



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FAC. DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
Departamento de Ingeniería Industrial

Curso: IN41B - Economía II  
Semestre: Otoño 2005  
Profesor: Raphael Bergoeing  
Auxiliares: Paola Bordón  
Lilian Rocha

### Clase Auxiliar

**Pregunta 1** Considere el Modelo de Crecimiento Neoclásico visto en clase con las siguientes formas funcionales:

$$u(c_t) = (c_t^{1-\sigma} - 1) / (1 - \sigma)$$

$$f(k_t) = k_t^\alpha$$

en donde  $\alpha < 1$  es un parámetro dado, la población crece a tasa  $n$ .

- Defina un Equilibrio Competitivo para esta economía.
- Caracterice lo mejor posible el Equilibrio Competitivo (encuentre las ecuaciones que permiten encontrar las cantidades y precios de equilibrio).
- Defina y caracterice el estado estacionario para esta economía.
- Dados los siguientes valores para los parámetros:

$$\alpha = 0.3 \quad \beta = 0.95 \quad \delta = 0.08 \quad n = 0.04 \quad \sigma = 1.5$$

encuentre los valores en estado estacionario para  $k^*$ ,  $c^*$ ,  $y^*$ ,  $r^*$ ,  $w^*$  y la tasa de ahorro  $s^*$ .

- Describa el efecto en el ingreso per cápita de estado estacionario cuando:

- aumenta el factor de descuento  $\beta$
- aumenta la tasa de depreciación  $\delta$
- aumenta la tasa de crecimiento de la población  $n$ .

Explique intuitivamente sus resultados.

## Solución

a)

- (1) Dados los precios  $r_t$  y  $w_t$ , la asignación del consumidor representativo  $c_t, i_t, k_{t+1}$  resuelve

$$\text{Max } \sum \beta^t \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}$$

$$\text{s.a } c_t + i_t = r_t * k_t + w_t$$

$$(1 + n) * k_{t+1} = (1 - \delta) * k_t + i_t$$

- (2) Dados los precios  $r_t$  y  $w_t$  la asignación de la firma representativa resuelve:

$$\text{Max } y_t - r_t * k_t - w_t$$

$$\text{s.a } y_t = f(k_t) = k_t^\alpha$$

- (3) Los mercados cierran:

$$c_t + i_t = y_t$$

b)

$$(1) \rightarrow u'(c_t) / [\beta * u'(c_{t+1})] = [r_{t+1} + (1 - \delta)] / (1 + n)$$

$$\rightarrow c_{t+1}^\sigma / [\beta * c_t^\sigma] = [\alpha k_{t+1}^{\alpha-1} + (1 - \delta)] / (1 + n)$$

$$(2) \rightarrow r_t = f'(k_t) \quad y \quad w_t = f(k_t) - f'(k_t) * k_t$$

$$\rightarrow r_t = \alpha k_t^{\alpha-1} \quad w_t = k_t^\alpha (1 - \alpha)$$

$$(3) \rightarrow c_t = k_t^\alpha - (1 + n) * k_{t+1} + (1 - \delta) * k_t$$

c)

Se obtiene  $k^*$  a partir de la ecuación de Euler

$$\rightarrow f'(k^*) = (1 + n) / \beta - (1 - \delta)$$

$$\rightarrow k^* = \left( \frac{\alpha}{(1+n) / \beta - (1-\delta)} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

d)

Reemplazando estos valores en la ecuación de  $k^*$

$$k^* = \left( \frac{0,3}{(1+0,04) / 0,95 - (1-0,08)} \right)^{1/(1-0,3)} = 2,16$$

Luego

$$c^* = k^{*\alpha} - (n+\delta) * k^* = 1.0007$$

$$y^* = k^{*\alpha} = 2,16^{0,3} = 1,26$$

$$r^* = \alpha k^{*\alpha-1} = 0,175$$

$$w^* = k^{*\alpha} (1 - \alpha) = 0,88$$

$$s^* = (n+\delta) * k^{*1-\alpha} = 0,206$$

e)

Si el factor de descuento aumenta, también lo hace el capital y por lo tanto el ingreso per-cápita, lo cual indica que economías más pacientes ahorran más y, tal como lo demuestra el modelo de Solow, alcanzan un ingreso de largo plazo mayor.

Un aumento en la tasa de depreciación, genera una disminución en el capital y con ello, en el nivel de ingreso de largo plazo ( hay que recordar que en el largo plazo, el producto per-cápita está totalmente determinado por el stock per-cápita de capital)

Al aumentar la tasa de crecimiento de la población se produce una disminución del capital y por lo tanto, del ingreso.