dependen de su tipo: $s_i(\theta_i)$.
- ▶ En el ENB cada jugador maximiza la utilidad esperada dado las estrategias (que dependen de los tipos) de los demás.

Un ejemplo: el juego de la moneda modificado



Equivalencia de licitaciones

- ▶ Remate inglés y sobre cerrado, segundo precio son equivalentes:

Equivalencia de licitaciones

- ▶ Remate inglés y sobre cerrado, segundo precio son equivalentes:
 - ▶ Estrategia dominante en remate es subir hasta la valoración propia. Máxima valoración paga la segunda valoración. Esto ocurre en sobre cerrado, segundo precio al usar la estrategia dominante de ofrecer la valoración.

Equivalencia de licitaciones

- ▶ Remate inglés y sobre cerrado, segundo precio son equivalentes:
 - ▶ Estrategia dominante en remate es subir hasta la valoración propia. Máxima valoración paga la segunda valoración. Esto ocurre en sobre cerrado, segundo precio al usar la estrategia dominante de ofrecer la valoración.
- ▶ Remate holandés y sobre cerrado, primer precio son equivalentes:

Equivalencia de licitaciones

- ▶ Remate inglés y sobre cerrado, segundo precio son equivalentes:
 - ▶ Estrategia dominante en remate es subir hasta la valoración propia. Máxima valoración paga la segunda valoración. Esto ocurre en sobre cerrado, segundo precio al usar la estrategia dominante de ofrecer la valoración.
- ▶ Remate holandés y sobre cerrado, primer precio son equivalentes:
 - ▶ Bajo sobre cerrado, primer precio, siempre se debe anotar un valor menor que la valoración. Usando toda la información, existirá un equilibrio en que el jugador i anota $p_i(v_i) < v_i$, y gana el que tiene la máxima valoración. Pero podría haber calculado ese número y gritado “Stop” al llegar a éste en remate holandés.

Equivalencia de licitaciones, caso general

Proposición

Supongamos jugadores neutrales al riesgo, con valoraciones independientes extraídas de una distribución común sin átomos. Todo mecanismo de licitaciones que satisface:

Equivalencia de licitaciones, caso general

Proposición

Supongamos jugadores neutrales al riesgo, con valoraciones independientes extraídas de una distribución común sin átomos. Todo mecanismo de licitaciones que satisface:

- I. El objeto lo recibe el participante con la mayor valoración,*
- II. El licitante con la menor señal posible recibe un excedente de cero;*

Equivalencia de licitaciones, caso general

Proposición

Supongamos jugadores neutrales al riesgo, con valoraciones independientes extraídas de una distribución común sin átomos. Todo mecanismo de licitaciones que satisface:

- I. El objeto lo recibe el participante con la mayor valoración,*
- II. El licitante con la menor señal posible recibe un excedente de cero;*

entrega el mismo valor esperado por el objeto.

Equivalencia de licitaciones, caso general

Proposición

Supongamos jugadores neutrales al riesgo, con valoraciones independientes extraídas de una distribución común sin átomos. Todo mecanismo de licitaciones que satisface:

- I. El objeto lo recibe el participante con la mayor valoración,*
- II. El licitante con la menor señal posible recibe un excedente de cero;*

entrega el mismo valor esperado por el objeto.

Nota: Todos los mecanismos usuales de licitación satisfacen estas propiedades y por lo tanto son equivalentes.

El problema de la colusión

El problema de la colusión

La colusión puede deberse a la iteración del juego (ver sección superjuegos), o a características del método.

El problema de la colusión

La colusión puede deberse a la iteración del juego (ver sección superjuegos), o a características del método.

El gran problema de las licitaciones (o remates) es evitar que los participantes se pongan de acuerdo.

El problema de la colusión

La colusión puede deberse a la iteración del juego (ver sección superjuegos), o a características del método.

El gran problema de las licitaciones (o remates) es evitar que los participantes se pongan de acuerdo.

En las licitaciones de frecuencia en EE.UU., algunas firmas ofrecían precios del tipo \$170.214, con el que indicaban su interés en el lote \$214.

Resistencia a la colusión de los métodos

Ejemplo

$$N = 5, v_1 = 40, v_2 = 70, v_3 = 100, v_4 = 140, v_5 = 170.$$

- ▶ Sin colusión, en remate inglés, gana 5 y paga 140.

Resistencia a la colusión de los métodos

Ejemplo

$$N = 5, v_1 = 40, v_2 = 70, v_3 = 100, v_4 = 140, v_5 = 170.$$

- ▶ Sin colusión, en remate inglés, gana 5 y paga 140.
- ▶ Si 3, 4, 5 se ponen de acuerdo para que 5 ofrezca 170, los demás 70, generan un excedente de 100. **iNo hay incentivos a desviarse!**

Resistencia a la colusión de los métodos

Ejemplo

$$N = 5, v_1 = 40, v_2 = 70, v_3 = 100, v_4 = 140, v_5 = 170.$$

- ▶ Sin colusión, en remate inglés, gana 5 y paga 140.
- ▶ Si 3, 4, 5 se ponen de acuerdo para que 5 ofrezca 170, los demás 70, generan un excedente de 100. **iNo hay incentivos a desviarse!**
- ▶ En licitación de sobre cerrado primer precio, si 3, 4, 5 llegan al mismo acuerdo, 5 debe anotar $70 + \epsilon$ en su sobre. Si 4 se desvía y anota $70 + 2\epsilon$, gana y se queda con el excedente \Rightarrow **tentación a desviarse.**

Concesiones de Obras Públicas

- ▶ Necesidad de invertir para resolver problemas de infraestructura en los 90.

Concesiones de Obras Públicas

- ▶ Necesidad de invertir para resolver problemas de infraestructura en los 90.
- ▶ Gobierno no deseaba endeudarse.

Concesiones de Obras Públicas

- ▶ Necesidad de invertir para resolver problemas de infraestructura en los 90.
- ▶ Gobierno no deseaba endeudarse.
- ▶ Gobierno deseaba destinar recursos de obras públicas a rutas que no pudieran autofinanciarse.

Concesiones de Obras Públicas

- ▶ Necesidad de invertir para resolver problemas de infraestructura en los 90.
- ▶ Gobierno no deseaba endeudarse.
- ▶ Gobierno deseaba destinar recursos de obras públicas a rutas que no pudieran autofinanciarse.
- ▶ Los que se benefician pagan por las rutas.

El problema de la renegociación

- ▶ La renegociación de los contratos es a menudo necesaria: no se puede prohibir.

El problema de la renegociación

- ▶ La renegociación de los contratos es a menudo necesaria: no se puede prohibir.
- ▶ La renegociación transforma la relación competitiva *ex ante* en un monopolio bilateral *ex post*. (**Transformación fundamental** (Williamson)).

El problema de la renegociación

- ▶ La renegociación de los contratos es a menudo necesaria: no se puede prohibir.
- ▶ La renegociación transforma la relación competitiva *ex ante* en un monopolio bilateral *ex post*. (**Transformación fundamental** (Williamson)).
- ▶ En el caso con participación del Estado, potencial de **corrupción**.

ANEXO N°5

MODIFICACIONES DE CONTRATO PROGRAMA DE CONCESIONES (listados en orden cronológico de los proyectos adjudicados)

Cifras en Millones de Dólares

| PROYECTO CONTRATO | AÑO ADJUDICACIÓN | VALOR INVERSIÓN ORIGINAL | CONVENIOS DE MODIFICACIÓN ⁽¹⁾ | 5/4/02 | |
|---|---------------------|-----------------------------|---|---|--------------|
| | | | | VALOR ESTIMADO MODIFICACIONES ⁽¹⁾ | MOD/INV |
| Túnel El Melón | 1993 | 42 | - | - | 0,0% |
| Camino de La Madera | 1994 | 34 | - | - | 0,0% |
| Acceso Norte Concepción | 1995 | 230 | - | - | 0,0% |
| Autopista Santiago-San Antonio (R78) | 1995 | 160 | 3 | 47 | 29,3% |
| Camino Nogales-Puchuncaví 2 ⁽²⁾ | 1995 | 12 | - | - | 0,0% |
| Aeropuerto Puerto Montt | 1995 | 12 | 1 | 3 | 26,7% |
| Aeropuerto Iquique | 1995 | 12 | 1 | 5 | 40,8% |
| Acceso Vial Aeropuerto AMB ⁽³⁾ | 1996 | 12 | 2 | 4 | 29,2% |
| Tramo Ruta 5: Talca-Chillán | 1996 | 126 | 4 | 142 | 112,7% |
| Tramo Ruta 5: Santiago-Los Vilos | 1996 | 272 | 4 | 134 | 49,4% |
| Camino Santiago-Colina-Los Andes | 1996 | 146 | 3 | 29 | 19,9% |
| Tramo Ruta 5: La Serena-Los Vilos ⁽⁴⁾ | 1997 | 265 | 2 | 3 | 1,1% |
| Tramo Ruta 5: Chillán-Collipulli | 1997 | 224 | 2 | 32 | 14,1% |
| Aeropuerto La Serena | 1997 | 4 | - | - | 0,0% |
| Aeropuerto Calama | 1997 | 4 | - | - | 0,0% |
| Tramo Ruta 5: Temuco-Río Bueno | 1997 | 203 | 1 | 3 | 1,5% |
| Tramo Ruta 5: Río Bueno-Puerto Montt ⁽⁵⁾ | 1997 | 239 | 1 | 5 | 2,1% |
| Aeropuerto AMB Pasajeros y Carga ⁽⁶⁾ | 1997 | 200 | 2 | 48 | 24,0% |
| Tramo Ruta 5: Collipulli-Temuco | 1998 | 259 | 3 | 41 | 15,8% |
| Ruta 68 - Troncal Sur | 1998 | 400 | 3 | 70 | 17,5% |
| Tramo Ruta 5: Santiago-Talca ⁽⁷⁾ | 1998 | 750 | 3 | 8 | 1,1% |
| Sistema Oriente-Poniente (Costanera Norte) | 2000 | 300 | 2 | 96 | 32,0% |
| Aeropuerto Concepción ⁽⁸⁾ | 2000 | 21 | 1 | 1 | 4,8% |
| Aeropuerto Cerro Moreno Antofagasta | 2000 | 8 | - | - | 0,0% |
| Aeropuerto Punta Arenas | 2000 | 10 | - | - | 0,0% |
| Red Vial Litoral Central | 2000 | 70 | - | - | 0,0% |
| Sistema Norte-Sur | 2000 | 440 | - | - | 0,0% |
| Américo Vespucio Sur | 2001 | 250 | - | - | 0,0% |
| Variante Melipilla | 2001 | 17 | - | - | 0,0% |
| Embalse El Bato | 2001 | 31 | - | - | 0,0% |
| TOTAL GENERAL | | 4.753 | 38 | 671 | 14,1% |
| TOTAL AVANZADOS ⁽⁹⁾ | | 3.945 | 38 | 671 | 17,0% |

Mecanismos de licitación

- ▶ Mecanismos de plazo fijo (menor peaje, menor plazo, etc).

Mecanismos de licitación

- ▶ Mecanismos de plazo fijo (menor peaje, menor plazo, etc).
 - ▶ Riesgo de tráfico.

Mecanismos de licitación

- ▶ Mecanismos de plazo fijo (menor peaje, menor plazo, etc).
 - ▶ Riesgo de tráfico.
 - ▶ Difícil de adaptar: poco flexible (mayor riesgo de corrupción).

Mecanismos de licitación

- ▶ Mecanismos de plazo fijo (menor peaje, menor plazo, etc).
 - ▶ Riesgo de tráfico.
 - ▶ Difícil de adaptar: poco flexible (mayor riesgo de corrupción).
- ▶ VPI: Concesión dura hasta que se reúne una suma prefijada (en VP).

Mecanismos de licitación

- ▶ Mecanismos de plazo fijo (menor peaje, menor plazo, etc).
 - ▶ Riesgo de tráfico.
 - ▶ Difícil de adaptar: poco flexible (mayor riesgo de corrupción).
- ▶ VPI: Concesión dura hasta que se reúne una suma prefijada (en VP).
 - ▶ Menor riesgo.

Mecanismos de licitación

- ▶ Mecanismos de plazo fijo (menor peaje, menor plazo, etc).
 - ▶ Riesgo de tráfico.
 - ▶ Difícil de adaptar: poco flexible (mayor riesgo de corrupción).
- ▶ VPI: Concesión dura hasta que se reúne una suma prefijada (en VP).
 - ▶ Menor riesgo.
 - ▶ Más flexible.

Mecanismos de licitación

- ▶ Mecanismos de plazo fijo (menor peaje, menor plazo, etc).
 - ▶ Riesgo de tráfico.
 - ▶ Difícil de adaptar: poco flexible (mayor riesgo de corrupción).
- ▶ VPI: Concesión dura hasta que se reúne una suma prefijada (en VP).
 - ▶ Menor riesgo.
 - ▶ Más flexible.
 - ▶ Peor manejo de la demanda.

Problemas comunes a todos los sistemas

- ▶ Doble rol del MOP: regulador y promotor.
- ▶ ¿Qué hacer en el caso de necesitarse subsidios?
- ▶ Potencial de corrupción en obras públicas.
- ▶ Evaluación social de los proyectos: el rol de Hacienda.

Uso de VPI

- ▶ Ruta Santiago–Valparaíso.

Uso de VPI

- ▶ Ruta Santiago–Valparaíso.
- ▶ Seguro similar ofrecido por el MOP en 2003.

Uso de VPI

- ▶ Ruta Santiago–Valparaíso.
- ▶ Seguro similar ofrecido por el MOP en 2003.
- ▶ Otros proyectos ofrecidos en India y otros países.

Litoral Centro: out of the shadows

[Project Finance](#), London: [Nov 2004](#), pg. 1

» [Jump to full text](#) 

| | |
|-----------------------|---|
| Subjects: | Toll roads , Roads & highways , Project finance |
| Classification Codes | 9175 Western Europe , 8370 Construction & engineering industry , 3400 Investment analysis & pe finance |
| Locations: | Portugal |
| Document types: | Feature |
| Section: | <i>Deal Analysis</i> |
| Publication title: | Project Finance , London: Nov 2004 , pg. 1 |
| Source type: | Periodical |
| ISSN/ISBN: | 13502700 |
| ProQuest document ID: | 783784861 |
| Text Word Count | 1009 |
| Document URL: | http://proquest.umi.com/pqdweb?did=783784861&sid=2&Fmt=3&clientId=11201&RQT=309&VNr |

More Like This » [Show Options for finding similar documents](#)

Abstract (Document Summary)

The Litoral Centro deal marks the Portuguese government's desire to move beyond curtailing its liability under the shadow road regime, and on to limiting the upside to the private sector on real toll projects. This real toll financing is for the first new road project to close in Portugal for two years and is Europe's **first variable-term real toll concession**. The Brisal consortium won the design-build-finance-operate Eu795 million project, which involves the construction of 98.4km of highway along the Atlantic coast, linking Marinha Grande and Mira. The project is backed by a Eu575 million multi-tranche commercial bank and EIB facility lead arranged by Banco Comercial Portugues, Caixa Geral, Mizuho, Depfa and Banco Santander de Negocios Portugal.

The concession will come to an end when the net present value (NPV) of the total toll revenue collected reaches Eu784 million, subject to a minimum period of 22 years and a maximum period of 30 years. The concession ends after 30 years, regardless of whether the consortium reaches the revenue threshold. **The project's structure owes a great deal to the experience of the Chilean road sector, which, starting with Rutos del Pacifico, has pioneered variable length concessions.**