Otoño 2006
Raphael Bergoeing

El Modelo de Crecimiento de Solow

Contenido

Hechos estilizados

- USA y Chile: Convergencia y diferencias en ingresos per-capita
- El largo plazo: Kaldor

El modelo de Solow

- Modelo
- Estado estacionario
- Transición y convergencia

Algunas Preguntas

¿ Por qué EEUU es 10 veces más rico que Chile?

¿ Por qué Japón es hoy 10 veces más rico que en 1950?

¿ Por qué Chile y México tuvieron recuperaciones tan distintas después de la crisis del 82?

¿ Por qué desde 1998 Chile ha crecido 4 puntos menos que durante el periodo 1984-1998?

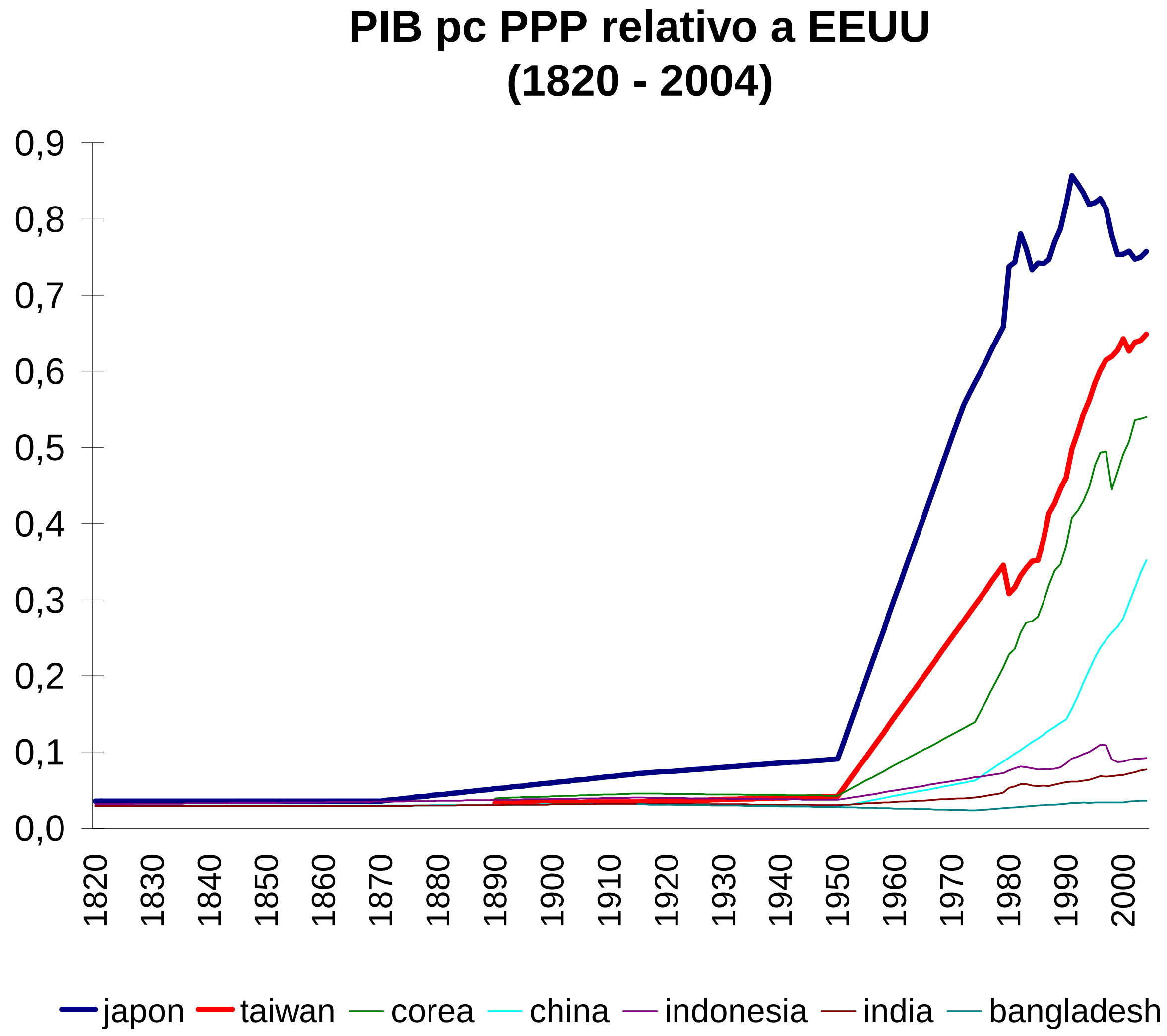
Alcanzando el Desarrollo

	EEUU	Chile			
	3%	2%	4%	7%	10%
Crecimiento pc					
Y pc 2003	42000	4800	4800	4800	4800
Años para y pc = 42000	0	109,5	55,3	32,1	22,8
PIB en el bicentenario	53204	5624	6569	8247	10289
Años para convergencia		-	224,5	56,9	33

¿ Por qué Chile es más pobre que Estados Unidos?

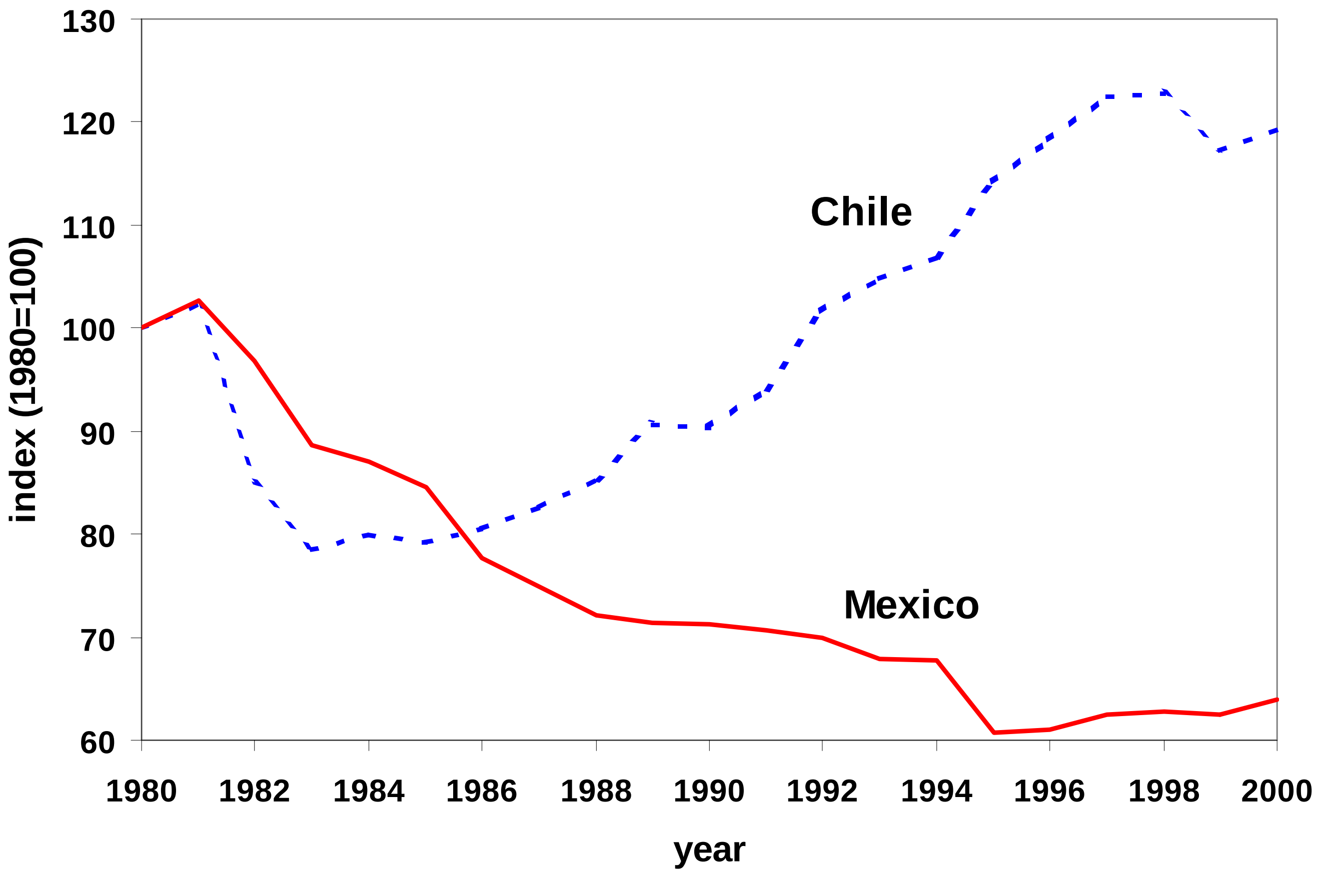
	Y pc us$	Si = K/L us$	Si = A (PTF) us$
Estados Unidos	39930	39930	39930
Chile	5800	9107	25429
Chile/EEUU	14,5%	22,8%	63,7%

¿ Por qué Japón es más rico hoy que hace 40 años?



¿ Por qué Chile y México tuvieron recuperaciones tan distinta después de la crisis del 82?

PGB / población en edad de trabajar: Chile y México



¿Por qué desde 1998 Chile ha crecido 4 puntos menos que durante el periodo 1984-1998?

Contabilidad de Crecimiento para Chile (%)

Periodo	Y/N	PTF	K/Y	L/N
1981-83	-10.93	-7.81	5.26	-8.38
1983-98	4.85	3.49	-0.37	1.73
1998-04	1.52	2.41	0.63	-1.52

El largo plazo: Kaldor

1. Y/L crece a una tasa constante.
2. K/L crece a una tasa constante.
3. K/Y se mantiene constante.
4. rK/Y y wL/Y se mantienen constantes.
5. Y/L difiere sustancialmente entre países.

Modelo de Solow (1956)

Motivación:

- Explica 1-4 de Kaldor con función de producción neoclásica (Cobb-Douglas)

- No explica hecho 5 con idénticas tecnologías. Necesitamos explicar diferencias en PTF entre países.

El modelo:

1. $Y_t = F(K_t , A_t L_t)$, $F(0)=0$, $F´>0$, $F´´< 0$, RCE, Inada.
2. $L_{t+1}= (1+n) L_t$
3. $A_{t+1}= (1+g) A_t$
4. $Y_t = C_t + I_t$
5. $I_t = sY_t$
6. $K_{t+1}= (1-\delta) K_t + I_t$

Enfatiza cambios en K/L durante transición al equilibrio de l/p. Harrod-Domar usaba proporciones fijas.

Pero, modelo simple: no tiene gobierno, un bien, tasas de ahorro constante (no microfundada), sin distorsiones.

Estabilidad: ¿converge el modelo a K^* globalmente?
Si sí, permite pensar en equilibrio de largo plazo (estado estacionario o crecimiento balanceado)

Modelo en forma intensiva ($x_t \equiv X_t \,/\, A_t L_t$ => unidades efectivas de trabajo):

7. $y_t = f(k_t)$, con $f(k_t) \equiv F(K_t, A_t L_t) \,/\, A_t L_t = F(k_t, 1)$
8. $y_t = c_t + i_t$
9. $i_t = s y_t$
10. $k_{t+1}(1+z) = (1-\delta)\, k_t + i_t$, con $(1+z) \equiv (1+g)(1+n)$

Para determinar si, dado k>0, k converge a un único k*, analicemos Δk_t :

Definiendo $\Phi(k_t) = k_{t+1} - k_t = \dfrac{sf(k_t) - (\delta + z)k_t}{1+z}$

$$\Rightarrow \quad \Phi(k^*) = 0$$

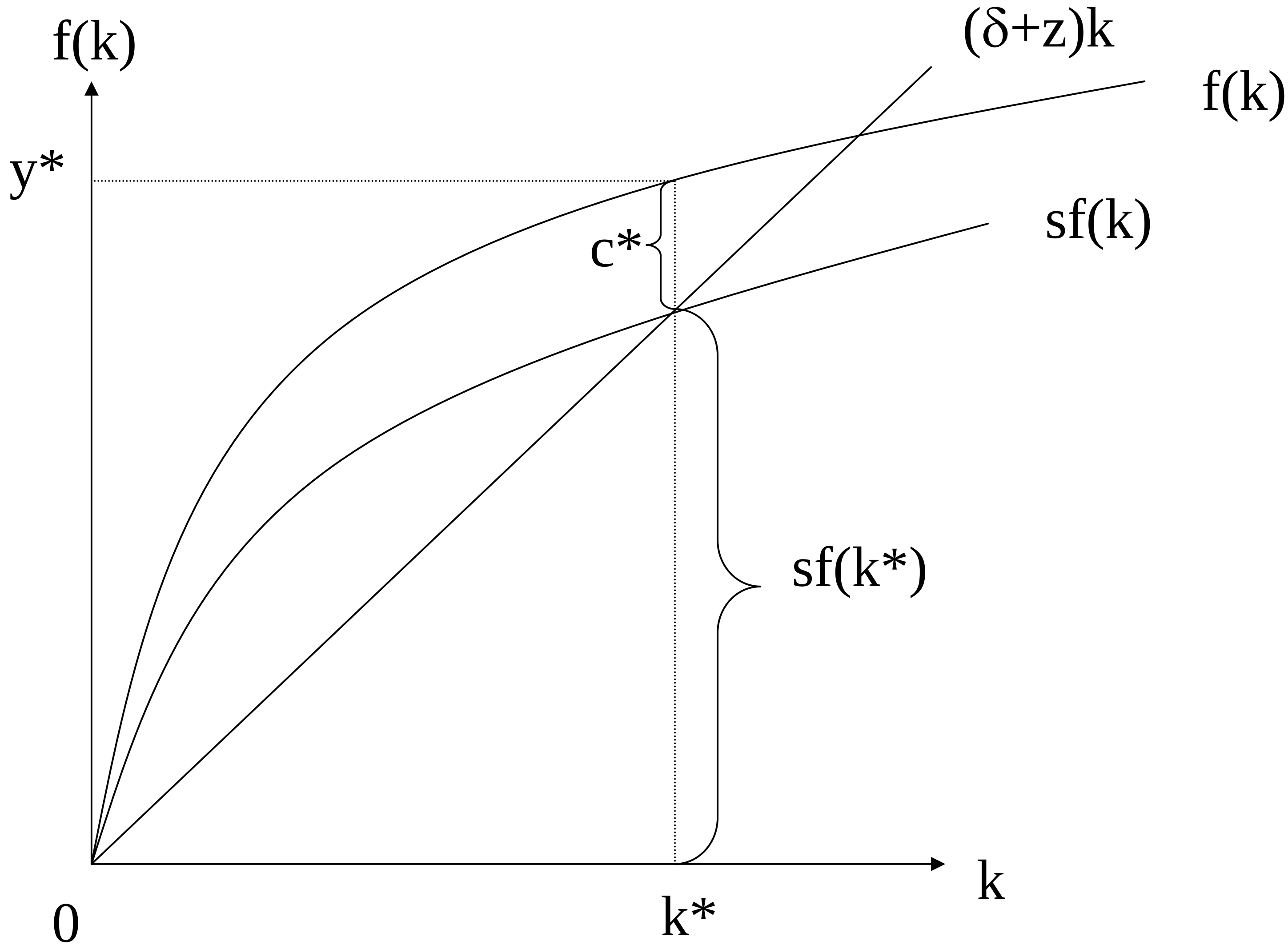
$$\Phi(0) = 0$$

$$\Phi(k_t) > 0, \ \forall \ k_t \in (0, k^*)$$

$$\Phi(k_t) < 0, \ \forall \ k_t \in (k^*, \infty)$$

(Ver figura para dinámica del capital.)

Dinámica del capital:



Equilibrio de largo plazo: estado estacionario y crecimiento balanceado

Definición: Un Equilibrio de Largo Plazo es un equilibrio en el que las variables crecen a una tasa constante (crecimiento balanceado - si $g \neq 0$) o en el que las variables se mantienen constantes (estado estacionario - si $g = 0$).

Caracterización del equilibrio de L/P:

¿Qué pasa en k^*?

L crece a $(1+n)$ y A crece a $(1+g)$.

=> AL crece a $(1+z)$, K crece a $(1+z)$, Y crece a $(1+z)$.

=> y está constante, k está constante.

=> Y/L crece a $(1+g)$, K/L crece a $(1+g)$.

Kaldor (1 - 4) ok.

Nótese que si $g = 0$, las variables per cápita se mantienen constantes en el L/P.

Convergencia:

Diferenciando $\Phi(k)/k$ para analizar la velocidad de convergencia

$$\frac{\partial \Phi(k)/k}{\partial k} = \left(\frac{s}{1+z}\right)\frac{(kf' - f)}{k^2} < 0, \forall k$$

=> Si tenemos 2 economías con el mismo crecimiento balanceado (CB) pero con distintos niveles iniciales de k_0 (y de producto), la economía más pobre crecerá a una tasa mayor ("convergencia absoluta"). Si las economías tienen distintos CB (por ejemplo, por distinto s), sólo podemos decir que la economía que se encuentra más lejos de su propio CB crecerá más rápido. ("convergencia condicional")

En síntesis:

- Si todos con el mismo CB, diferencias de c/p entre países por distintas etapas en su transición, desaparecen.
- Tasa de rendimiento de k es inferior en países con más k/l, por lo que existen incentivos a que el k fluya desde los países ricos hacia los pobres propiciando la convergencia.
- Mayor inversión tiene retorno decreciente y reduce bienestar si requiere menos consumo en el largo plazo.
- En economías abiertas, menores y/l por inferiores tecnologías, pero interacción propicia el desplazamiento de éstas (rigideses y restricciones institucionales retardan este proceso pero no lo evitan).
- En el c/p la acumulación puede ser relevante para el crecimiento (k/y en Chile en los 80s y l/n en Chile post 1998) pero en el l/p sólo TFP explica crecmiento.
- Diferencias institucionales (¿por políticas distorsionadoras que impiden adopción de tecnología?) explican diferencias en ingreso per cápita entre países.

Problemas del modelo:

(A) s constante: ¿Por qué algunos países ahorran más que otros?

(B) No explica hecho 5 con idénticas tecnologías: Ejemplo USA - Chile. (nivel de PTF)

CASO 1: Misma función de producción (con α=0,3; δ=0.06; r_{us} = 0,05)

$$Y_j = \gamma K_j^{\alpha} L_j^{(1-\alpha)} \Rightarrow y_j = \gamma k_j^{\alpha}$$
$$r_j = \gamma\, \alpha\, k_j^{\alpha-1} - \delta$$

$$\Rightarrow k_{us} / k_{ch} = (y_{us} / y_{ch})^{1/\alpha} = 43{,}89$$
$$\Rightarrow r_{ch} = (r_{us} + \delta)\, (k_{us} / k_{ch})^{1-\alpha} - \delta = 1{,}49$$. Es decir, 149%!

CASO 2: Distinta tecnología entre países

Sistema de 4 incógnitas y 4 ecuaciones:

$$y_j = \gamma_j \, k_j^{0,3}$$

$$r_j = \gamma_j \, 0,3 \, k_j^{-0,7} - 0,06$$

para USA:

$$44.409 = \gamma_{usa} \, k_{usa}^{0,3}$$

$$0,05 = \gamma_{usa} \, 0,3 \, k_{usa}^{-0,7} - 0,06$$

para Chile:

$$14.281 = \gamma_{ch} \, k_{ch}^{0,3}$$

$$0,08 = \gamma_{ch} \, 0,3 \, k_{ch}^{-0,7} - 0,06$$

$\Rightarrow k_{us} = 123.358$, $\gamma_{us} = 1318,6$, $k_{ch} = 30.602$, $\gamma_{ch} = 644,2$

$\Rightarrow k_{us} / k_{ch} = 4,01$

(C) Enfasis en inversión pero, ¿más inversión o más eficiencia?

Supongamos $y_j = \gamma_j \, k_j^{0,3}$ y con $k/y = 2,5$ y $\delta=0,06$

Tasas de crecimiento proyectadas si:

	$\uparrow$A			
I/Y	1,5%	2,0%	2,5%	3,0%
20%	2,1	2,6	3,1	3,6
23%	2,6	3,1	3,6	4,1
26%	3,0	3,5	4,0	4,5
30%	3,4	3,9	4,4	4,9

(D) Contabilidad de crecimiento: crecimiento y cambios en PTF

Supongamos $\alpha = 0.3$ y $\delta = 0{,}06$

Tecnología: $Y_t = A_t K^{\alpha}_t L^{1-\alpha}_t$

$$\Rightarrow \quad \log\left(\frac{Y_t}{N_t}\right) = \frac{1}{1-\alpha}\log A_t + \frac{\alpha}{1-\alpha}\log\left(\frac{K_t}{Y_t}\right) + \log\left(\frac{L_t}{N_t}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\log\left(\frac{Y_{t+s}}{N_{t+s}}\right) - \log\left(\frac{Y_t}{N_t}\right)}{s} = \frac{1}{1-\alpha}\frac{\log A_{t+s} - \log A_t}{s} + \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\log\left(\frac{K_{t+s}}{Y_{t+s}}\right) - \log\left(\frac{K_t}{Y_t}\right)}{s} + \frac{\log\left(\frac{L_{t+s}}{N_{t+s}}\right) - \log\left(\frac{L_t}{N_t}\right)}{s}$$

Contabilidad de Crecimiento para Chile (%)

Periodo	Y/N	PTF	K/Y	L/N
1981-83	-10.93	-7.81	5.26	-8.38
1983-98	4.85	3.49	-0.37	1.73
1998-04	1.52	2.41	0.63	-1.52