



CTP 1

Miércoles 3 de Agosto de 2005

Un esforzado deportista de un lejano país está participando en un prestigioso campeonato de atletismo. *Cañoncito*, como se conoce popularmente a este deportista, participa en la prueba del *lanzamiento de la bala* y ya ha logrado clasificarse para la final, en la que se enfrentará a otros 7 atletas, desatando la euforia de sus compatriotas, que siguen con atención el desempeño del atleta.

Se sabe que la distancia a la que *Cañoncito* puede lanzar la bala es una v.a. exponencial de parámetro $\lambda[m^{-1}]$, mientras que las distancias logradas por los demás lanzadores son v.a. i.i.d. exponenciales de parámetro $\mu[m^{-1}]$.¹

El gobierno de su país le ofreció a *Cañoncito* un bono de acuerdo a su rendimiento, por lo que recibirá US\$ 1.000.000 si obtiene la ansiada medalla de oro, US\$100.000 si obtiene la medalla de plata y US\$10.000 por el tercer lugar del podio. Si termina en último lugar (8^{avo}) la federación no le pagará el viaje de regreso, por lo que deberá desembolsar US\$2.000 para volver a su patria.

1. (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que *Cañoncito* deba costear su regreso?
2. (1,5 puntos) Entregue una expresión para la probabilidad de que *Cañoncito* termine en el k -ésimo lugar. Llame a esta probabilidad P_k .
3. (1,0 punto) ¿Cuál es la utilidad esperada, en US\$, de *Cañoncito* por participar en la competencia?²
4. (1,0 punto) Si se sabe que uno de los rivales de *Cañoncito* ha lanzado la bala una distancia de $d[m]$ ¿Cuál es la probabilidad de que *Cañoncito* gane?

Debido a recientes escándalos en el mundo del deporte, la organización decide realizar un control anti-dopping después de realizada la prueba al que serán sometidos todos los atletas. La probabilidad de que el examen de *Cañoncito* resulte positivo es q , mientras que para cada uno de los demás competidores esta probabilidad es p . Cuando un atleta sale positivo en el test anti-dopping es automáticamente descalificado, subiendo un lugar en la clasificación todos quienes tuvieron peor desempeño (lanzaron la bala a una menor distancia) que el atleta descalificado.

5. (1,0 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que de un conjunto de n deportistas, entre los que no se incluye a *Cañoncito*, a lo menos $\max\{0, n - 2\}$ sean descalificados por dopping? Llame a esta probabilidad $r_{n-2,n}$
6. (1,0 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que *Cañoncito* obtenga alguna medalla? ¿Cuál es la probabilidad de que *Cañoncito* obtenga medalla de oro?

HINT: Considere que las medallas se entregan después del examen anti-dopping y que es necesario que éste resulte negativo para recibir una medalla.

¹Recuerde que el ganador de la competencia es quien lanza más lejos la bala.

²Suponga que las medallas no tienen valor comercial.