



## Solución CTP 2

Martes 17 de Agosto de 2004

### Problema 1

1. El problema se puede modelar con el árbol de la Figura 1 (los pagos están expresados en M US\$). Luego, **Bernotti** debe intentar eludir a *el galáctico* y rematar hacia la derecha.

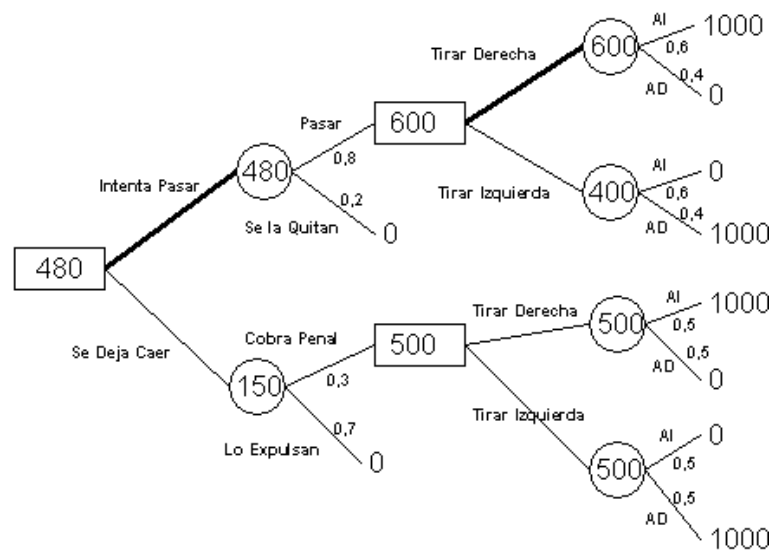


Figura 1: Árbol Sin Consejos de el Gurú

2. Para esto debemos comparar el retorno de jugar sin los consejos de *el Gurú* con los que se podrían obtener gracias a la ayuda de sus predicciones, debemos calcular las probabilidades condicionales.

Sean:

- TI = *el Gurú* dice que el arquero se tira a la izquierda.  
TD = *el Gurú* dice que el arquero se tira a la derecha.  
AD = el arquero se tira a la derecha.  
AI = el arquero se tira a la izquierda.

Es necesario notar que al ser distinta la probabilidad de que el arquero se tire a la izquierda dependiendo si es un penal o un *mano a mano*, la probabilidad de que *el Gurú* diga que el arquero se lanza a la izquierda es distinta para el caso de un penal y el de un *mano a mano* (0,6 y 0,68 respectivamente), como se puede observar en el árbol de la Figura 2, esto a su vez produce distintas probabilidades condicionales ( $P[AI/TI]$ ) en cada sub-árbol (*se deja caer o intenta pasar*) .

De esta forma se tiene que, para el caso de un *mano a mano*:

$$\begin{aligned}
 P[TD|AD] &= 0,8 = 1 - P[TI|AD] \\
 P[TI|AI] &= 1 = 1 - P[TD|AI] \\
 P[TI] &= P[TI|AD] \cdot P[AD] + P[TI|AI] \cdot P[AI] \\
 &= 0,2 \cdot 0,4 + 1 \cdot 0,6 \\
 &= 0,68 \\
 \Rightarrow P[TD] &= 0,32
 \end{aligned}$$

Además:

$$\begin{aligned}
 P[AD|TD] &= \frac{P[TD|AD]P[AD]}{P[TD]} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{0,32} = 1 = 1 - P[AI|TD] \\
 P[AI|TI] &= \frac{P[TI|AI]P[AI]}{P[TI]} = \frac{1 \cdot 0,6}{0,68} = 0,88 = 1 - P[AD|TI]
 \end{aligned}$$

y para el caso de un lanzamiento penal:

$$\begin{aligned}
 P[TD|AD] &= 0,8 = 1 - P[TI|AD] \\
 P[TI|AI] &= 1 = 1 - P[TD|AI] \\
 P[TI] &= P[TI|AD] \cdot P[AD] + P[TI|AI] \cdot P[AI] \\
 &= 0,2 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,5 \\
 &= 0,6 \\
 \Rightarrow P[TD] &= 0,4
 \end{aligned}$$

Además:

$$\begin{aligned}
 P[AD|TD] &= \frac{P[TD|AD]P[AD]}{P[TD]} = \frac{0,8 \cdot 0,5}{0,4} = 1 = 1 - P[AI|TD] \\
 P[AI|TI] &= \frac{P[TI|AI]P[AI]}{P[TI]} = \frac{1 \cdot 0,5}{0,6} = 0,833 = 1 - P[AD|TI]
 \end{aligned}$$

Como se observa en el árbol de la Figura 2, al equipo le conviene contratar a *el Gurú* y este puede cobrar hasta  $\text{US\$}735.000 - \text{US\$}480.000 = \text{US\$}255.000$  por utilizar sus habilidades predictivas en beneficio del equipo de **Bernotti**.

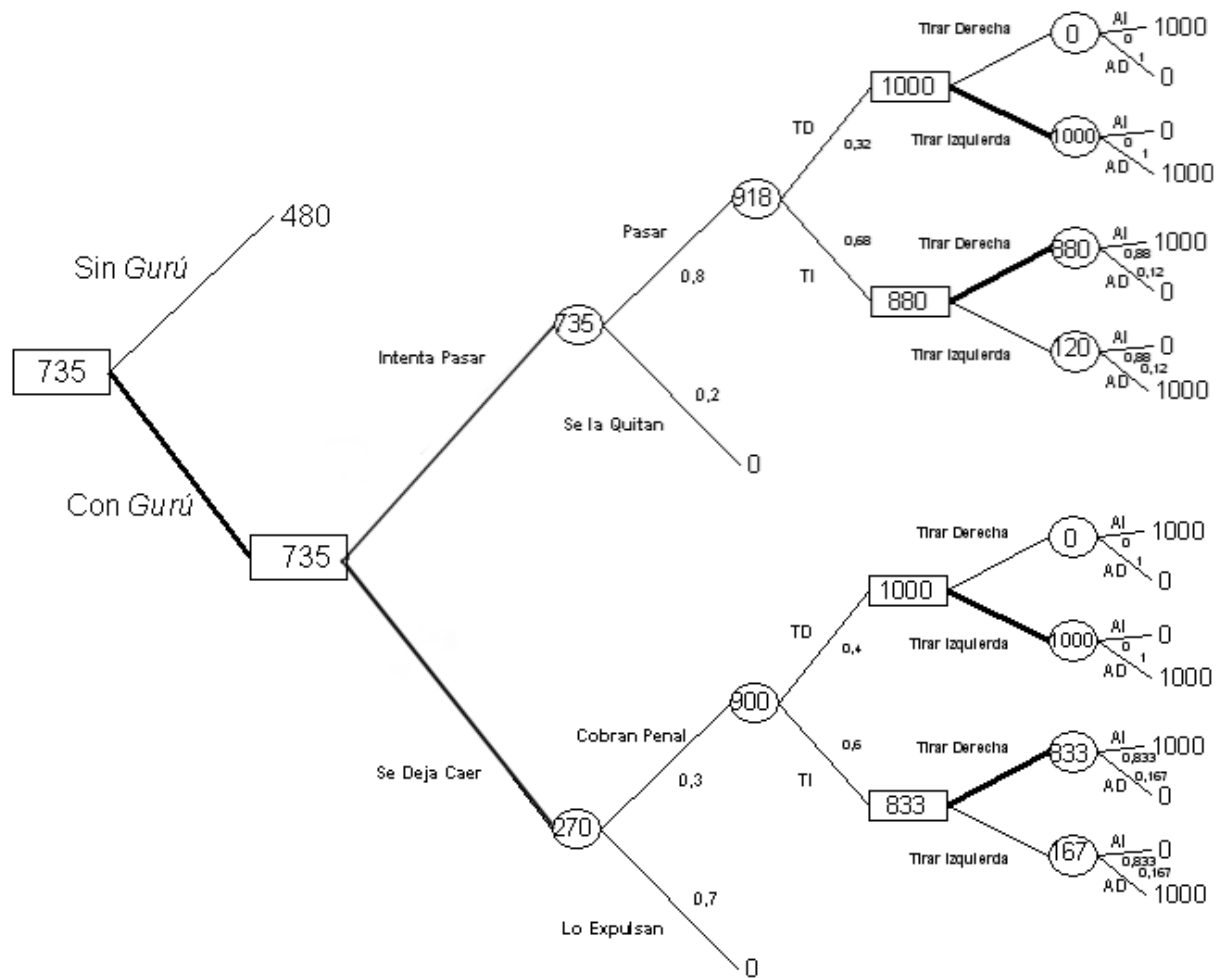


Figura 2: Árbol Completo

## Problema 2

1. En este punto se deben incluir argumentos como: Existe un conjunto de decisiones interrelacionadas, si se modelan adecuadamente las etapas se tendrá que la decisión para una de ellas es independiente de decisiones pasadas y sólo dependerá de variables de estado, etc.
2. De acuerdo al procedimiento usual para definir un modelo de programación dinámica se tendrá:

- **Etapas:**

Cada una de las comunas,  $k : 1, \dots, K$ .

- **Variables de estado:**

$J_k$ , el número de jardines por inaugurar en la etapa  $k$  (sin asignar).

- **Variables de decisión:**

$X_k$ , el número de jardines inaugurados en la comuna  $k$ .

- **Recurrencia de estados:**

$$J_{k+1} = J_k - X_k$$

- **Función de beneficios:**

$$V_k(J_k, X_k) = P_k \cdot X_k - M_k \cdot \max\{0, X_k - U_k\} - C_k \cdot \chi(X_k) + V_{k+1}^*(J_k - X_k)$$

Donde:

$$V_k^*(J_k) = \max_{X_k \leq J_k} \{V_k(J_k, X_k)\}$$

$$\chi(X) = \begin{cases} 1 & \text{si } X = 0 \\ 0 & \text{si } X \neq 0 \end{cases}$$

- **Condiciones de borde:**

$$\begin{aligned} V_{K+1}^*(J_{K+1}) &= 0 \\ J_1 &= N \end{aligned}$$

3. La cantidad de votos que se espera obtener con la campaña es  $V_1^*(N)$ .

Pauta preparada por:  
Daniel Yung M.  
dyung@ing.uchile.cl