



# INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS DE SIMULACIÓN

---

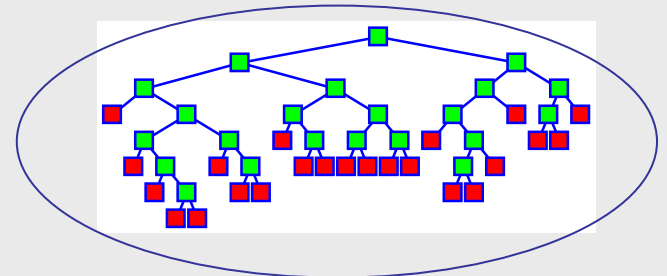
ESTUDIO DE SISTEMAS DINÁMICOS

**Jaime Miranda**

Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad de Chile

## CARACTERÍSTICAS GENERALES

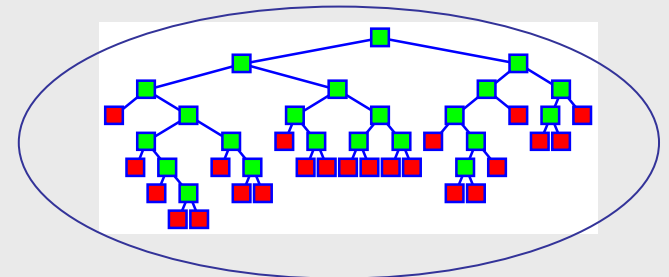
- El proceso en general consiste en construir un modelo artificial que represente un proceso real.
- Dicho modelo es menos costoso y más fácil de implementar.
- Busca representar una situación real en base a modelos matemáticos.
- Es una técnica que permite estimar medidas de desempeño de un sistema real estimado.
- La forma de reunir información sobre su comportamiento, es a través de la medición de variables aleatorias (V.A.).



# ¿QUÉ ES LA SIMULACIÓN?

## CARACTERÍSTICAS GENERALES

- Los datos recopilados se utilizan para evaluar distintas configuraciones y comparar distintas alternativas (medición por escenarios).
- El proceso en general consiste en construir un modelo artificial que represente un proceso real.
- Involucra la generación de una historia artificial del comportamiento del sistema y de la observación de tal historia para extraer inferencias relativas a las características operacionales del sistema real que representa.
- **NO** es una técnica de optimización, por lo general, se encuentran mínimos locales.



# ¿POR QUÉ ES IMPORTANTE SIMULAR?

## JUSTIFICACION

- Es altamente costoso “simular” una situación con un sistema real
  - Se necesitan varios escenarios del sistema.
  - Decisiones estratégicas y a largo plazo ... ¿dónde instalo una planta?
  - Puede llevar a colapsos o muchas veces es imposible simular el sistema propuesto.
  
- Los modelos analíticos no representan de “buena”, ya que se basan en supuestos fuertes de modelación
  - Tiempos entre llegadas no con distribución exponencial.
  - Problemas con reflujos dentro de un sistema
  - Disposiciones de espera ... ¿cuál es la disposición de un cliente a esperar por la entrega de un servicio?
  - Distintos tipos de clientes y servidores.

**“Es mejor una respuesta aproximada al problema correcto que una respuesta correcta al problema aproximado”**

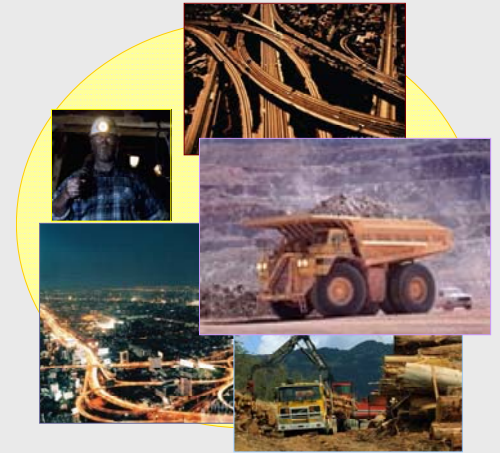
## ES APROPIADA CUANDO SE QUIERA:

- Desarrollar un modelo matemático es muy difícil – tiempo de resolución alto (NPH).
- Estimar el comportamiento en estado estacionario o con un tiempo de evaluación demasiado largo (por ejemplo 100 años).
- El sistema tiene una o más variables aleatorias interdependientes.



## ÁREA DE OPERACIONES

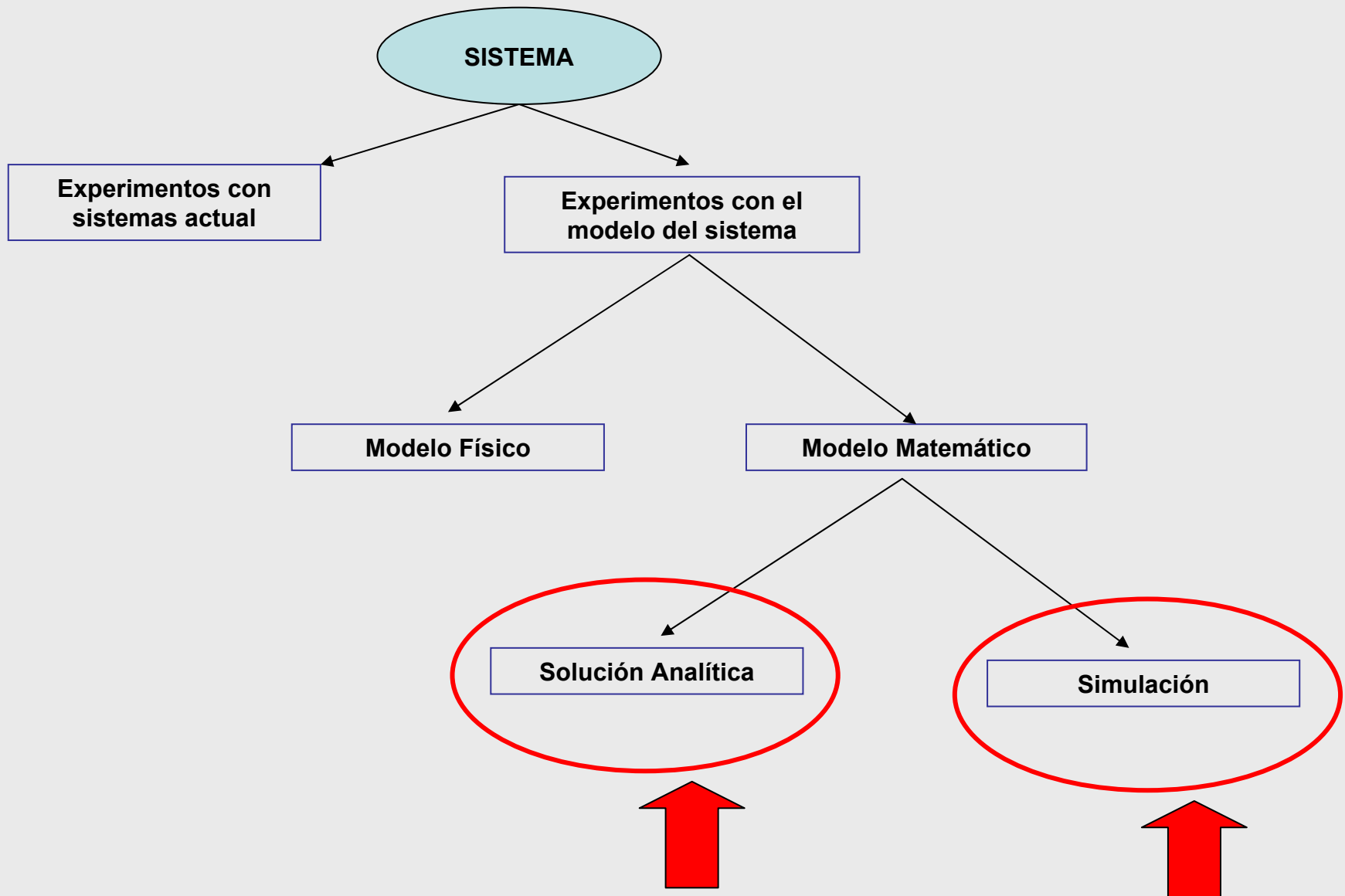
- Diseño y análisis de sistemas de manufactura
- Determinación de políticas de inventario
- Diseño y análisis de sistemas de transporte
- Planificación de la capacidad
- Diseño de servicios en general



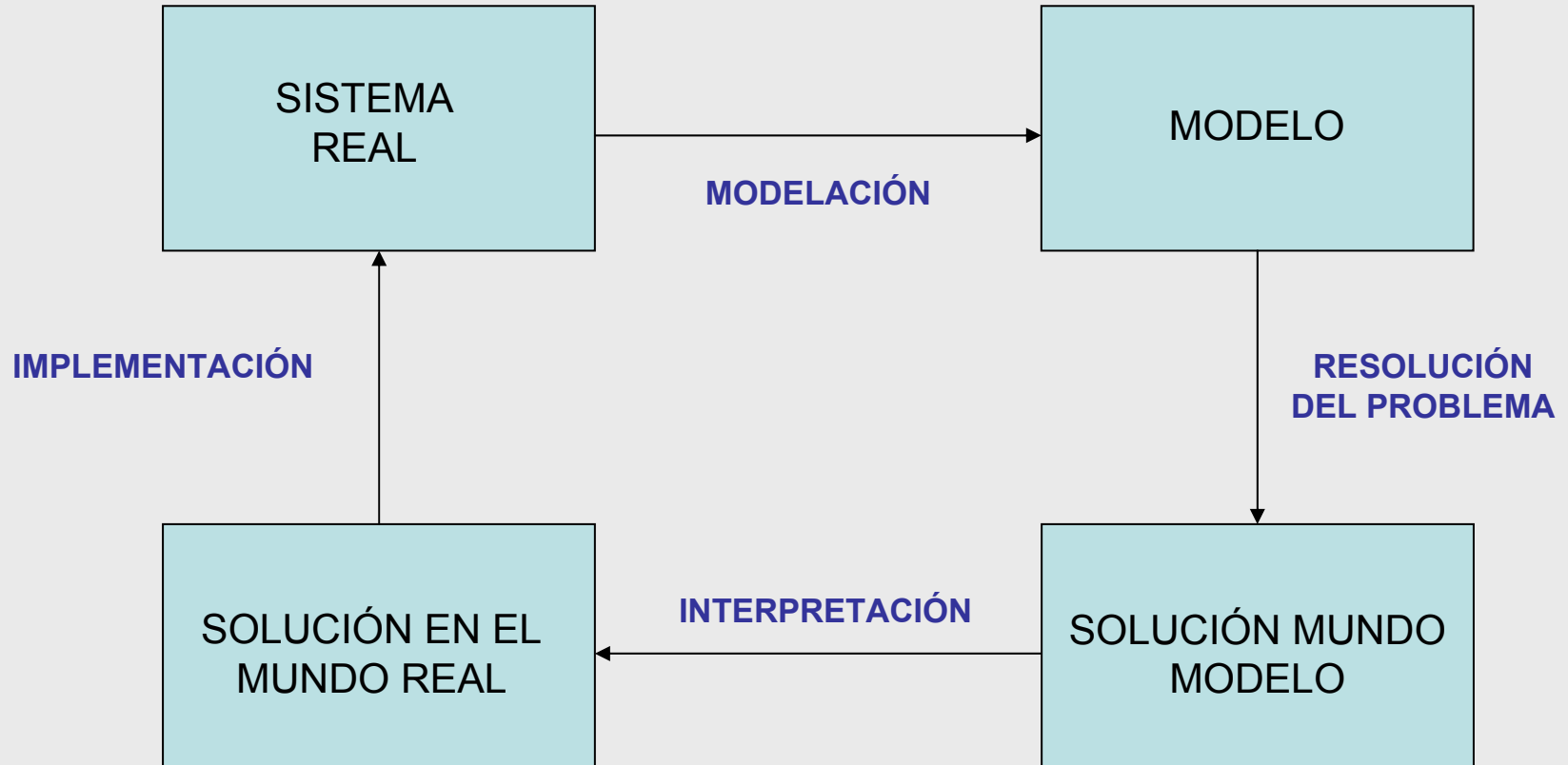
## OTRAS ÁREAS

- Evaluación de nuevas armas militares
- Análisis de sistemas financieros y económicos
- Estudios de ADN y biotecnología

# ESQUEMA GENERAL DE MODELACION DE SISTEMAS



# ESTUDIO DEL UN SISTEMA





## BÚSQUEDA DE NÚMERO DE CAJEROS PARA UN BANCO

- Una institución financiera necesita abrir una nueva sucursal.
- La política estándar de asignación de cajeros por sucursal es 4 cajeros.
- Esta asignación de recursos no le ha dado buenos resultados para otras sucursales.
- Se desea aumentar la calidad del servicio para cada sucursal.
- La institución tiene información sobre los tiempos de atención para los cajeros.
- Tiene un contador en la puerta de entrada de la sucursal para contabilizar a los clientes.

**¿Es posible estimar el número de cajeros para este sistema?**



## SISTEMA

- “Es una colección de entidades (personas o máquinas por ejemplo) que interactúan juntas con algún objetivo lógico” (Schmidt & Taylor, 1970)
- Esta definición es bastante amplia y altamente aplicada a la modelación de sistemas dinámicos.
- EJEMPLO:
  - “Cola de un banco”
  - SISTEMA: parte del banco que encierra a los clientes que esperan y son atendidos, por un conjunto de cajeros para efectuar sus transacciones bancarias.

## ESTADO

- Es una colección de variables que describen el sistema en un momento del tiempo.

## ELEMENTOS BÁSICOS SISTEMA DE ESPERA

### → Proceso de llegada

- Tiempo entre llegadas sucesivas
- Determinístico (constante) o aleatorio (distribución)
- Individuales o en batch

### → Proceso de atención

- Forma en que el proceso es entregado.
- Determinístico (constante) o aleatorio (distribución).
- Individuales o en batch

### → Número de servidores

- Entidades que dan el servicio
- Número variable



## ELEMENTOS BÁSICOS SISTEMA DE ESPERA

→ Capacidad del sistema

- **Capacidad infinita:** Cola infinita
- **Capacidad finita:** Número finito de entidades en el sistema

→ Política de atención

- Selección de las entidades en cola para ser atendidas.
- FIFO-LIFO
- PRIORIDAD-RANDOM

### A/B/C/D

**A:** Distribución tiempo entre llegadas

**B:** Distribución de tiempo de atención

**C:** Número de servidores

**D:** Capacidad máxima en el sistema



## MODELOS ANALITICOS

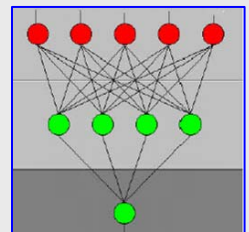
→ Nos dan soluciones generales para ciertos problemas SIMPLIFICADOS

### VENTAJAS

- Formulas aproximadas de fácil computo.
- Identificación precisa de los trade-off.
- Rapidez en el cálculo de las medidas de desempeño tradicionales.

### DESVENTAJAS

- Valido para un conjunto reducido de casos.
- Difícil de internalizar los efectos cuando se levantan los supuestos.
- Inaplicable a situaciones complejas-Reales.



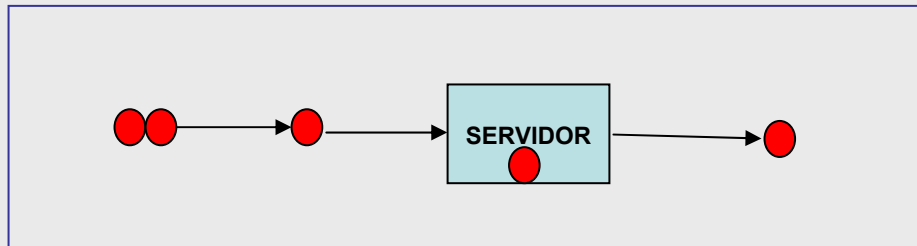
## MODELOS ANALITICOS

### → USOS

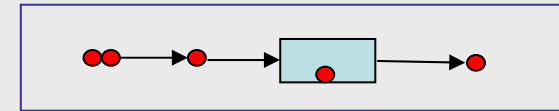
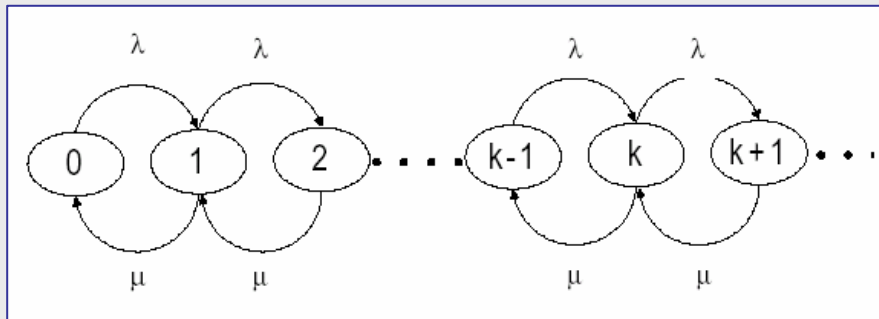
- Planificación de la capacidad
- Control operacional de Call-Center
- Planeación de Staff de un servicio

### → Un pequeño **ejemplo (0)** clásico: M/M/1

- Modelos utilizados se basan en la construcción de procesos de nacimiento y muerte



# TEORÍA DE ESPERA (5)



## ALGUNAS FORMULAS INTERESANTES M/M/1

→ LITTLE

LARGO PROMEDIO EN COLA

$$L = \lambda \cdot W$$

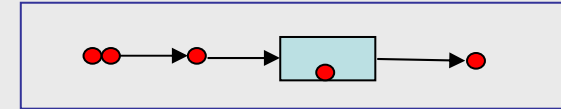
$$L = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

$$\frac{\lambda}{\mu} = \rho$$

TIEMPO PROMEDIO EN COLA

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{\rho}{\lambda \cdot (1 - \rho)} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

## Un pequeño ejemplo: UN CAJERO

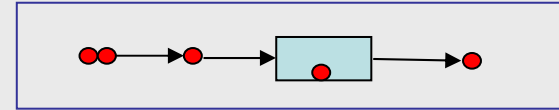


- Un solo tipo de cliente
- Un solo servidor (cajero)
- Tasa de llegada: 2 [clientes/minuto] ( $\lambda$ )
- Tasa de atención: 3 [clientes/minuto] ( $\mu$ )
- Los clientes se van sólo al ser atendidos (no hay abandonos)
- Se analizará las siguientes medidas de efectividad:
  - Largos promedios-Tiempos promedios de espera





## RESULTADOS ANALITICOS



$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{3}$$

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho} = 2$$

**LARGO PROMEDIO EN COLA**

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} = 1$$

**TIEMPO PROMEDIO EN COLA**

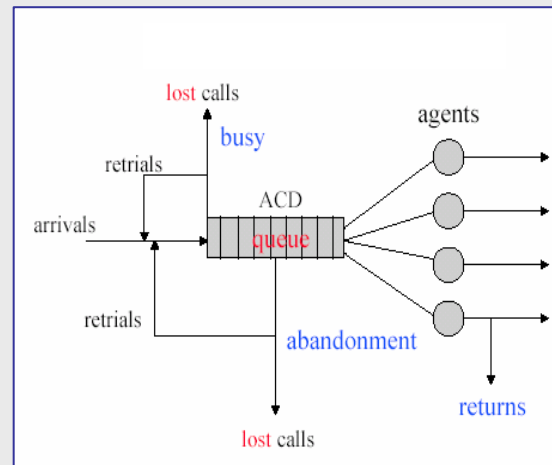
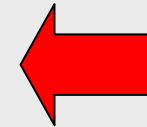
## PREGUNTAS INTEREZANTES

- ¿Cuál es el número estimado de entidades en cola dentro del sistema?
- ¿Qué fracción del tiempo están desocupados los cajeros?
- ¿Cuánto tiempo pasa una entidad en el sistema?
- Si deseo tener un nivel de servicio del 95%. ¿Cuántos cajeros debo tener en mi sucursal?

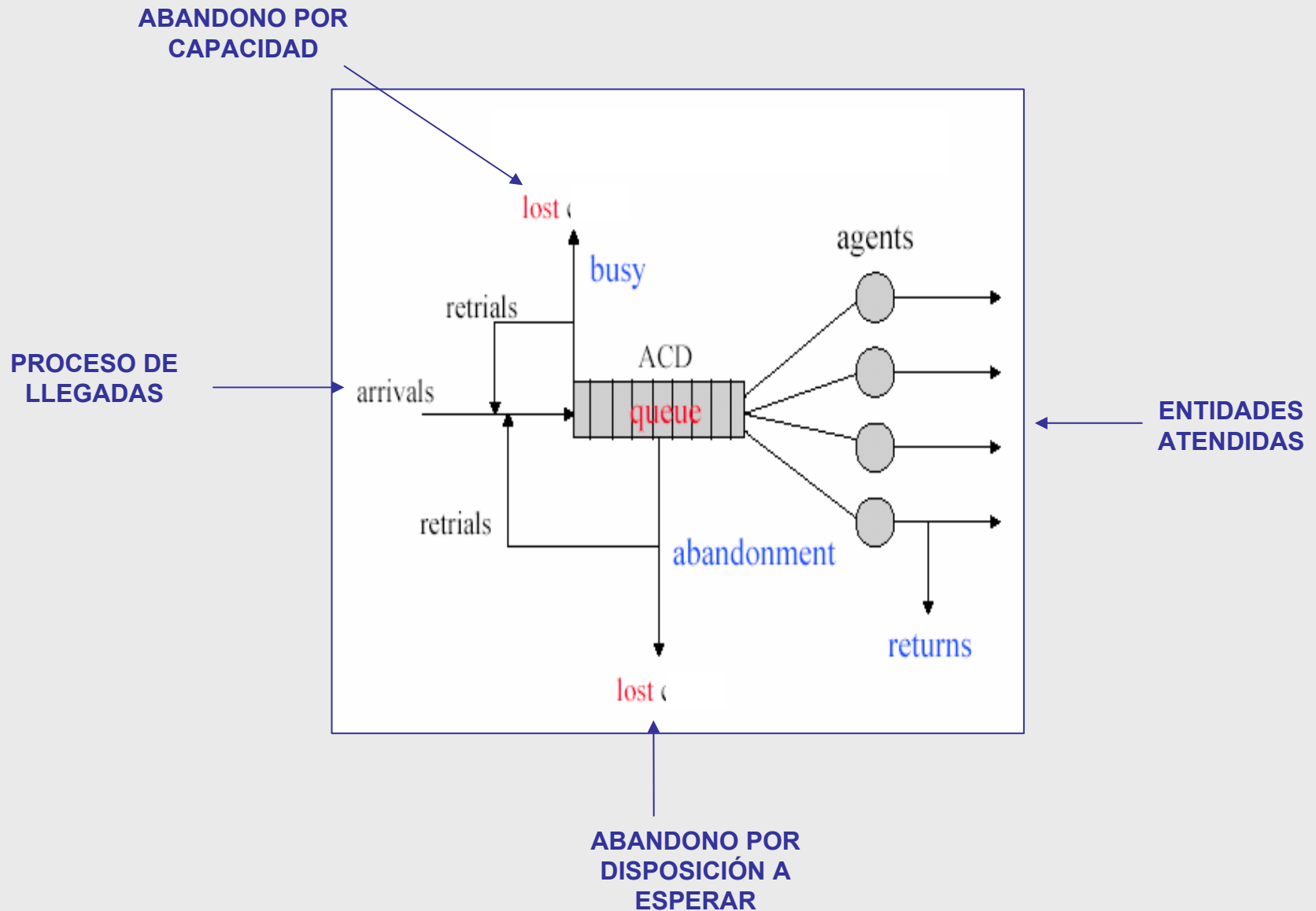
# EJEMPLO PRACTICO (3)

→ Respecto al ejemplo anterior (una cola y un cajero: **Ejemplo 1**):

- Algunas características de la modelación
  - Distintos tipos de clientes
  - Clientes tienen disposición a esperar variables (abandonos)
  - Pueden irse y volver mas tarde.
- Modelos actuales carecen de este tipo de flexibilidad
  - Modelos no aplicables.



# MODELACION DE UN SERVICIO TIPO



## SIMULACIÓN DE SISTEMAS COMPLEJOS

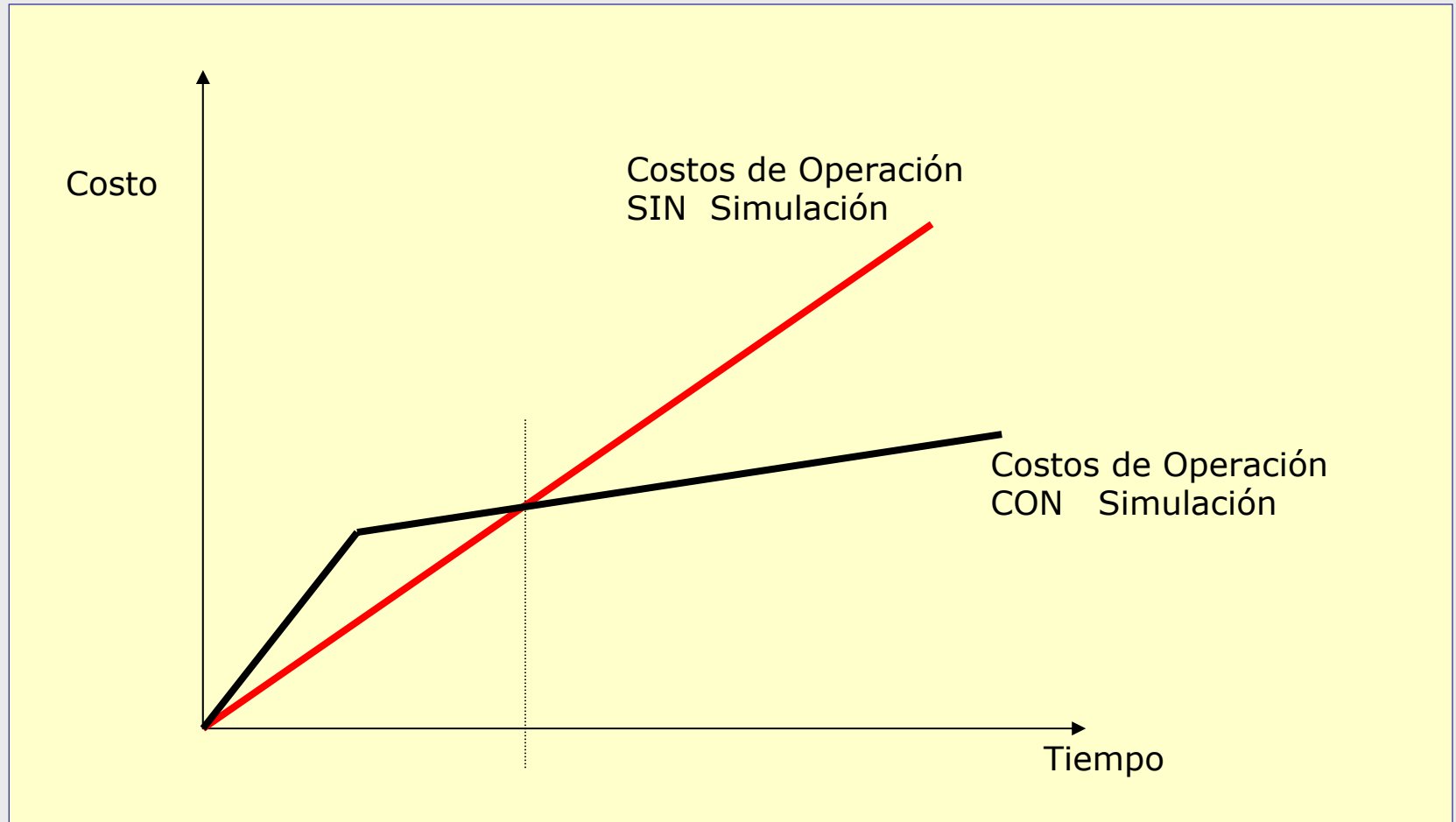
- Utilización para la evaluación numérica con el computador
- Utilización de un software para “imitar” las operaciones y características del sistema.

## HERRAMIENTAS COMERCIALES

- Visual Basic
- Arena.
- Service Model
- Extend



# JUSTIFICACIÓN ECONÓMICA



## PRIMERA CLASIFICACION

- Modelos determinísticos v/s Modelos estocásticos
- Modelos estáticos v/s Modelos dinámicos

## SEGUNDA CLASIFICACION

- Modelos continuos v/s Modelos discretos.



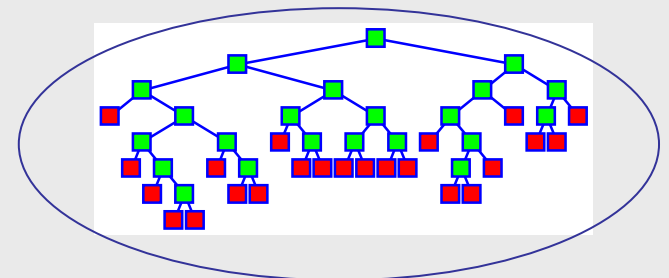
## PRIMERA CLASIFICACION

### → Modelos determinísticos

- Las variables no pueden variar al azar, no contienen probabilidades
- Se suponen relaciones exactas para las características de operación en lugar de una fdp
- La salida del modelo es determinada por las interrelaciones de las variables fijadas con anticipación

### → Modelos estocásticos

- Aquellos modelos en los que por lo menos una de las características de operación esta dada por una fdp
- La salida del modelo también es una variable aleatoria.





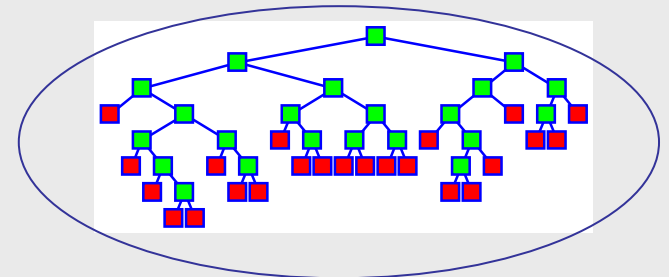
## SEGUNDA CLASIFICACIÓN

### → Modelos estáticos

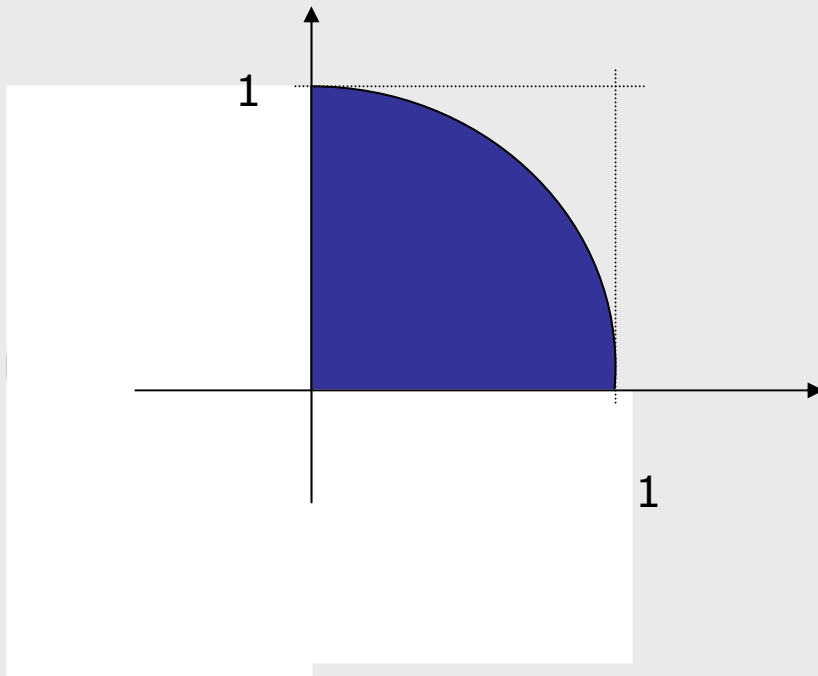
- No tienen en cuenta, explícitamente, a la variable tiempo
- Representación en un momento particular del tiempo

### → Modelos dinámicos

- Los modelos matemáticos que tratan de las interacciones que varían con el tiempo



# CÁLCULO DE $\pi$



Area Rectángulo =  $1 \cdot 1 = 1$

Area Sector =  $\pi/4$

## Estimar $\pi$

1° Lanzar dardos que caen aleatoriamente dentro cuadrado  
Total ensayos  $N_T$

2°  $N_S$  caen dentro del sector, el resto fuera.

3° La Razón  $\frac{N_S}{N_T}$  es proporcional

a las áreas, luego  $\pi = \frac{N_S}{N_T} \cdot 4$

4° Estimación mejora cuando

$N_T \longrightarrow \infty$

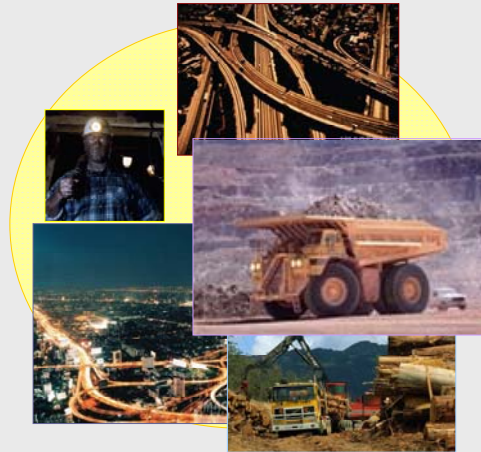
## VENTAJAS

- Conduce a una mejor comprensión del sistema real.
- El tiempo de los experimentos es flexible
  - Diferentes grados de precisión.
- Los recursos invertidos son variables. Disminución de costos operacionales.
- No interrumpe las actividades en curso del sistema real
  - Se simula una situación artificial.
  - Es posible chequear artificialmente el sistema.
- Es mucho más general que los modelos matemáticos de optimización y puede utilizarse en condiciones no apropiadas para un análisis matemático típico
  - Fuerte trabajo estadístico y computacional.



## VENTAJAS

- Duplicación más realista del sistema
  - Es posible chequear supuestos.
  - Análisis de escenarios favorables y desfavorables.
- Puede utilizarse para situaciones pasajeras
  - Análisis de eventos furtivos.
- Laboratorio de aprendizaje de bajo costo.
- Permite Modelar la Incertidumbre y lo Transiente
  - La única cosa segura es que nada es seguro
  - Peligro de ignorar la variabilidad
  - Validez del Modelo



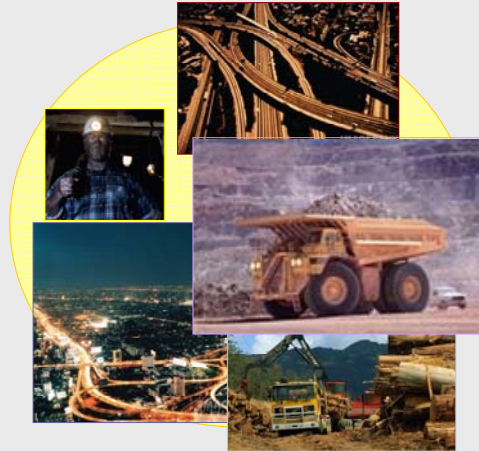
## DESVENTAJAS

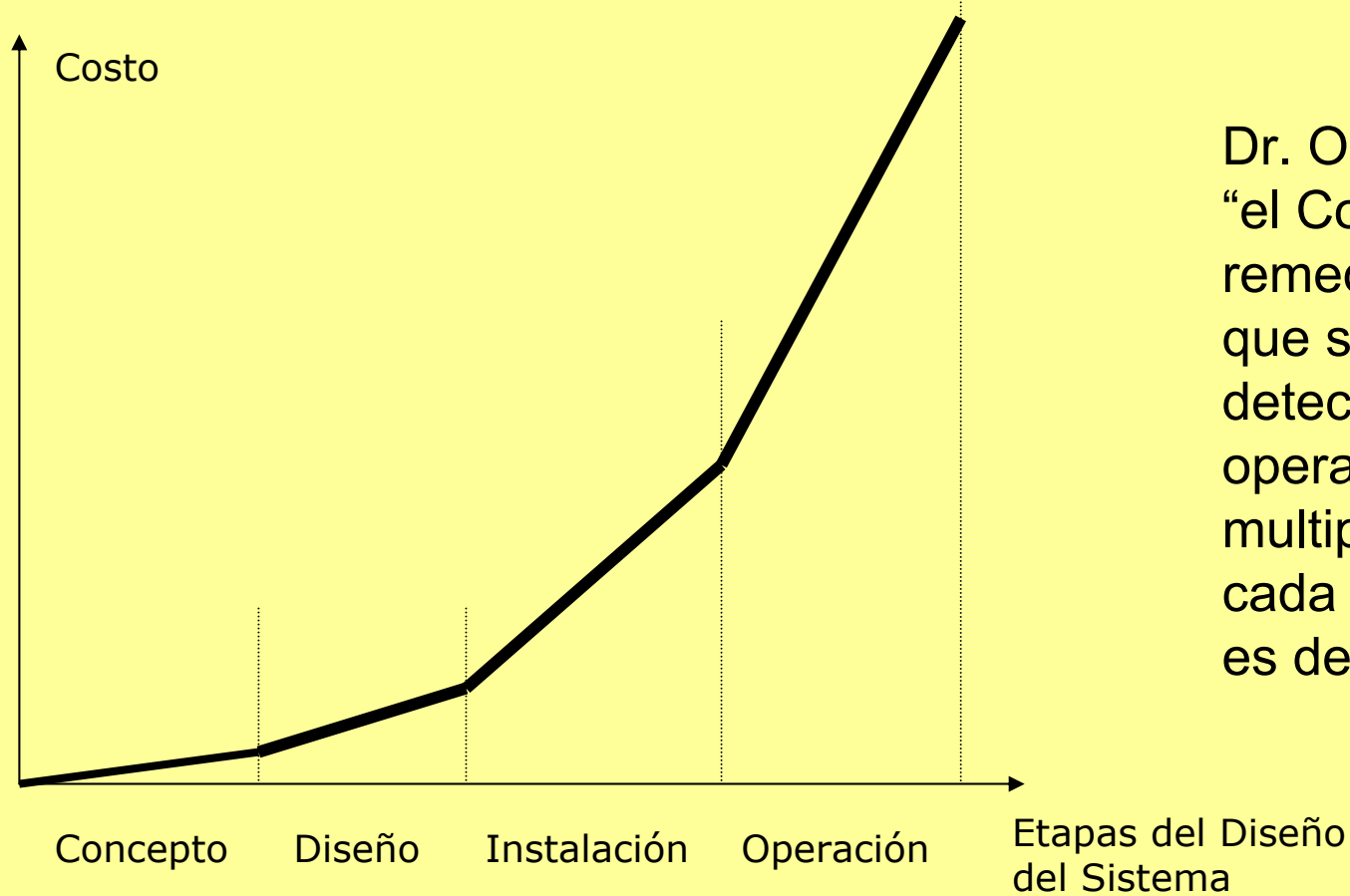
- No existe garantía de que el modelo produzca buenas soluciones
  - Por lo general son soluciones sub-optimas o inexactas.
  - No se resuelve un problema de optimización.
- No hay manera de comprobar que el desempeño de un modelo sea completamente confiable.



## DESVENTAJAS

- Los sistemas complejos pueden ser muy costosos y tomar mucho tiempo.
  - Simular una situación real en variados escenarios es costoso.
- Para correr modelos complejos puede necesitarse una gran cantidad de tiempo y recursos.
- Carece de estandarización
  - Soluciones a la medida.





Dr. Ohono, Toyota:  
“el Costo de  
remediar un error  
que se desliza sin  
detectar de una  
operación a otra se  
multiplica por 10 por  
cada etapa dónde no  
es detectado”



# INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS DE SIMULACIÓN

---

ESTUDIO DE SISTEMAS DINÁMICOS

**Jaime Miranda**

Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad de Chile