

Pauta Ejercicio 3

19th May 2006

Considere una plataforma de longitud L_0 , que se desplaza con velocidad $u = \frac{3c}{5}$. Desde el extremo posterior de la plataforma en movimiento se emite una señal luminosa (suceso A) que viaja en la dirección de movimiento de la plataforma. La señal llega a la parte anterior de la plataforma (suceso B) y es reflejada por un espejo retornando a la parte posterior de ella (suceso C). Determine las coordenadas tiempo-espacio (ct, x) de los sucesos A, B, C en los sistemas tierra y plataforma. Grafique la línea de universo de la señal luminosa en el diagrama espacio-tiempo en ambos sistemas.

Solución:

En el sistema de la plataforma (S') tenemos que:

- A: al momento de la emisión: $(ct'_a, x'_a) = (0, 0)$
- B: Como L_0 es el largo propio de la plataforma, la luz se demora un tiempo $t_b = \frac{L_0}{c}$ en llegar de un extremo a otro, ya que la luz se mueve en todos los sistemas con rapidez c . Así $(ct'_b, x'_b) = (L_0, L_0)$
- C: para la vuelta tendremos que como estamos en reposo con respecto a la plataforma el tiempo empleado por el haz en volver al origen será el mismo que uso en la ida, así $(ct'_c, x'_c) = (2L_0, 0)$

Ahora, en tierra (S), tendremos que usar las transformaciones de Lorentz para cada punto. Como los datos los tenemos en S' usamos que:

$$x = \gamma(x' + ut')$$

$$t = \gamma(t' + \frac{ux'}{c^2})$$

Entonces:

$$\text{- A: } (ct_a, x_a) = \gamma(0, 0) = (0, 0)$$

$$\text{- B: } (ct_b, x_b)$$

transformamos primero el tiempo:

$$t_b = \gamma(t'_b + \frac{ux'_b}{c^2}) = \gamma(\frac{L_0}{c} + u\frac{L_0}{c^2})$$

$$\text{como en este caso } \frac{u}{c} = \frac{3}{5} \rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{9}{25}}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$$

así

$$ct_b = \frac{5}{4}(L_0 + \frac{3}{5}L_0) = \frac{5}{4}(1 + \frac{3}{5})L_0 = 2L_0$$

analogamente, si transformamos x obtenemos:

$$x_b = \gamma(x'_b + ut'_b) = \frac{5}{4}(L_0 + \frac{3}{5}L_0) = 2L_0$$

finalmente obtenemos que:

$$(ct_b, x_b) = (2L_0, 2L_0)$$

- C: transformamos igual que en B pero con los valores correspondientes y obtenemos:

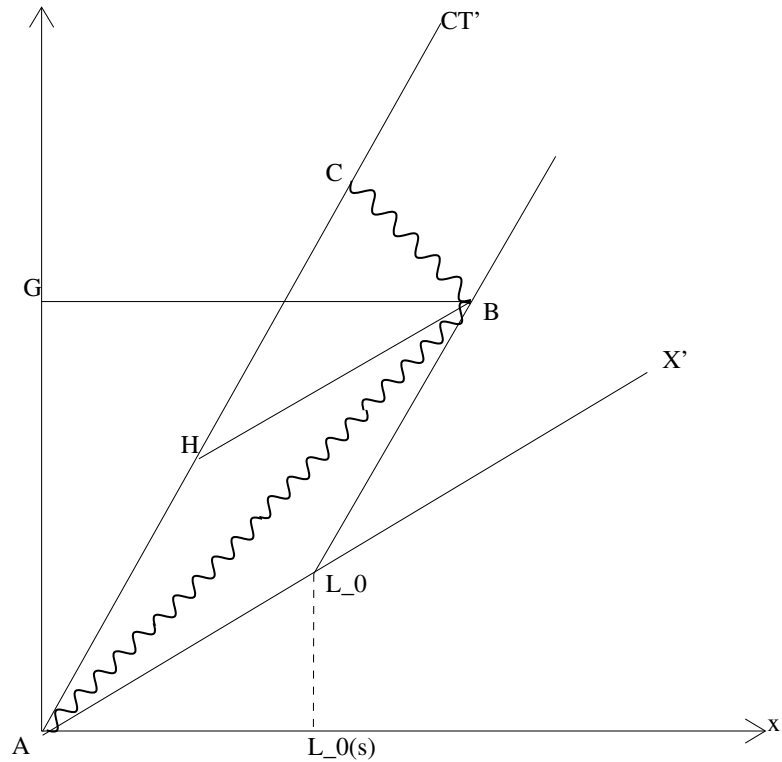
$$ct_c = \gamma(ct'_c + \frac{ux'_c}{c}) = \gamma(2L_0) = \frac{5}{2}L_0$$

$$x_c = \gamma(x'_c + ut'_c) = \frac{5}{4}(\frac{3}{5}2L_0) = \frac{3}{2}L_0$$

$$\Rightarrow (ct_c, x_c) = (\frac{5}{2}L_0, \frac{3}{2}L_0)$$

Entonces el diagrama espacio-tiempo queda:

CT



Recuerden, los haces de luz siempre son en 45° y la simultaneidad es con respecto a cada sistema, y lo encontramos trazando líneas paralelas a cada eje (L_0 es simultáneo a A en S' , así también B es simultáneo con H en este sistema pero B es simultáneo a G en S).