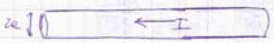
Ejercicios: Clase 22/06/06

P1



Calcular la inductancia propia

Aplicando Ley de Ampère para una trayectoria de radio $r < a$.

$$\int H\,dl = I_r \Rightarrow 2\pi r H = J\pi r^2 \qquad \text{Como } I = J\pi a^2$$

$$\Rightarrow \boxed{H = \frac{I}{2\pi a^2}\, r\hat{\theta}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2}\, r\hat{\theta}$$

$\Rightarrow$ Flujo enlazado por superficie de largo unitario definido por plano de radio r a radio a

$$\phi_r = \iint \vec{B}\cdot d\vec{S} = \iint \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2}\, r\hat{\theta} \cdot dr\,dz\,\hat{\theta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2}\left(a^2 - r^2\right)$$

Debemos obtener el valor medio de las contribuciones de todos los dI

$$\phi_T = \frac{1}{\pi a^2} \iint \phi_r\, dS = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a\!\!\int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2}\left(a^2 - r^2\right) r\,d\theta\,dr \qquad \text{/ relación de prop.}$$

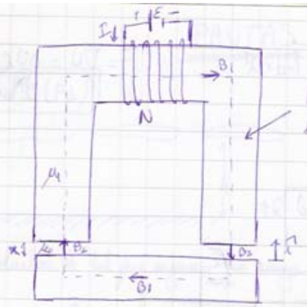
$$= \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a \frac{\mu_0 I\, \cancel{2\pi}}{\cancel{4\pi}_{2}\, a^2}\left(a^2 - r^2\right) r\,dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^4}\left[\int_0^a a^2 r\,dr - \int_0^a r^3\,dr\right]$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a^4}\left[a^2 \frac{r^2}{2}\Big|_0^a - \frac{r^4}{4}\Big|_0^a\right] = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^4}\left[\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4}\right]$$

$$= \frac{\mu_0 I \cancel{a^4}}{8\pi \cancel{a^4}}$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{\phi_T}{I} = \frac{\mu_0}{8\pi}}$$

P2



Material ferromagnético de sección cuadrada S

¿Fuerza sobre la barra?

Solución

Suponemos B cte en el material. Tenemos campo en el material (B_1) y en el entrehierro (B_2)

Usando la Ley de Ampère

$$\frac{B_1}{\mu_1} l_1 + \frac{B_2}{\mu_0} 2x = I_{\text{total enlazado}}$$

$l_1 \rightarrow$ largo del material ferromagnético

Si $\mu_1 >> \mu_0$ (así es en la práctica)

$$\Rightarrow \boxed{B_2 \approx \frac{\mu_0 N I}{2x}}$$

La variación de energía es dU donde $U = \iiint \frac{1}{2}\vec{B}\vec{H}\,dV$

Esta variación de energía sucede en AMBOS entrehierros.

$$\Rightarrow dU = 2\,\frac{1}{2}\vec{B}\vec{H} S\,dx$$

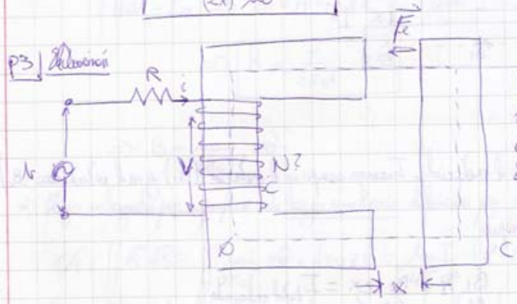
Como $H = \frac{B}{\mu_0} \Rightarrow dU = \frac{B^2}{\mu_0} S\,dx$

Ahora bien $-\vec{F}\,\vec{dl} = dU$ con $\vec{dl} = dx\,\hat{i}$ $\quad F = \nabla U = \frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}$ (0, 0)

$$\Rightarrow F = -\frac{B^2}{\mu_0} S\,\hat{i}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = -\frac{(\mu_0 N I)^2}{(2x)^2 \mu_0} S\,\hat{i}}$$

P3 | Solución



Voltaje sinusoidal de 100 Vrms y frecuencia 60 Hz es entregado al loop. El area de cada polo es $6{,}5 \times 10^{-4}$ m

N para f de 4,5 [N]?

La energía del sistema es $U = \frac{1}{2} L i^2$

$$\Rightarrow F_e = -\frac{\partial U(i,x)}{\partial x} = -\frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2x}$$

y voltaje aplicado es $v = \hat{V}\cos(\omega t)$ $\quad \boxed{\text{con } \hat{V} = \sqrt{2}V = \sqrt{2}\,100}$

Ahora bien $V = L\frac{di}{dt} \Rightarrow i = \frac{\hat{V}}{\omega L}\operatorname{sen}(\omega t)$

$$\Rightarrow F_e = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{2} L \frac{\hat{V}^2}{\omega^2 L^2}\operatorname{sen}^2(\omega t)\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{2}\frac{\hat{V}^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)}{\omega^2 \mu_0 N^2 A} 2x\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{F_e = \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{\hat{V}^2}{\omega^2 N^2 \mu_0 A}\operatorname{sen}^2 \omega t}$$

$\boxed{\text{con } V(\text{RMS})}$

Tomo valor medio y despejo $\langle F_e t \rangle = -\frac{\hat{V}^2}{\omega^2 N^2 \mu_0 A}\langle \operatorname{sen}^2 \omega t \rangle$