



Universidad de Chile

Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa

Profs: P. Hernandez, P. Rey, A. Saure

Aux: F. Castro, S. Maldonado, M. Pereira, L. Reus

Clase Auxilliar 14, 5 de Mayo de 2006

Cadena Markov Decisiones y Procesos de Poisson

Problema 1

Suponga que usted trabaja en el Departamento de Marketing de una importante empresa cervecera y está encargado de decidir la política óptima de avisaje publicitario televisivo de esta compañía. Esto significa que usted debe decidir mes a mes, si contratar publicidad televisiva o si no hacerlo.

Las ventas mensuales de la empresa pueden ser altas, medianas o bajas y los beneficios asociados son 5, 3, 1 Millones US\$ respectivamente. El costo de la publicidad televisiva alcanza los 2 Millones US\$.

Existen probabilidades de pasar de un estado de ventas a otro mensualmente, que sólo dependen del estado actual. Además, estas probabilidades son distintas para el caso en se realiza la publicidad y para el que no se hace. Las siguientes matrices describen este comportamiento evolutivo:

Con Publicidad:

	<i>A</i>	<i>M</i>	<i>B</i>
<i>A</i>	0,5	0,3	0,2
<i>M</i>	0,4	0,4	0,2
<i>B</i>	0,4	0,6	0

Sin Publicidad:

	<i>A</i>	<i>M</i>	<i>B</i>
<i>A</i>	0,2	0,5	0,3
<i>M</i>	0,1	0,4	0,5
<i>B</i>	0	0,3	0,7

1. Para cada acción, modele el problema como una Cadena de Markov con beneficios.
2. Resuelva el problema utilizando Markov con decisiones, para el caso de horizonte finito de K períodos. Suponga que los valores residuales son 3, 1, -1 Millones US \$ para los estados Alta, Media, Baja, respectivamente.
3. Resuelva el problema utilizando Markov con decisiones, para el caso de horizonte infinito.

Problema 2

Motivado por los numerosos viajes que se realizan durante fiestas patrias se ha desarrollado un estudio en las plazas de peaje del país. Este estudio ha determinado que a un puesto de peaje ubicado en la ruta entre Santiago y el litoral central llegan dos tipos de vehculos, automóviles y buses. Los automóviles llegan según un proceso de Poisson de tasa α [autos/hora] y los buses de acuerdo a un proceso de Poisson

de tasa $\beta[buses/hora]$. La persona que atiende el puesto de peaje demora un tiempo que se distribuye exponencialmente de media $\frac{1}{\gamma}[horas]$ en atender a cada vehículo, independientemente si se trata de un bus o un automóvil. Los vehículos que llegan cuando se está atendiendo a otro esperan en una fila única hasta ser atendidos.

Para desincentivar los viajes a última hora, se ha dispuesto la siguiente tarifa de peaje:

- Los automviles pagan $\$C_a \cdot t^3$
- Los buses pagan $\$C_b \cdot t^2$

Donde t corresponde al tiempo medido en horas a partir de cierto t_0 . Supóngase $t_0 = 0$.

1. ¿Cuál es la probabilidad que entre $t_1 = 4[horas]$ y $t_2 = 7[horas]$ lleguen 3 autos y 7 buses a la plaza de peaje?
2. Si se sabe que en las primeras 3 horas de funcionamiento (partiendo de $t_0 = 0$) han llegado 10 vehículos a la plaza de peaje. ¿Cuál es la probabilidad de que 7 de ellos hayan sido buses?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que 3 de los próximos 10 vehículos en llegar a la plaza de peajes sean automóviles?
4. Si quien atiende la plaza de peajes está atendiendo a un automovilista y cuando comenzó a atender a dicho automóvil había sólo un bus (y ningún automóvil) en la fila esperando por ser atendido. ¿Cuál es la distribución de probabilidades del número de **vehículos** en la fila al finalizar la atención del automovilista?
5. Si se sabe que luego de 13 horas de funcionamiento (partiendo desde t_0) han llegado n vehículos. ¿Cuál es el valor esperado de la recaudación de la plaza de peaje en esas 13 horas? Suponga para esta parte que el tiempo de atención es despreciable, es decir, tanto buses como automóviles pagan (se atienden) instantáneamente.