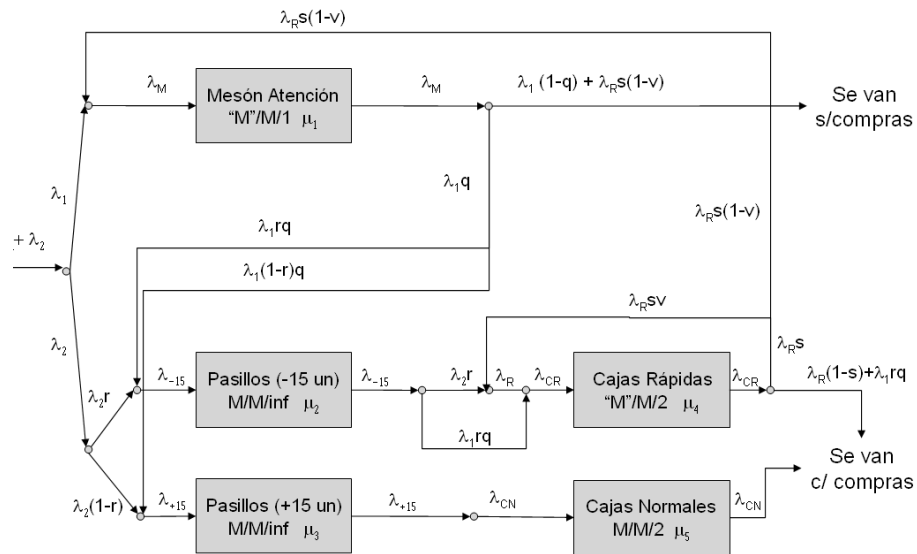




Examen 14 de Julio de 2005

Pregunta 3

- El sistema se muestra en la siguiente figura.



Es **importante** notar que hay que diferenciar los sistemas de los pasillos ya que difieren en tiempo de permanencia comprando, dependiendo de la cantidad de unidades de producto que compre cada cliente.

Por otro lado, se define a r la probabilidad de que un cliente compre a lo más 15 unidades se tiene que $r = \sum_{k=1}^{15} r_k$.

Para calcular la tasa de entrada al sistema de Cajas Rápidas se requiere diferenciar a los clientes que entran al reflujo de los que no lo hacen. Para ello, definiendo a λ_R como la tasa que representa a los clientes que entran a las Cajas Rápidas y que pueden entrar al reflujo, se tiene que:

$$\lambda_R = \frac{\lambda_2 r}{1 - sv}$$

De esta forma se tiene que las tasas efectivas, los tiempos medios de permanencia y las condiciones de régimen estacionario son las siguientes:

Sistema	Tasa Efectiva	Valor	W	CRE
Mesón de Atención (M/M/1)	λ_M	$\lambda_1 + \lambda_R s(1 - v)$	$\frac{1}{\lambda_M} \frac{\rho_M}{1 - \rho_M}$	$\lambda_M < \mu_1$
Pasillos (≤ 15 un.) (M/M/ ∞)	λ_{-15}	$\lambda_2 r + \lambda_1 r q$	$\frac{1}{\mu_2}$	Siempre \exists
Pasillos (> 15 un.) (M/M/ ∞)	λ_{+15}	$\lambda_2(1 - r) + \lambda_1(1 - r)q$	$\frac{1}{\mu_3}$	Siempre \exists
Cajas Rápidas (M/M/2)	λ_{CR}	$\lambda_R + \lambda_1 r q$	$\frac{1}{\lambda_{CR}} \frac{2 \cdot \rho_{CR}}{1 - \rho_{CR}^2}$	$\lambda_{CR} < 2\mu_4$
Cajas Normales (M/M/2)	λ_{CN}	$\lambda_2(1 - r) + \lambda_1(1 - r)q$	$\frac{1}{\lambda_{CN}} \frac{2 \cdot \rho_{CN}}{1 - \rho_{CN}^2}$	$\lambda_{CN} < 2\mu_5$

donde: $\rho_{CR} = \frac{\lambda_{CR}}{2\mu_4}$, $\rho_{CN} = \frac{\lambda_{CN}}{2\mu_5}$ y $\rho_M = \frac{\lambda_M}{\mu_1}$

Es importante notar que los sistemas de Cajas Rápidas y Mesón de Atención **no tienen llegadas poissonianas dado el reflujo** en las Cajas Rápidas, pero dado el Teorema de Jackson, para términos de cálculos en régimen estacionario se pueden tratar como si los tuvieran.

2. En función de los W de cada subsistema se tiene que:

a) El tiempo promedio de permanencia en el sistema de un cliente tipo , está dado por:

$$W_2 = (1-r)[W_{+15} + W_{CN}] + r[W_{-15} + \sum_{i=1}^{\infty} iW_{CR}(sv)^{i-1}(1-s) + \sum_{i=1}^{\infty} (iW_{CR} + W_M)s^i v^{i-1}(1-v)]$$

b) El tiempo promedio de permanencia en el sistema de un cliente que compra menos de 15 unidades.

$$W_{TOT-15} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} W_M + [W_{-15} + \sum_{i=1}^{\infty} iW_{CR}(sv)^{i-1}(1-s) + \sum_{i=1}^{\infty} (iW_{CR} + W_M)s^i v^{i-1}(1-v)]$$

Éstas partes también se pueden hacer en función de los τ , como lo explicó Felipe en la auxiliar extra.

3. a) Con un precio promedio por unidad de producto vendido es de $\$C$, el ingreso esperado por hora de funcionamiento del local, se debe calcular con la esperanza de las ventas por cada tipo de clientes e identificando por que caja pasaron. Luego:

$$E(I) = C[(\lambda_1 r q + \lambda_R(1-s)) \sum_{k=1}^{15} k r_k] + C[((1-r)\lambda_2 + \lambda_1(1-r)q) \sum_{k=15}^{100} k r_k]$$

b) El total de las ventas realizadas en una hora de funcionamiento del local está dado por:

$$V = \lambda_2(1-r) + \lambda_1(1-r)q + \lambda_R(1-s) + \lambda_1 r q$$

donde:

$$\lambda_R = \frac{\lambda_2 r}{1-sv}$$

Luego:

$$V = \lambda_1 q + \lambda_2[(1-s) + \frac{r}{1-sv}]$$

Finalmente la fracción de ventas con tarjeta TePresto está dada por:

$$F = \frac{\lambda_1 q}{\lambda_1 q + \lambda_2[(1-s) + \frac{r}{1-sv}]}$$