Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: N. Yankovic,A. Barrientos, A. Sauré
Aux : P. Hernandez, J. Muñoz, D. Sauré.

Solución CTP 2
15 de Agosto, 2002

1. Si acepto la apuesta recibiré $C\$$ y si pierdo tendré que pagar la misma cantidad. Por otro lado si no acepto la apuesta no ganaré ni perderé dinero. No es necesario hacer una arbol de decisión para ver que si acepto la apuesta la utilidad esperada de será es :

$$\begin{aligned} E[\text{Utilidad}] &= C\$ \cdot P[\text{Ganar}] - C\$ \cdot P[\text{Perder}] \\ &= C\$[P[\text{Robot Sale}] - P[\text{Robot no Sale}]] \\ &= C\$(0{,}6 - 0{,}4) \qquad = 0{,}2 \cdot C\$ \end{aligned}$$

Entonces dado que la cantidad C es positiva y que el beneficio de no apostar es 0, claramente se aceptara la apuesta.

2. La gracia de esta parte es que si pagamos una cantidad Y podremos ver que camino toma el robot (en A) y luego decidir si apostamos o no. Sin embargo antes de desarrollar el árbol necesitamos conocer algunas probabilidades. De acuerdo a esto definiremos la siguiente notación:

AD	=	Doblar a la derecha en A	DD	=	Doblar a la derecha en D
AI	=	Doblar a la izquierda en A	DI	=	Doblar a la izquierda en D
BD	=	Doblar a la derecha en B	ED	=	Doblar a la derecha en E
BI	=	Doblar a la izquierda en B	EI	=	Doblar a la izquierda en E
CD	=	Doblar a la derecha en C	i	=	llegar a i (i=A,B,...,E)
CI	=	Doblar a la izquierda en C			

Entonces, en función de esta notación, tenemos que el enunciado nos entrega la siguiente información:

$$P[AD|A] = 0{,}6 = 1 - P[AI|A]$$

$$0{,}8 = P[BD|B] \cdot P[B] + P[DD|D] \cdot P[D] = P[BD|B] \cdot 0{,}4 + P[DD|D] \cdot 0{,}6 \tag{1}$$

$$P[CI|C] = 0{,}3 = 1 - P[CD|C]$$

$$P[ED|E] = 0{,}3 = 1 - P[EI|E]$$

$$P[A] = 1$$

$$P[B] = P[AI|A] = 0{,}4 = 1 - P[D]$$

$$P[C] = P[BD|B] \cdot P[B] = P[BD|B] \cdot 0{,}4$$

$$P[E] = P[DI|D] \cdot P[D] = P[DI|D] \cdot 0{,}6$$

Además

$$\begin{aligned} 0{,}6 &= P[CI|C] \cdot P[C] + P[DD|D] \cdot P[D] + P[ED|E] \cdot P[E] \\ 0{,}6 &= 0{,}3 \cdot P[BD|B] \cdot 0{,}4 + 0{,}6 \cdot P[DD|D] + 0{,}3 \cdot 0{,}6 \cdot 1 - P[DD|D] \end{aligned} \tag{2}$$

Ahora, resolviendo el sistema de ecuación es formado por (1) y (2) encontramos que:

$$P[BD|B] = 0{,}875$$

$$P[DD|D] = 0{,}750$$

De acuerdo a esto y utilizando las probabilidades recién calculadas, el árbol asociado al problema es el que se muestra en la figura 1.(ojo que consideramos $C = \$10{,}000$).

Entonces la estrategía óptima en este caso es:
Si en A el robot se va a la izquierda NO APOSTAR .
Si en A el robot va a la derecha APOSTAR.

De la figura 1 se desprende que el valor esperado de esta política es : \$3.900, luego lo máximo que estaría dispuesto a pagar es:
3.900 - 2.000 = \$1.900

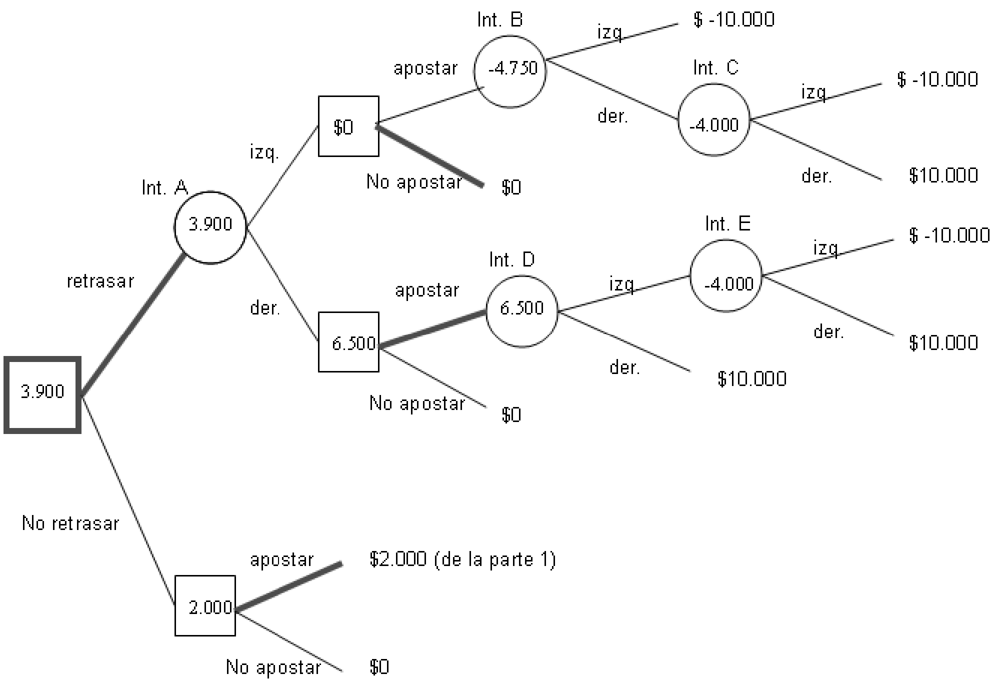

Figura 1

3. Sea MD= Mago dice derecha y MI= Mago dice izquierda.
Dado que el mago entrega información perfecta, se tendrá que:

$$P[\text{Doble derecha en segunda intersección}|MD] = 1 = P[\text{Doble izquierda en segunda intersección}|MI]$$

Para desarrollar esta parte necesitamos calcular la siguiente probabilidad:

$$\begin{aligned} 0{,}8 = P[\text{Derecha segunda intersección}] &= P[\text{Derecha segunda intersección}|MD] \cdot P[MD] \\ &\quad + P[\text{Derecha segunda intersección}|MI] \cdot P[MI] \\ &= 1 \cdot P[MD] + 0 \cdot (1 - P[MD]) \end{aligned}$$

De esta forma, el árbol es el que se muestra en la figura 2:

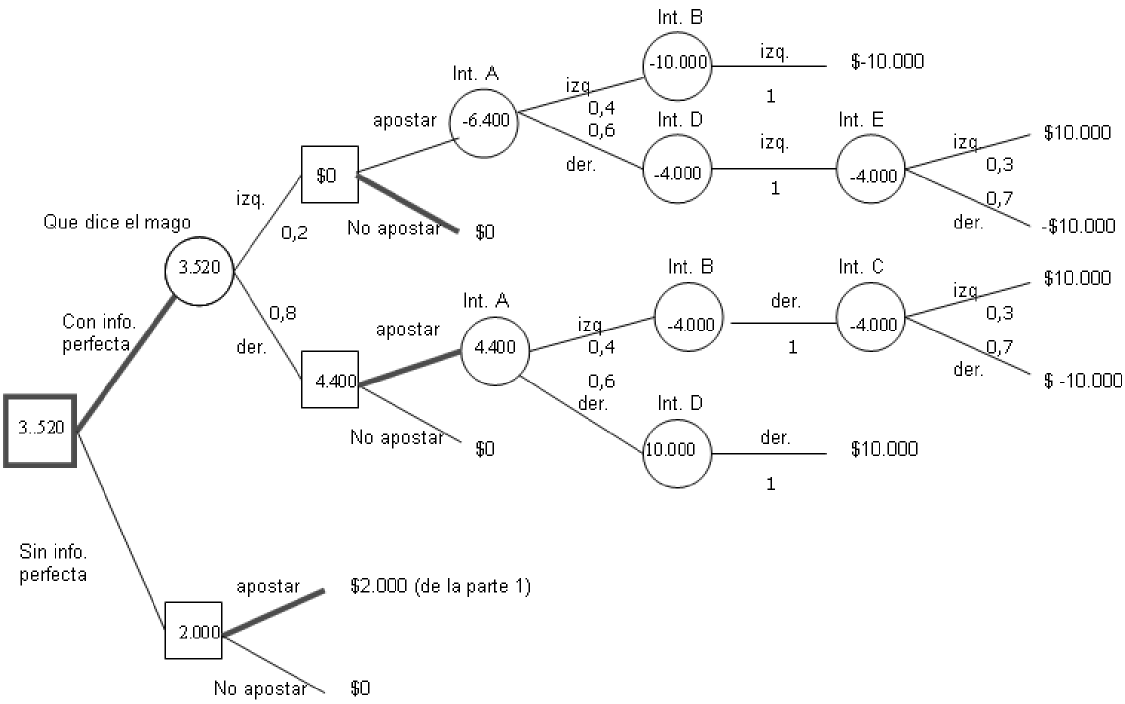

Figura 2

Entonces, es directo ver que se esta dispuesto a pagar $\$3520 - \$2000 = \$1520$

Dudas, consultas y comentarios a

dsaure@dii.uchile.cl shernand@ing.uchile.cl