

a)

Isocuanta de nivel  $q_0$ .

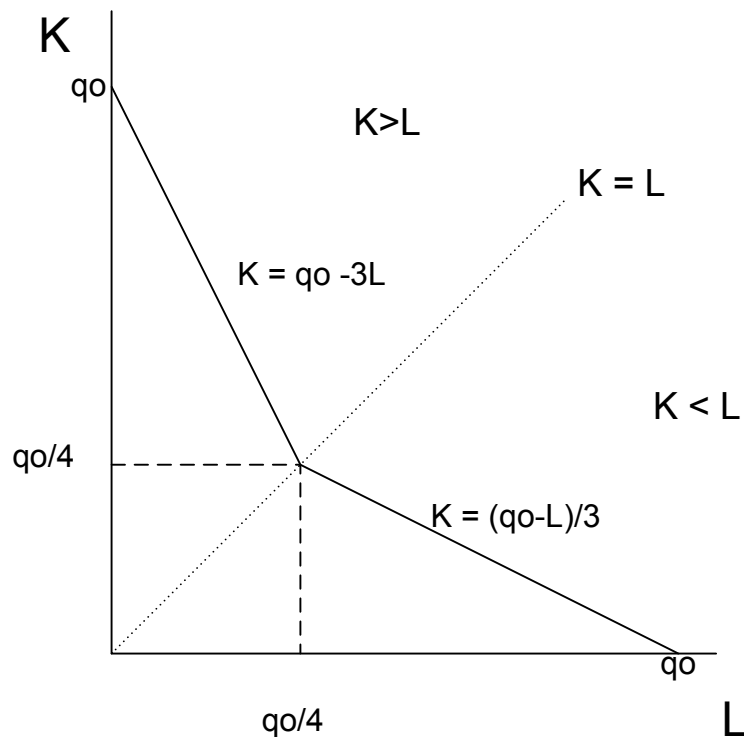
Veamos por casos:

Si  $K > L$  :  $q_0 = K + 3L \Rightarrow K = q_0 - 3L$

Si  $K < L$  :  $q_0 = L + 3K \Rightarrow k = (q_0 - L)/3$

Si  $K = L \Rightarrow q_0 = 4K = 4L$

Gráficamente:



b) El nivel de utilización de capital y trabajo depende de la relación de  $w$  y  $r$  de la siguiente manera:

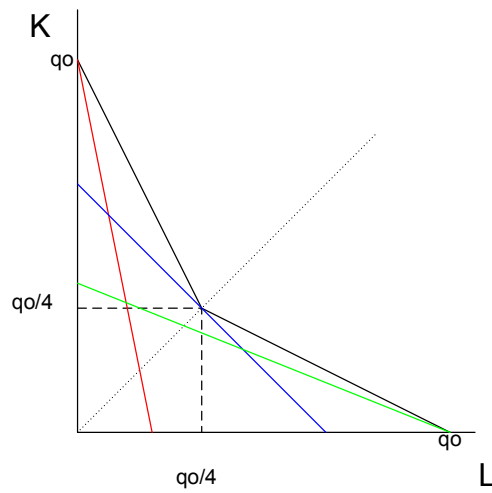
- Si  $w/r > 3$  (caso 1), se utilizará únicamente capital, la combinación de insumos para producir  $q$  unidades será  $(L, K) = (0, q)$ .

El costo de producción será por lo tanto  $C(q) = rq$

- Si  $3 \geq w/r \geq 1/3$ , se utilizará la combinación de insumos será  $(L, K) = (q/4, q/4)$  (en el caso de la igualdad hay infinitas combinaciones, pero en particular  $K = L$  es óptima).

El costo de producción será por lo tanto  $C(q) = (w + r)q/4$

- Si  $1/3 > w/r$ , se utilizará únicamente trabajo, la combinación de insumos para producir  $q$  unidades será  $(q, 0)$   
El costo de producción será por lo tanto  $C(q) = wq$ .

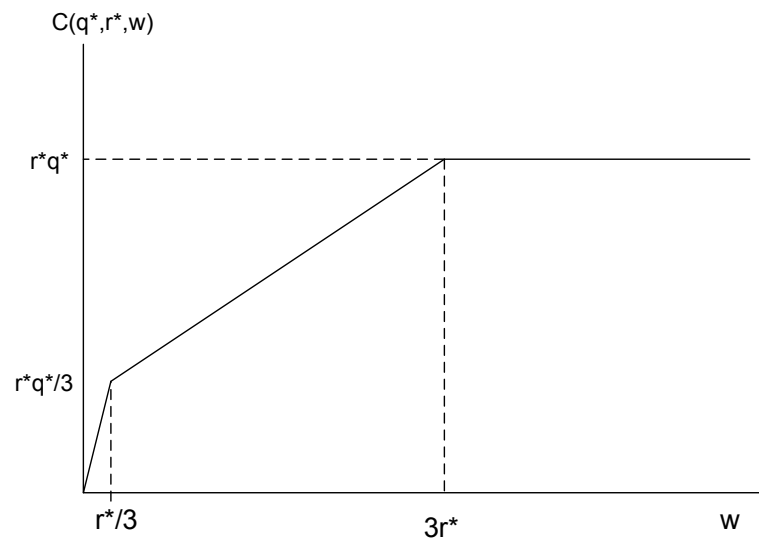


En rojo: caso 1  
En azul: caso 2  
En verde: caso 3

Por ende, el costo en función de

En resumen:

$$C(q^*, r^*, w) = \begin{cases} r^* q^* & 3 < w/r \\ (w + r^*)/4 & 1/3 \leq w/r \leq 3 \\ wq^* & w/r < 1/3 \end{cases}$$



El costo sube rápidamente con aumentos de  $w$  si es que la firma utiliza solo trabajo. Cuando el costo del trabajo es tal que la firma ha dejado de utilizar trabajo, claramente nuevos aumentos del trabajo no generan aumentos en el costo.

c) La firma tiene la restricción  $wL + r^*K = X$ , es decir, ahora no mantenemos el nivel de la isocuanta sino que el nivel de la isocostos.

También tenemos que hacer el análisis por tramos:

Caso 1:  $w/r > 3$

Se utiliza sólo capital, luego  $X = r^*K$ . Además  $q = K$ , por lo tanto  $X = r^*q$  de donde  $q = X/r^*$

Caso 2:  $1/3 \leq w/r \leq 3$

$X = rK + wL$  y  $q = 4K = 4L \Rightarrow L = K = q/4$   
 Por lo tanto  $X = rq/4 + wq/4 \Rightarrow q = (4X)/(w+r)$

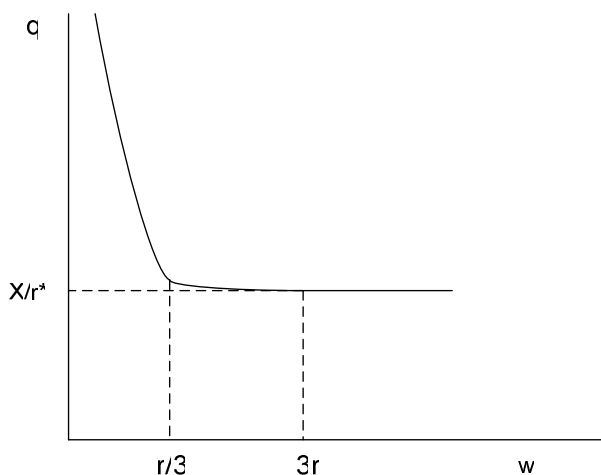
Caso 3:  $w/r < 1/3$

$X = wL$  y  $q = L \Rightarrow X = wq \Rightarrow q = X/w$

En resumen:

$$q(w, r^*, X) = \begin{cases} X / r^* & 3 < w / r \\ 4X / (w + r) & 1/3 \leq w / r \leq 3 \\ X / w & w / r < 1/3 \end{cases}$$

Gráficamente:



La producción cae fuertemente mientras no sustituyamos trabajo por capital.  
Después que hemos sustituido todo el capital por trabajo ( $w > 3r$ ), los aumentos de  $w$  no afectan el nivel de producción