



Universidad de Chile

Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa

Profs: P. Hernandez, P. Rey, A. Saure

Aux: F. Castro, S. Maldonado, M. Pereira, L. Reus

Clase Auxilliary 7, 4 de Abril de 2006

## Programación Dinámica Determinística y Estocástica

### Problema 1

El gerente de operaciones de una fábrica desea programar la operación de un proceso para los siguientes  $T$  períodos. Para realizar este proceso se necesita una máquina cuyo costo de operación depende de su antigüedad y es igual a  $C_n$  por año, con  $n$  representando la edad de la máquina ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

Cada año se tiene la opción de reemplazar este equipo por otro, nuevo o usado, el costo de adquisición de un equipo con  $n$  años de uso es de  $I_n$ . Por otra parte el gerente puede vender un equipo con  $n$  años de uso a un precio de venta  $V_n$ .

Actualmente la gerencia NO dispone de la máquina, por lo que necesariamente tendrá que comprarla, además todos los años debe tener el proceso funcionando.

1. Plantee el problema de operación y reemplazo de equipo como un problema de programación dinámica determinística, con el fin de minimizar el costo total.

### Problema 2

Usted ha decidido ir a mochilear a Bongwutsi, un pequeño país africano. Luego de arribar al aeropuerto de Bongwutsi, usted se encuentra al comienzo de la calle principal listo para buscar alojamiento.

Según la información de la guía, se sabe que a lo largo de la calle existen los únicos  $N$  hoteles de la ciudad. Cada hotel está separado por 3 cuadras del siguiente. La probabilidad que el hotel  $i$ -ésimo tenga habitación disponible es  $P_i$ , donde  $P_i$  es decreciente en  $i$  (si no hay habitación, usted no puede quedarse en ese hotel). El precio de hotel  $i$  es  $S_i$ , también decreciente en  $i$ . Si pasa frente a uno de los hoteles y no entra, usted no puede regresar a él. En buenas cuentas, usted sólo puede recorrer la calle una vez, de principio a fin, sin volver atrás.

Los costos considerados son los siguientes:

- Costo de caminar desde el hotel  $i$ -ésimo al  $i + 1$  es  $C_i$ , creciente en  $i$ .
- Costo de entrar a preguntar a un hotel, si hay o no habitación disponible, es igual a  $Q$  para todos los hoteles (refleja la caminata hacia el interior del lugar y la pérdida de tiempo en aquello).
- Si luego de pasar a lo largo de toda la calle usted no se queda en ningún hotel, tiene un costo residual de dormir en la calle valorado en  $K$ .

A usted lo único que le interesa es minimizar el costo total, independiente de la calidad del hotel en el cual se hospeda.

1. Formule un modelo de programación dinámica que le permita resolver el mismo problema en el caso general. Fundamente intuitivamente, por qué es útil usar programación dinámica para resolver este problema.

2. Resuelva el modelo para los siguientes parámetros:

$$N = 3 \quad P_1 = 0,8 \quad P_2 = 0,6 \quad P_3 = 0,4$$

$$S_1 = 500 \quad S_2 = 250 \quad S_3 = 150$$

$$Q = C1 = C2 = 100 \quad K = 450$$

## Problema 3

Suponga que a comienzos de la próxima semana usted tendrá a su disposición cierta cantidad de dinero  $M$  para sus gastos personales hasta fin de año. Usted desea gastar todo el dinero antes del próximo año, por lo tanto, el valor que para usted tiene un peso de los  $M$  es cero después del 31 de diciembre del presente, (suponga que el fin de año corresponde a un domingo).

Usted debe decidir cuánto gastar semana a semana de modo de maximizar su beneficio esperado. La decisión de cuánto gastar en una semana dada se toma a comienzos de esa semana y no se cambia (como buen ingeniero planificador y mal vividor). Si la semana  $k$ ,  $k = 0, \dots, T$  usted gasta  $G$  pesos, entonces el beneficio percibido puede ser representado por:

$$\sqrt{(a_k + b_k) \cdot G}$$

Donde  $a_k > 0$  es una constante y  $b_k$  es una variable aleatoria positiva con función de densidad  $f_{b_k}(x)$ . La variable aleatoria intenta modelar el hecho que usted no sabe todas las actividades que realizará en la semana y sus respectivos beneficios. Por ejemplo, si una semana decide gastar \$5.000 y el día miércoles se entera que hay un recital de su conjunto favorito por \$5.000 entonces su beneficio aumentará.

1. Determine el valor esperado de su beneficio en la semana  $k$  si decide gastar  $G$ .
2. Formule un modelo de programación dinámica que le permita resolver el problema. Entregue variable de estado, de decisión, aleatoria, función de beneficio acumulado, etc.