Escuela de Ingeniería Universidad de Chile

FI33A ELECTROMAGNETISMO
Clase 11
Corriente Eléctrica-I

LUIS S. VARGAS
Area de Energía
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

INDICE

- Medios materiales en equilibrio electrostático
- El equilibrio dinámico de las corrientes
- Definición de corrientes
- Vector densidad de corriente

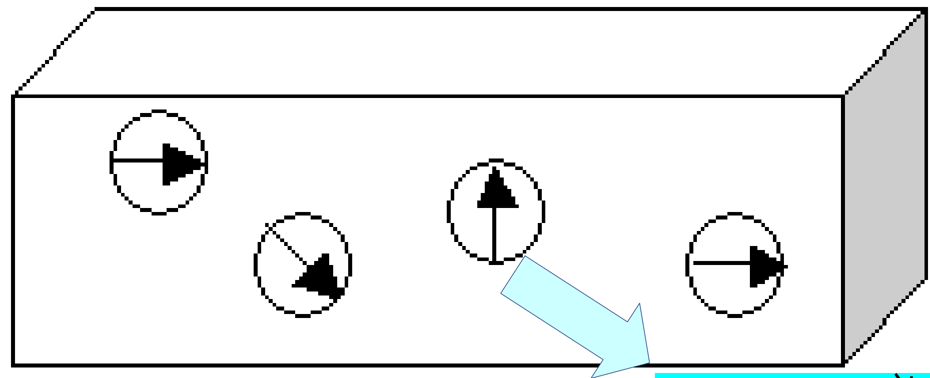
Escuela de
Ingeniería
Universidad
de Chile

Medios materiales en electrostática

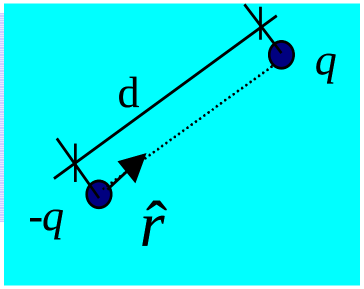
Dieléctricos

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$



$$\vec{p} = q d \hat{r}$$



Los medios se componen de dipolos que pueden girar en torno a su posición de equilibrio, pero no se desplazan.

Escuela de Ingeniería Universidad de Chile

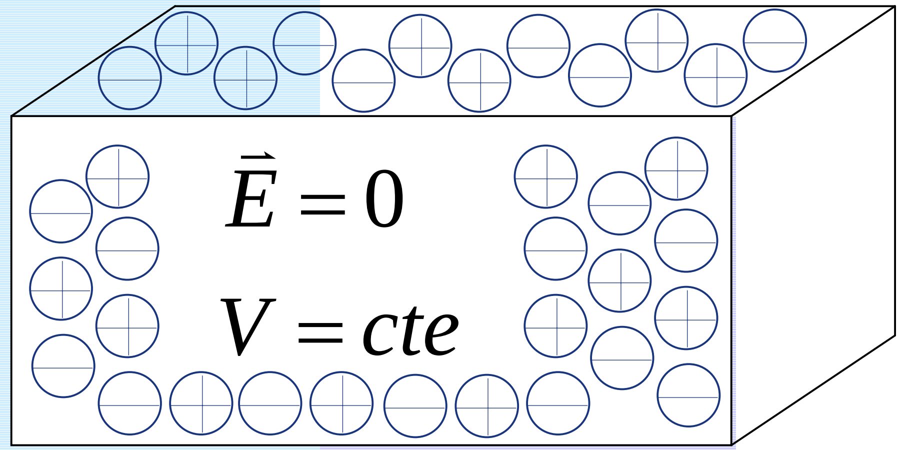
Medios materiales en electrostática

Conductores

- Sólo tiene distribución superficial
- no hay polarización.

$$\vec{E} = 0$$

$$V = cte$$

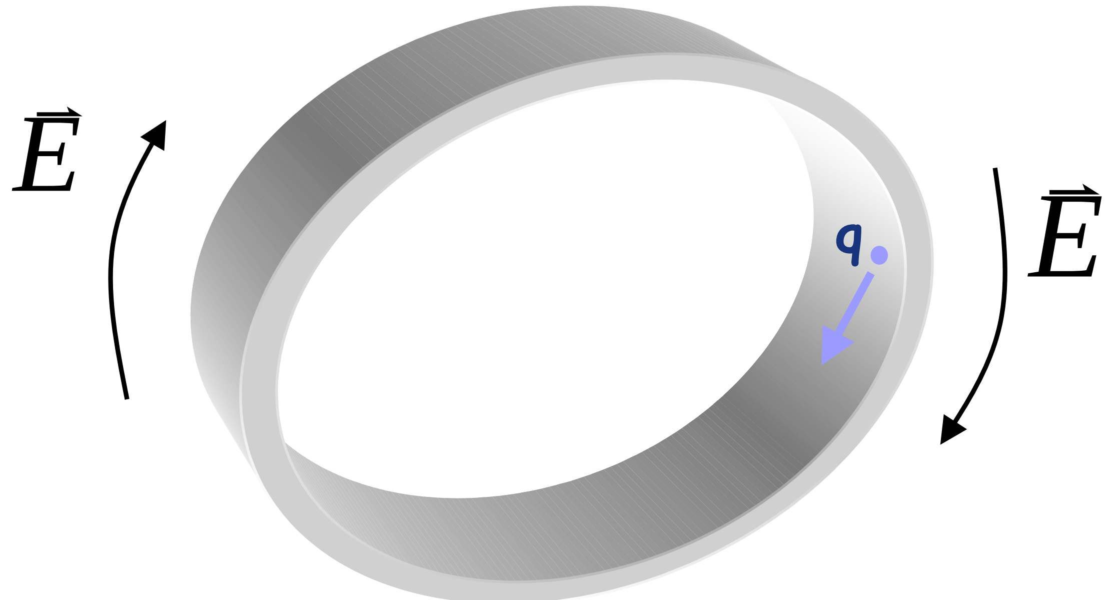


Los conductores poseen abundantes cargas (positivas y negativas) que pueden moverse libremente en presencia de un campo eléctrico

Equilibrio Dinámico

$$\vec{F} = q \bullet \vec{E}$$

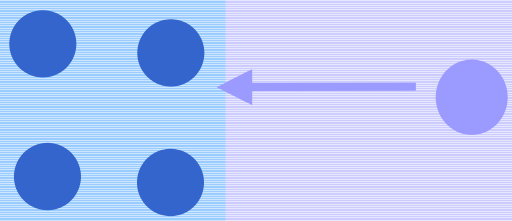
$$m\vec{a} = q \bullet \vec{E}$$



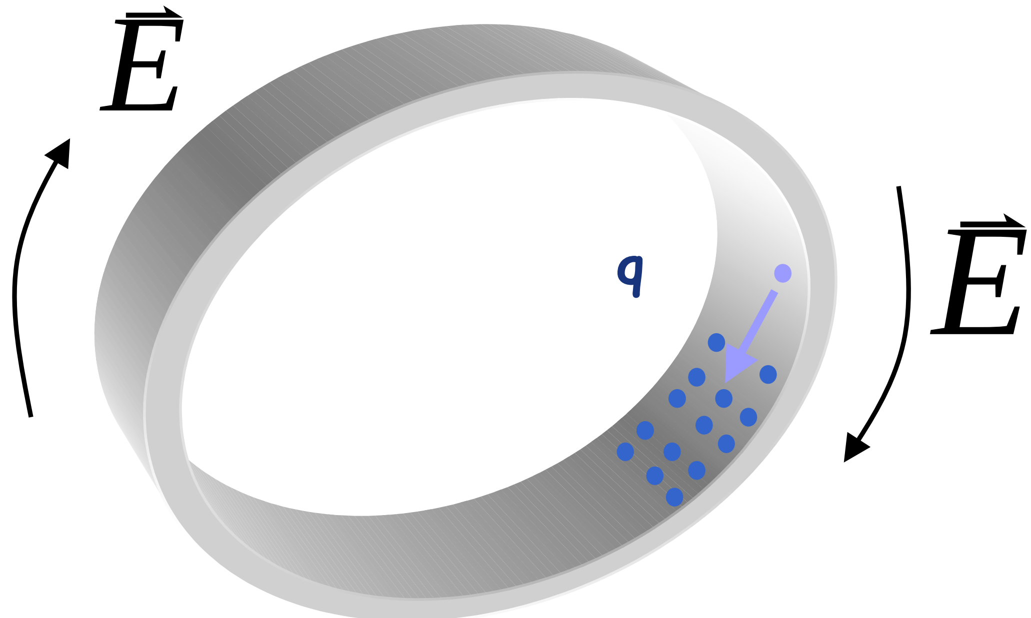
Si se mantiene campo las cargas se acelerarían indefinidamente

Equilibrio Dinámico

PERO: Existen colisiones entre las cargas y la estructura del medio material

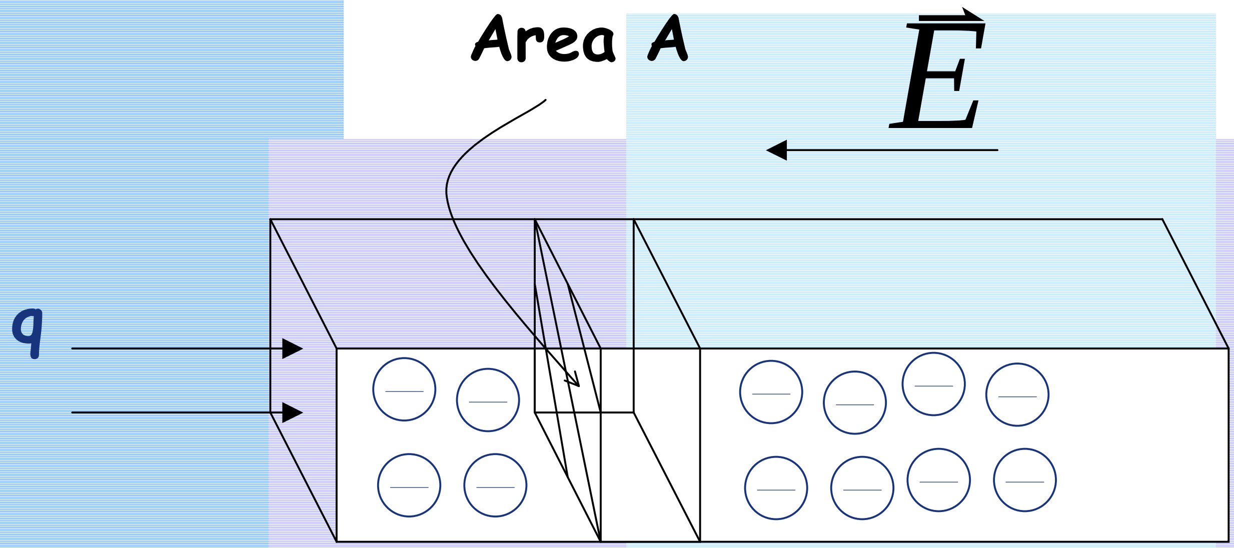


Colisiones

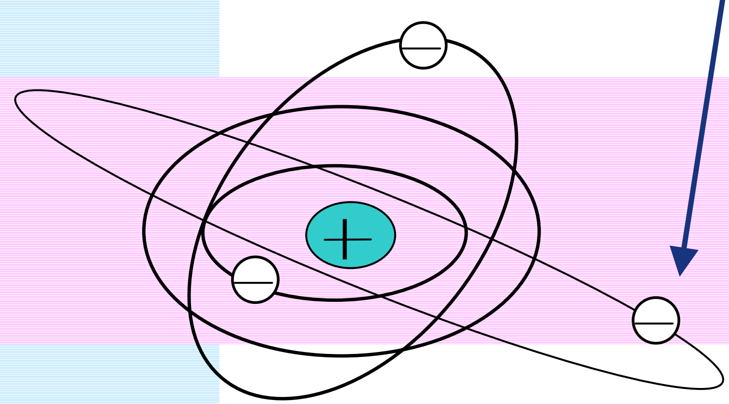


Equilibrio dinámico ⇒ Velocidad constante

Definición de Corriente

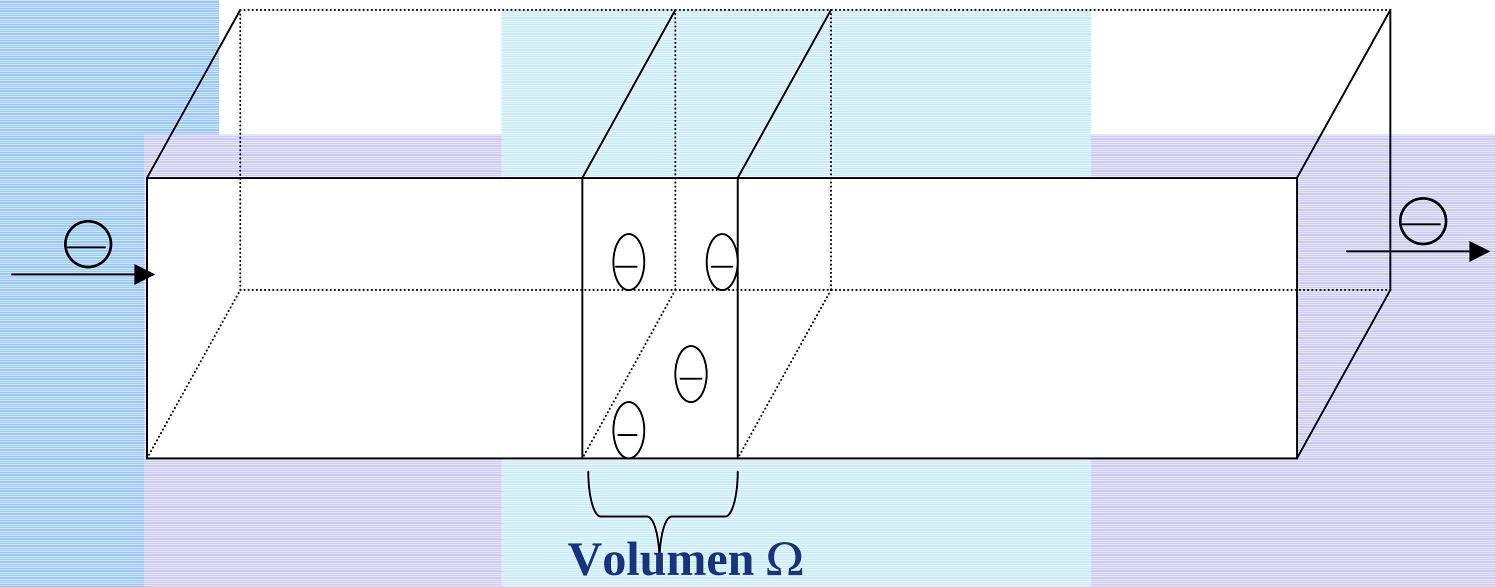


electrones de conducción o electrones libres



$$I = \frac{dQ}{dt}\left[C/seg\right] = [A]$$

Definición de Corriente



Carga neta por unidad de volumen nula

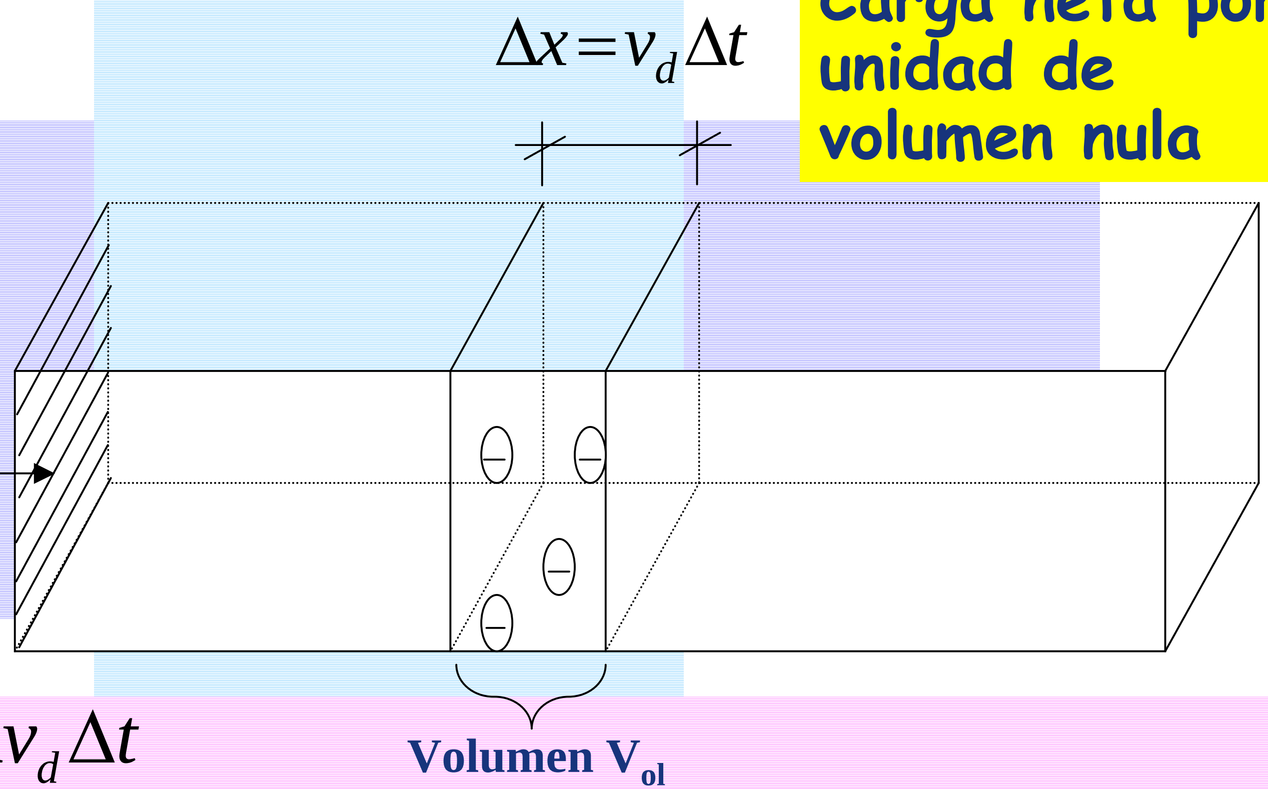
$$\iiint_{\Omega} \rho_e dv + \iiint_{\Omega} \rho_R dv = 0$$

Definición de Corriente

Carga neta por unidad de volumen nula

$$\Delta Q = qnV_{ol}$$

$$\Delta Q = qnAv_d\Delta t$$

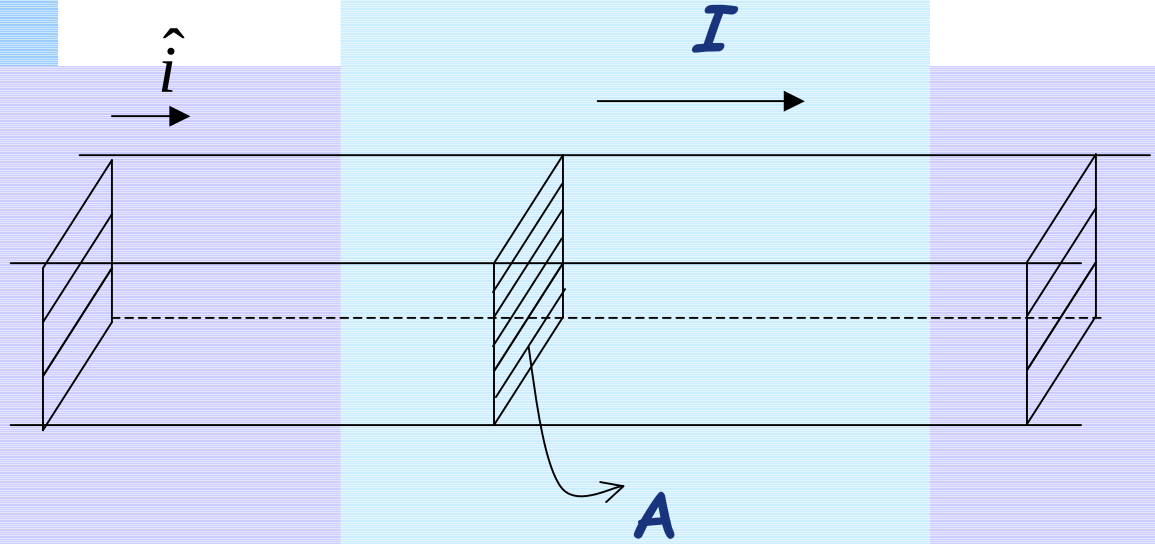


$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{qnAv_d\Delta t}{\Delta t}$$

$$\therefore I = qnAv_d\,[A] \quad (5.5)$$

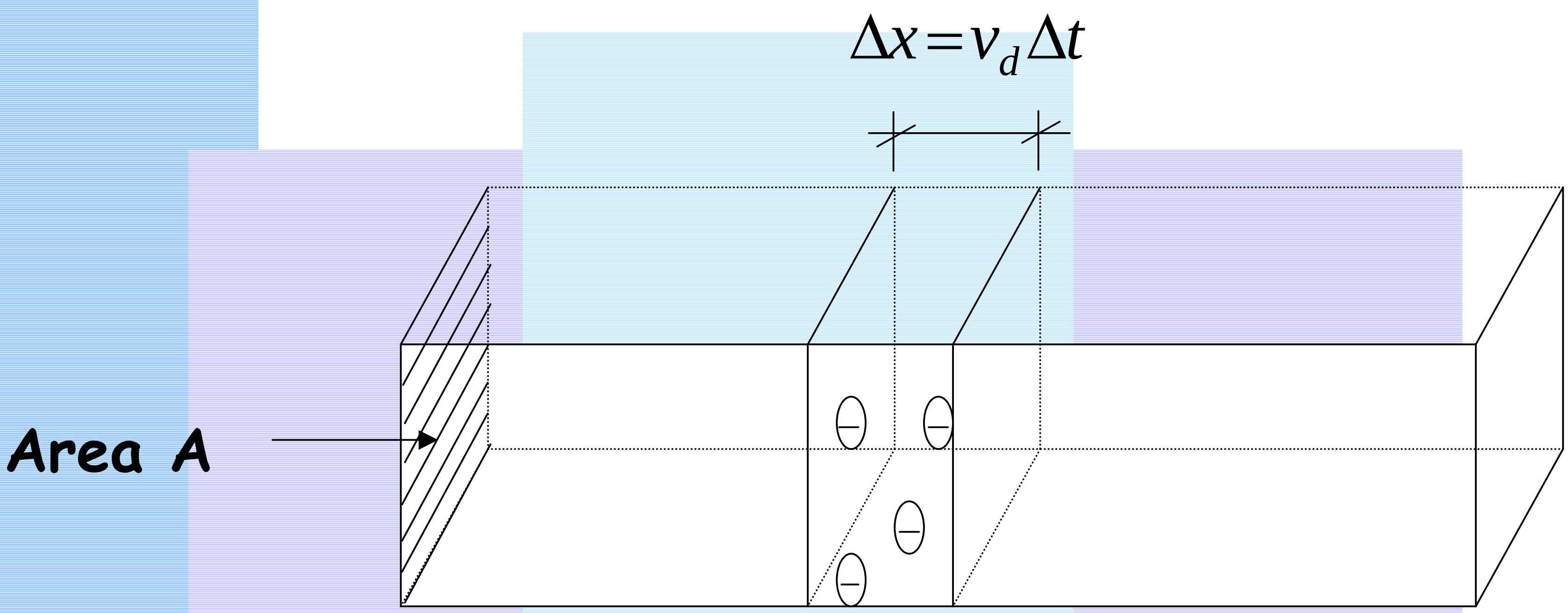
$$\Rightarrow I = -enAv_d\,[A]$$

Densidad de Corriente



Vector densidad de corriente $\vec{J} = \frac{I}{A}\hat{i}\left[A/m^2\right]$

Densidad de Corriente

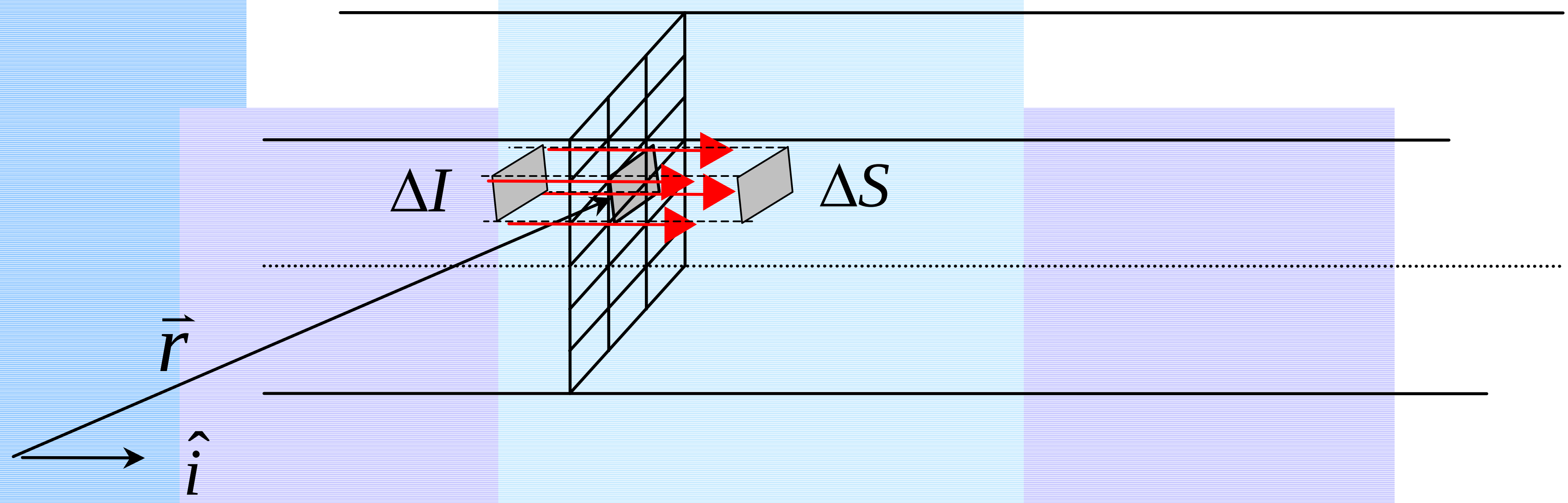


$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{qnAv_d \Delta t}{\Delta t}$$

$$I = qnAv_d \,[A]$$

$$\vec{J} = \frac{I}{A}\hat{i} = qnv_d\hat{i}$$

Densidad de Corriente

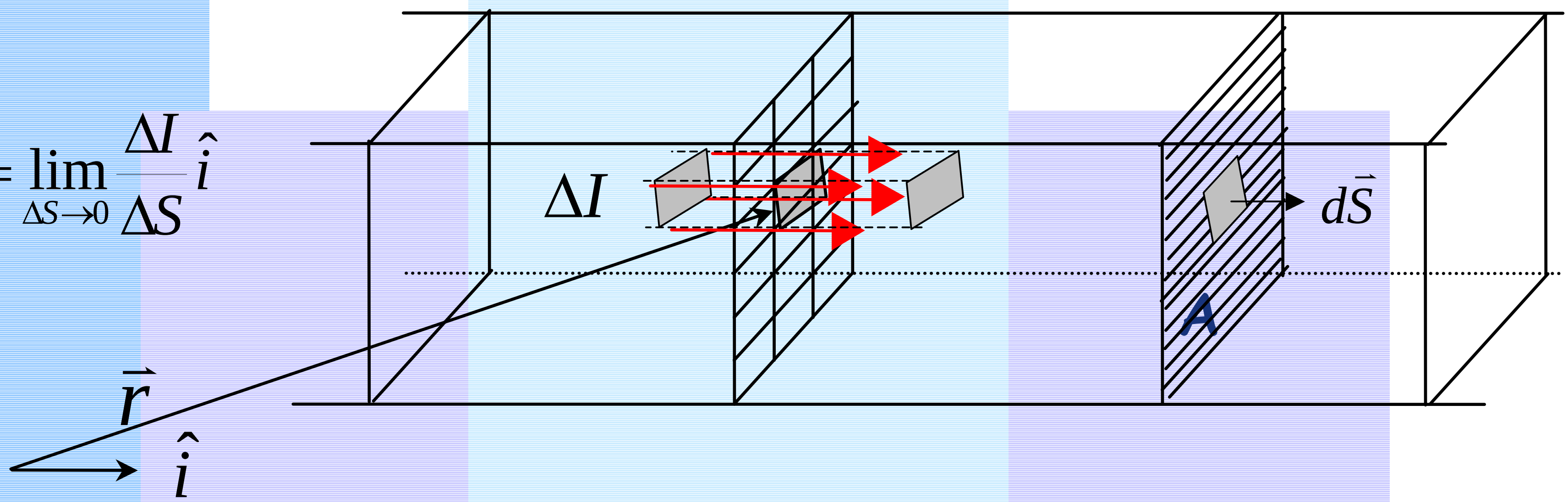


Vector densidad de corriente

$$\vec{J}(\vec{r}) = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta I}{\Delta S}\hat{i}$$

Densidad de Corriente

$$\vec{J}(\vec{r}) = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta I}{\Delta S}\,\hat{i}$$

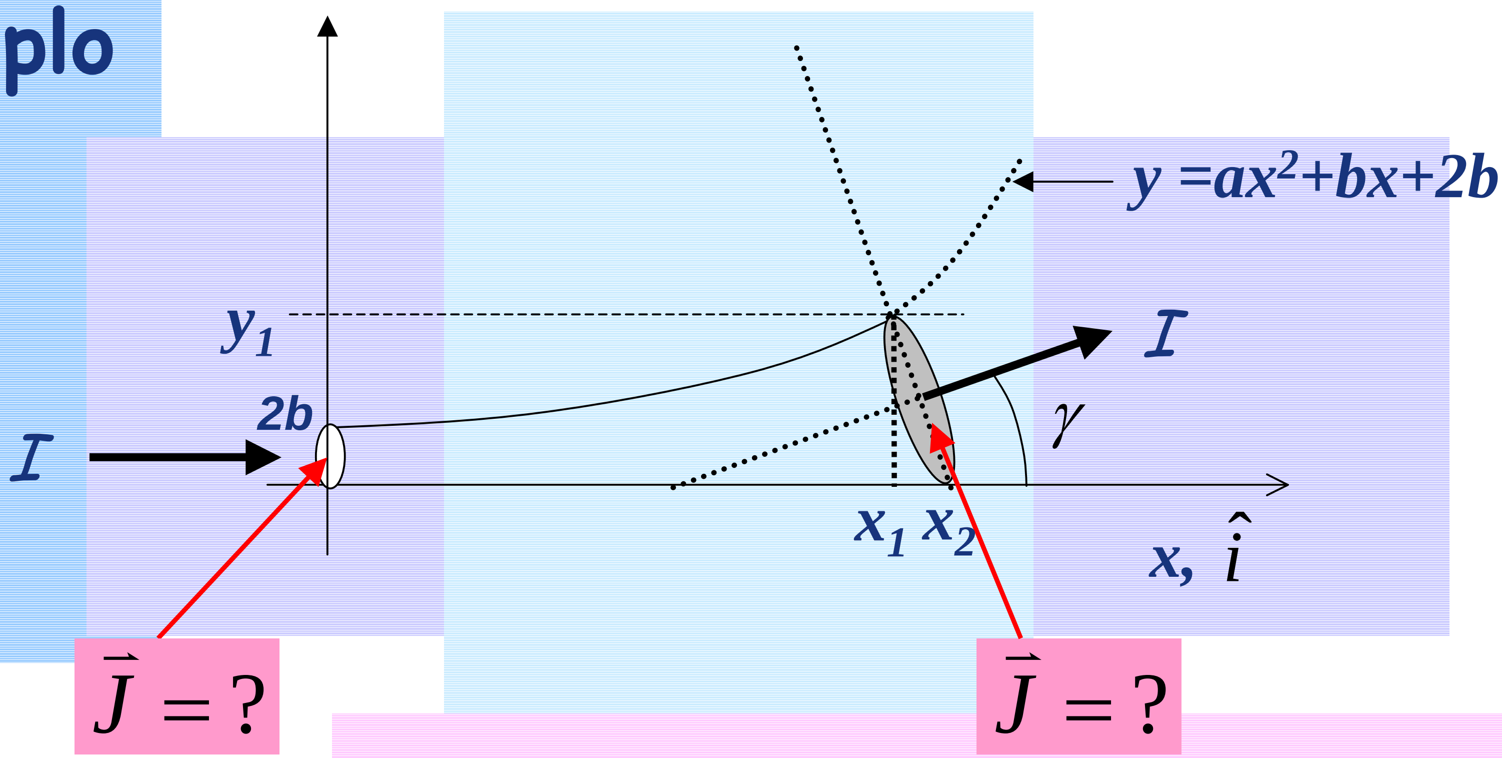


Corriente a través de A

$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

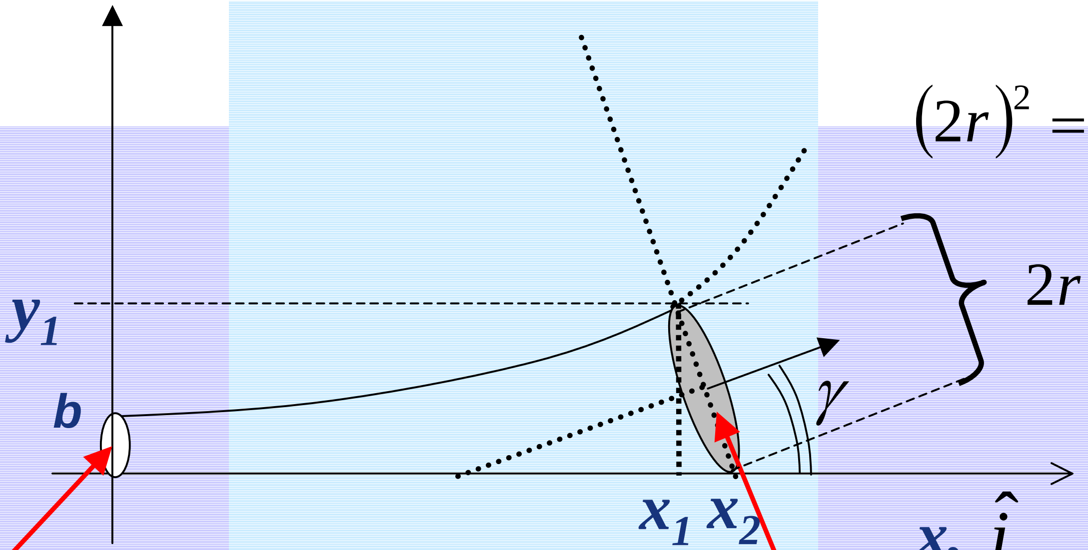
Densidad de Corriente

Ejemplo



Densidad de Corriente

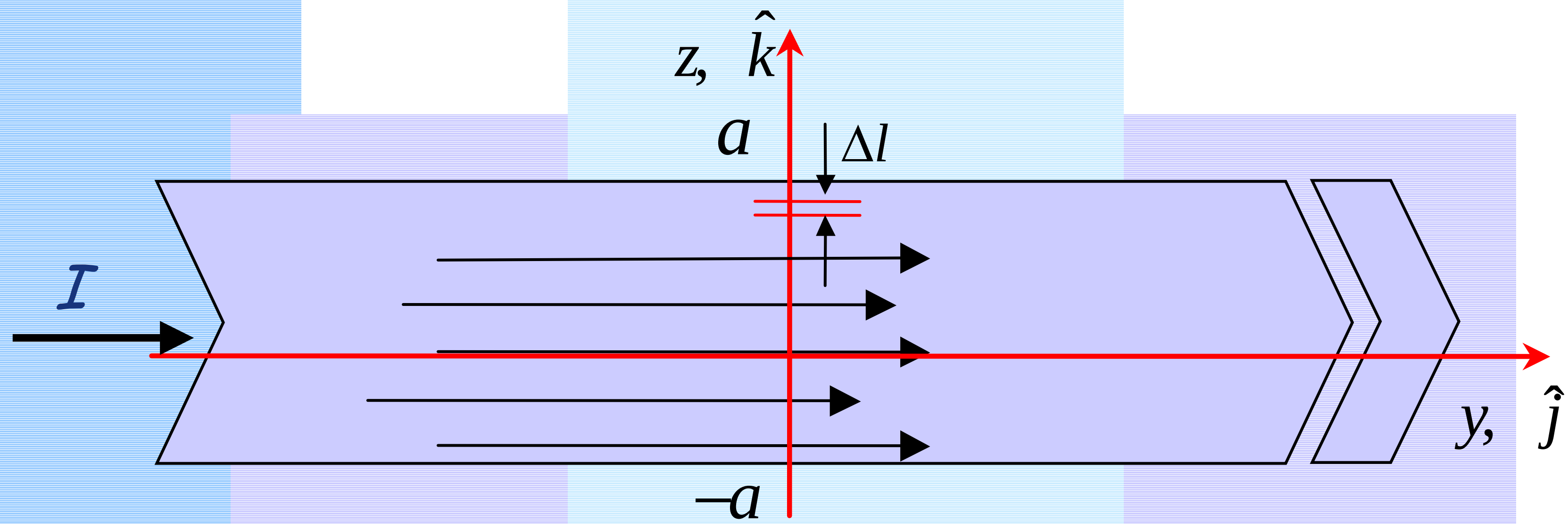
$$(2r)^2 = y_1^2 + (x_2 - x_1)^2$$



$$\vec{J} = \frac{I}{\pi b^2}\hat{i}$$

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi r^2}(\cos\gamma\,\hat{i} + \sin\gamma\,\hat{j})$$

Densidad de Corriente Superficial



Sólo hay corriente en el plano *y-z*

Vector densidad de corriente superficial

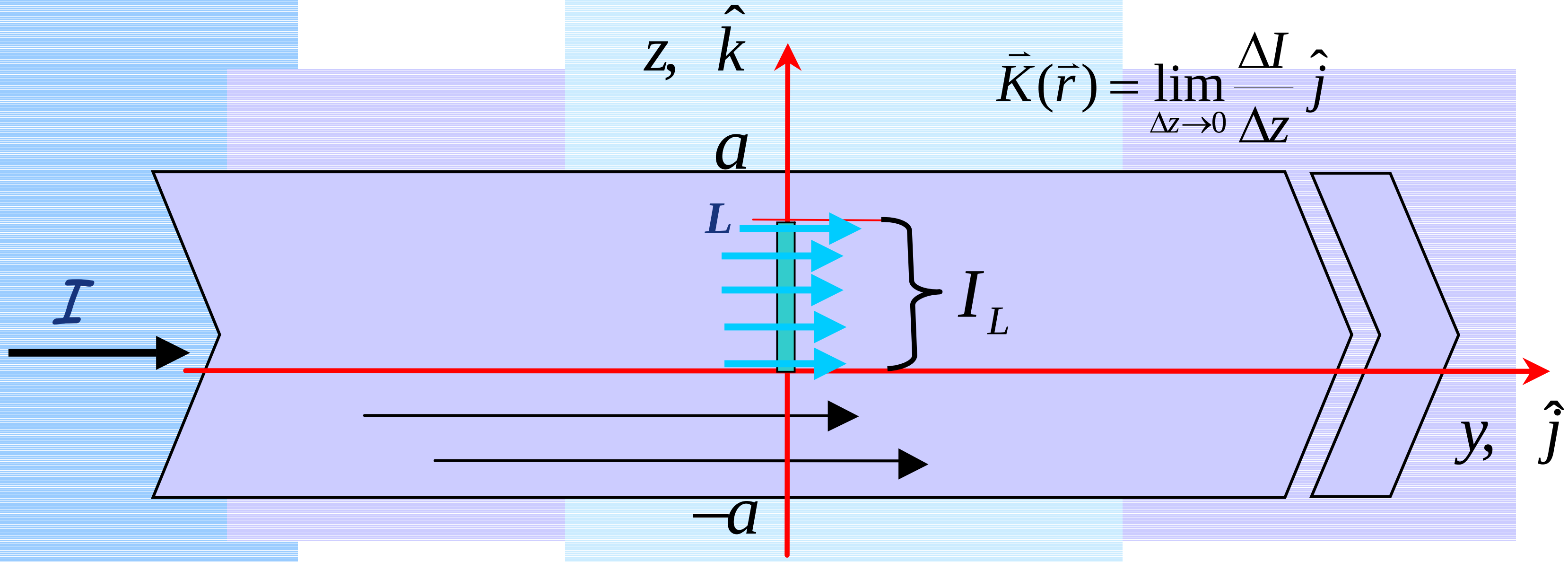
$$\vec{K}(\vec{r}) = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{\Delta I}{\Delta z} \hat{j}$$

Escuela de Ingeniería Universidad de Chile

Densidad de Corriente Superficial

Sólo hay corriente en el plano *y-z*

$$\vec{K}(\vec{r}) = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{\Delta I}{\Delta z}\,\hat{j}$$



Corriente atravesando longitud L del plano

$$I_L = \int_0^L \vec{K} \bullet \hat{j}\, dl$$

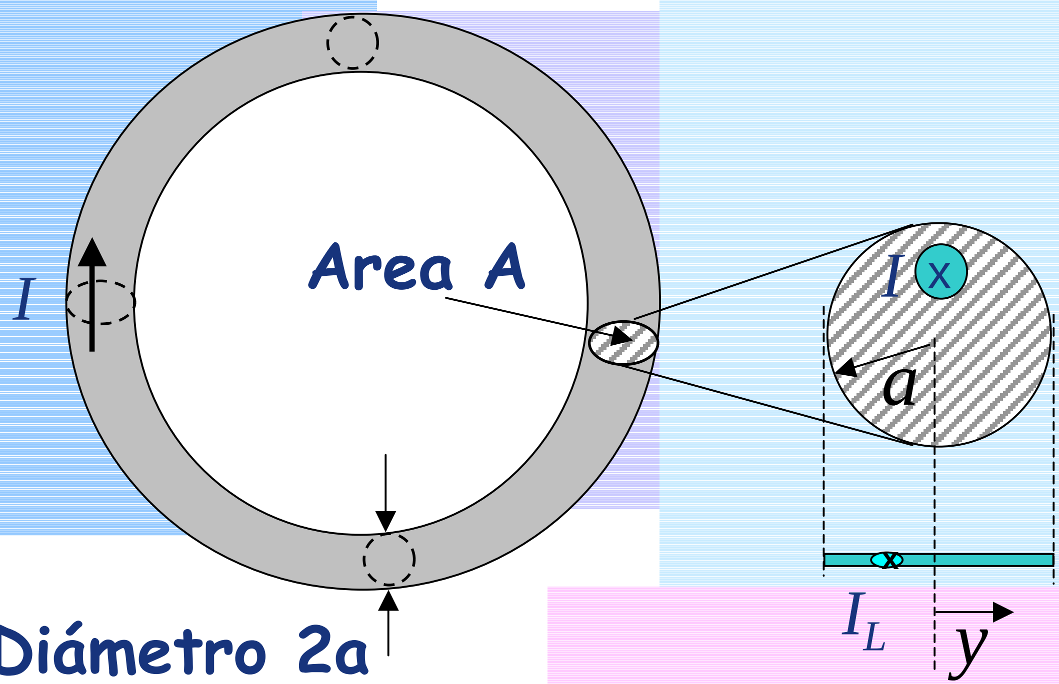
Escuela de Ingeniería Universidad de Chile

Densidad de Corriente Superficial

Ejemplo

Corriente atravesando plano A

$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{S}$$



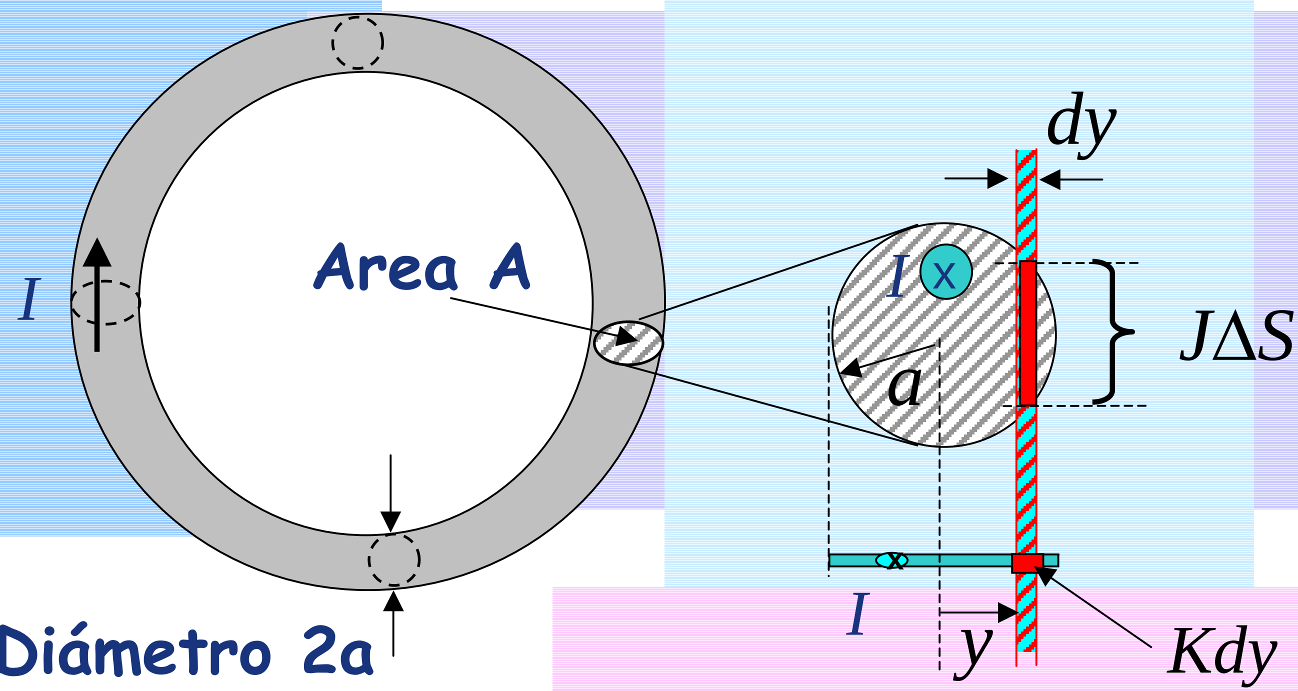
Encontrar K tal que cumple $I = I_L$

Corriente atravesando línea 2a

$$I_L = 2\int_0^a \vec{K} \bullet \hat{j}\, dy$$

Densidad de Corriente Superficial

Ejemplo

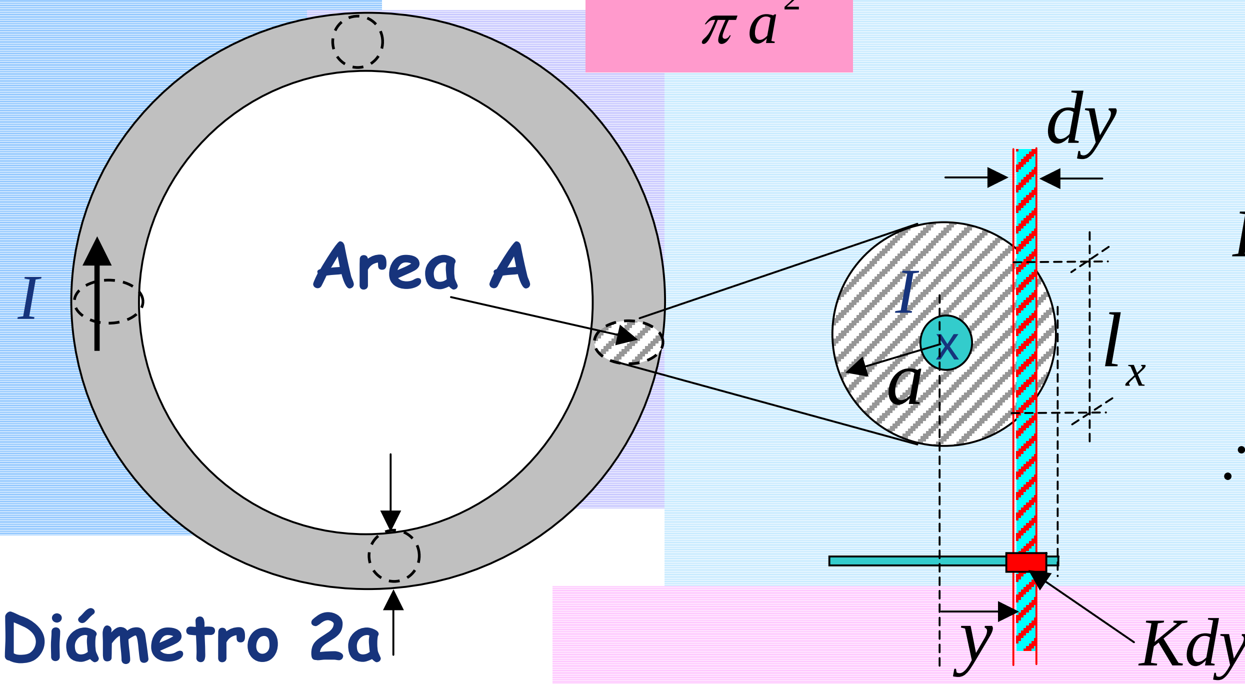


Condición de equivalencia $Kdy = J\Delta S$

Densidad de Corriente Superficial

Ejemplo

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi a^2}\,\hat{i}$$



$$Kdy = J l_x dy$$

$$l_x = 2\sqrt{a^2 - y^2}$$

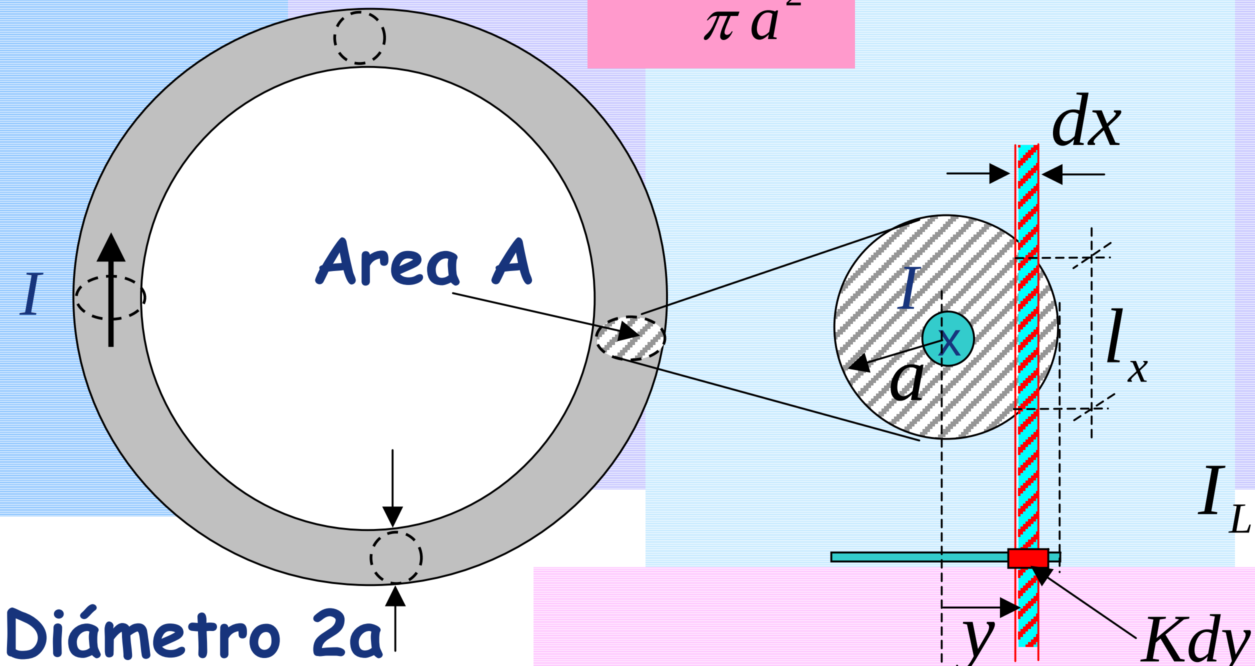
$$Kdy = \frac{I}{\pi a^2}\, 2\sqrt{a^2 - y^2}\, dy$$

$$\therefore \quad K = \frac{2I\sqrt{a^2 - y^2}}{\pi a^2}$$

Densidad de Corriente Superficial

Ejemplo

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi a^2}\hat{i}$$



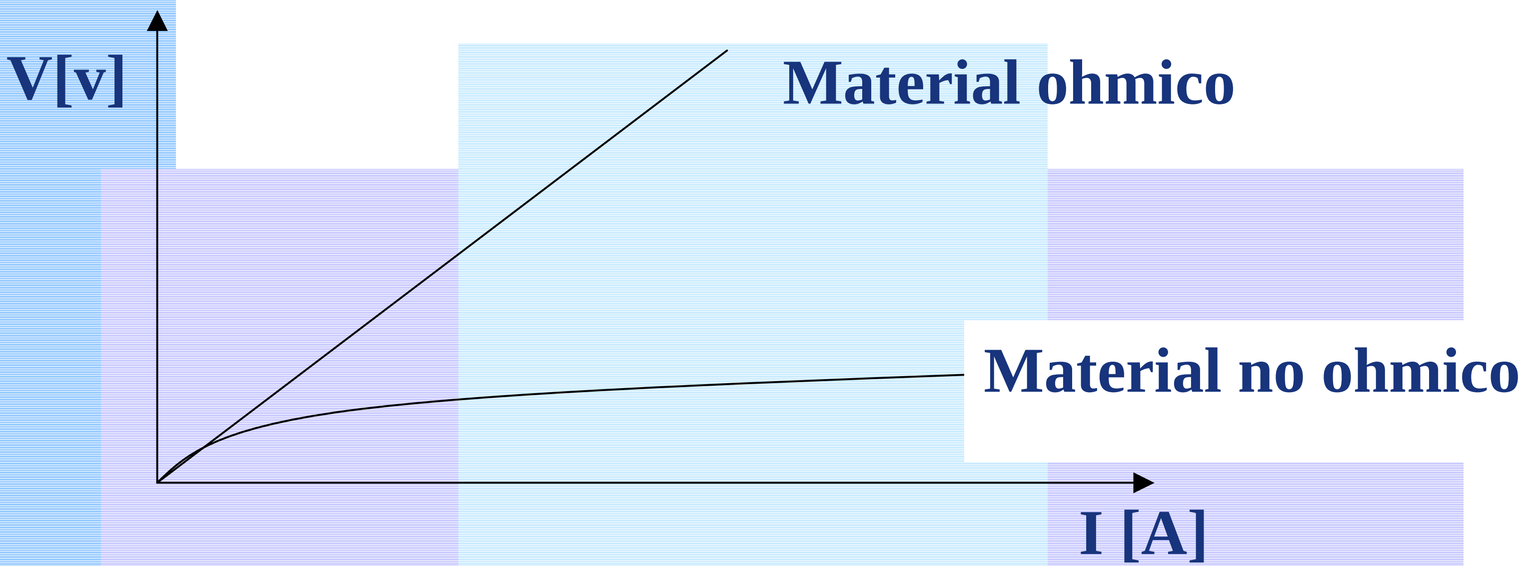
$$\vec{K} = \frac{2I\sqrt{a^2 - y^2}}{\pi a^2}\hat{j}$$

$$I_L = 2\int_0^a \vec{K} \bullet \hat{j}\, dy$$

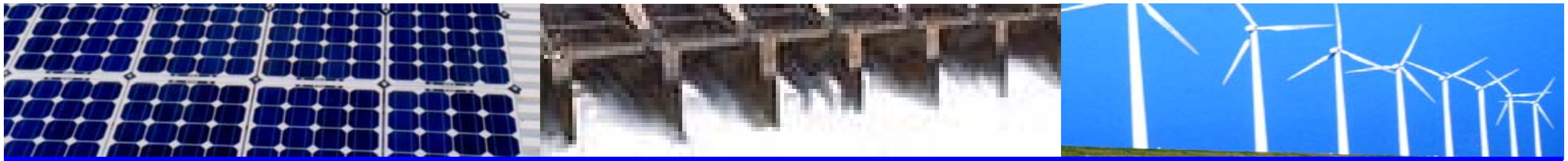
$$I_L = \frac{4I}{\pi a^2}\int_0^a \sqrt{a^2 - y^2}\, dy$$

$$I_L = \frac{4I}{\pi a^2}\left[\frac{1}{2}y(a^2 - y^2)^{1/2} + \frac{a^2}{2}\arcsin(y/a)\right]_{y=0}^{y=a} \Rightarrow I_L = I$$

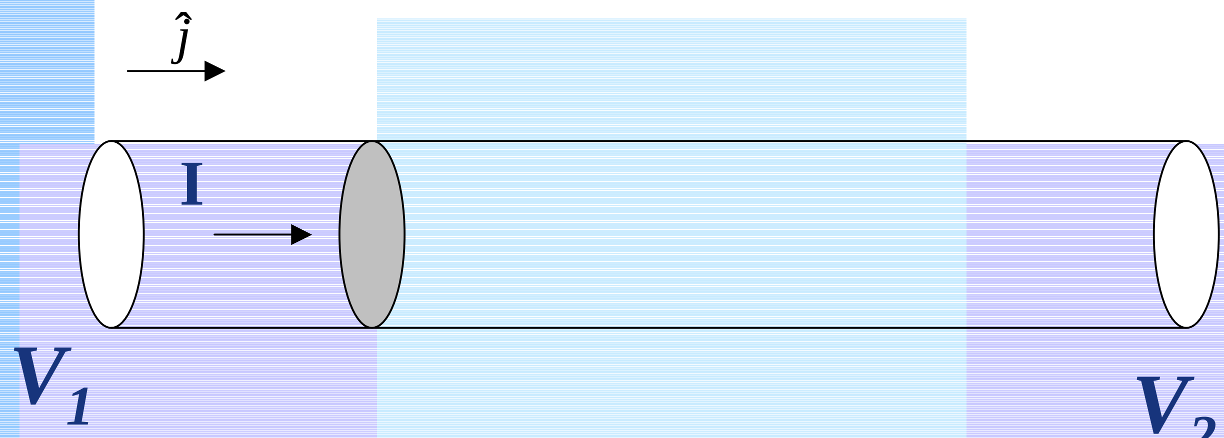
Ley de Ohm



$$\vec{J} = g\,\vec{E} \quad \Rightarrow \Delta V = RI \qquad R = \rho \times \frac{l}{S}$$



Ley de Ohm

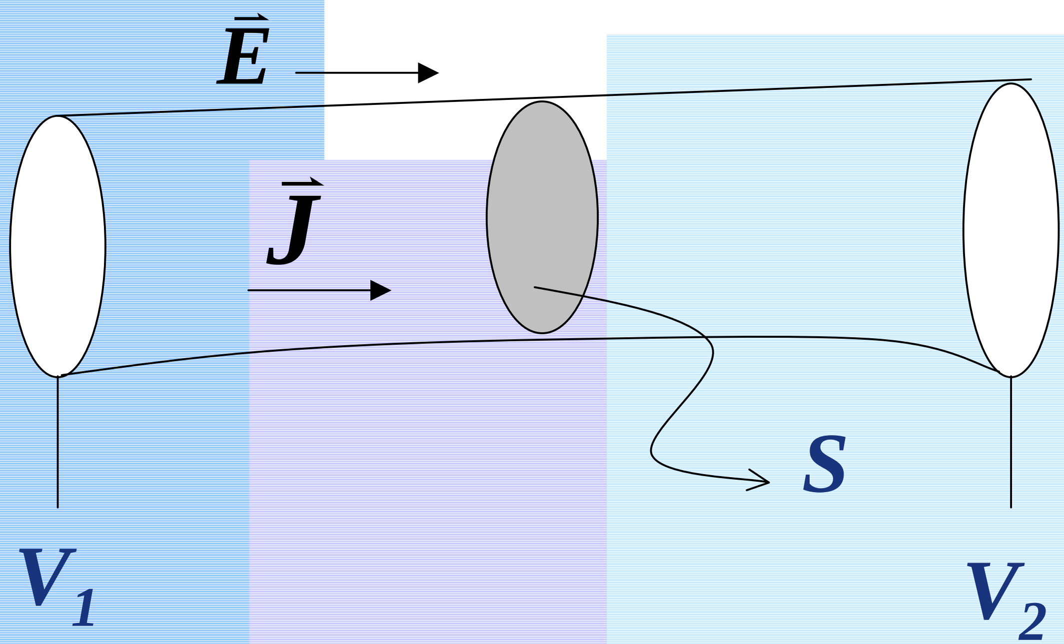


$$\Delta V = V_1 - V_2$$

$$\vec{J} = g\,\vec{E} \quad \Rightarrow \Delta V = RI$$

Ley de OHM

Ley de Ohm



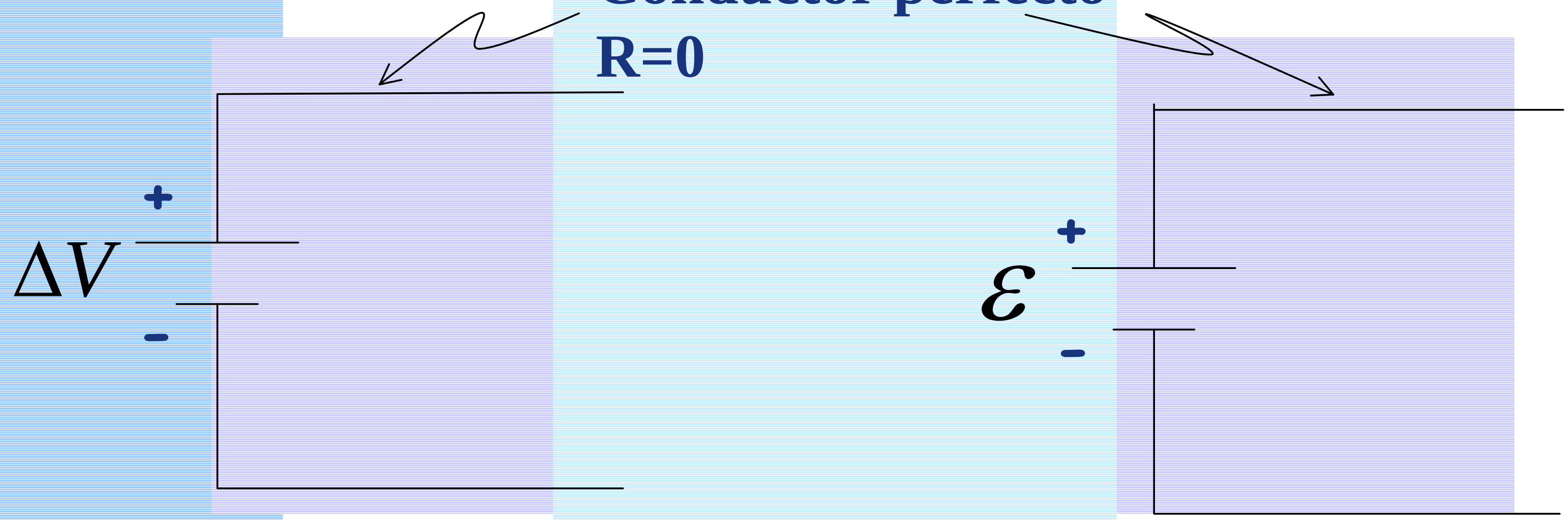
Ley de OHM

$$\Delta V = RI$$

$$R = \frac{\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\iint_S g\, \vec{E} \cdot d\vec{S}}$$

Fuerza electromotriz

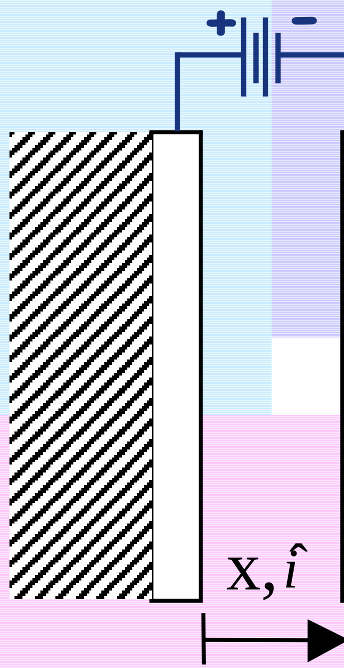
Conductor perfecto
R=0



Fuerza electromotriz

¿Existen dispositivos capaces de mantener una diferencia de potencial entre dos conductores?

$$V_Q - V_{-Q} = \Delta V = V_0 \text{ [volts]}$$



Esto se logra mediante una fem o batería, la cual es un dispositivo que tiene la capacidad para mantener la diferencia de potencial constante entre sus bornes

Fuerza electromotriz

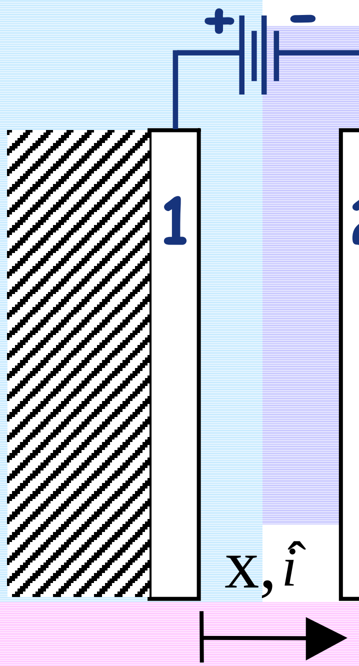
Aquí tenemos

$$V_1 - V_2 = -\int_x^0 \vec{E}_{\text{int}} \cdot d\vec{l}$$

$$\Delta V = -\int_x^0 \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)\hat{\imath}\,(dx)\,\hat{\imath} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,x\,\Big|_0^x$$

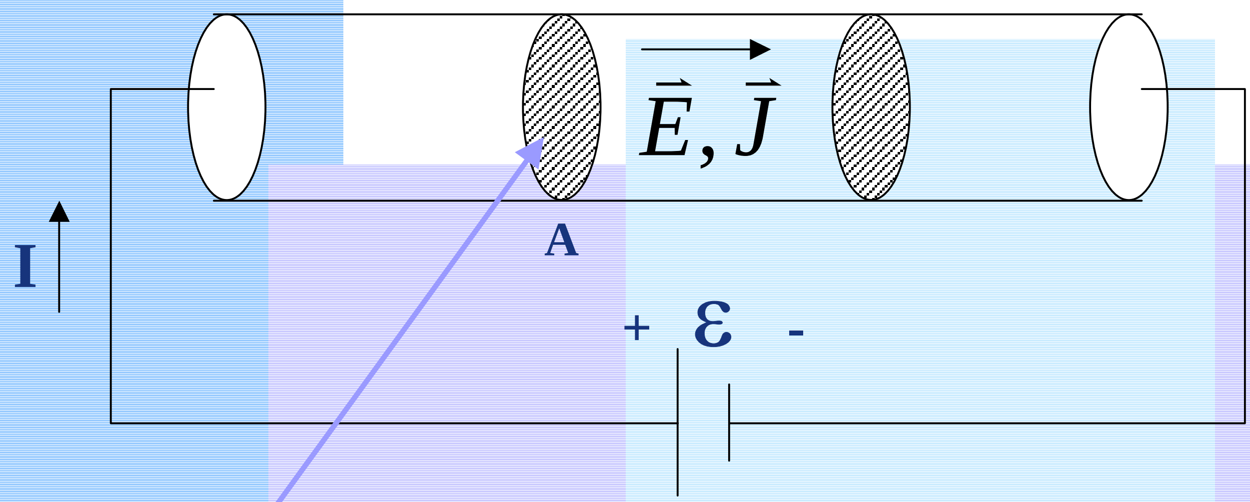
$$\Rightarrow \Delta V = V_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,x$$

$$V_1 - V_2 = \Delta V = V_0 \quad \text{[volts]}$$



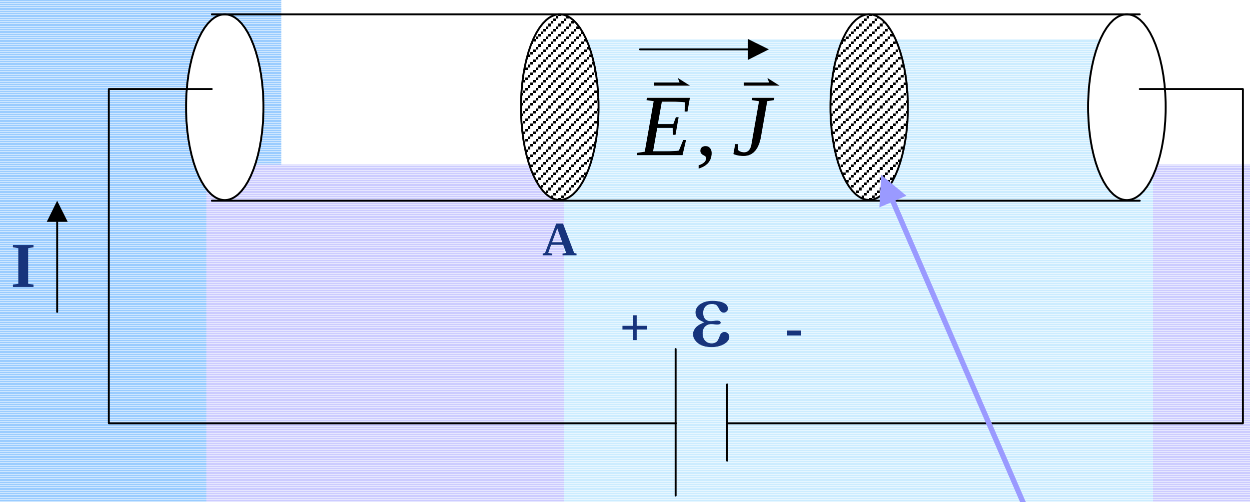
Si x varia, entonces la densidad de carga varia para satisfacer la condición de diferencia de potencial constante. Esta tarea la realiza la batería o fem.

Efecto Joule



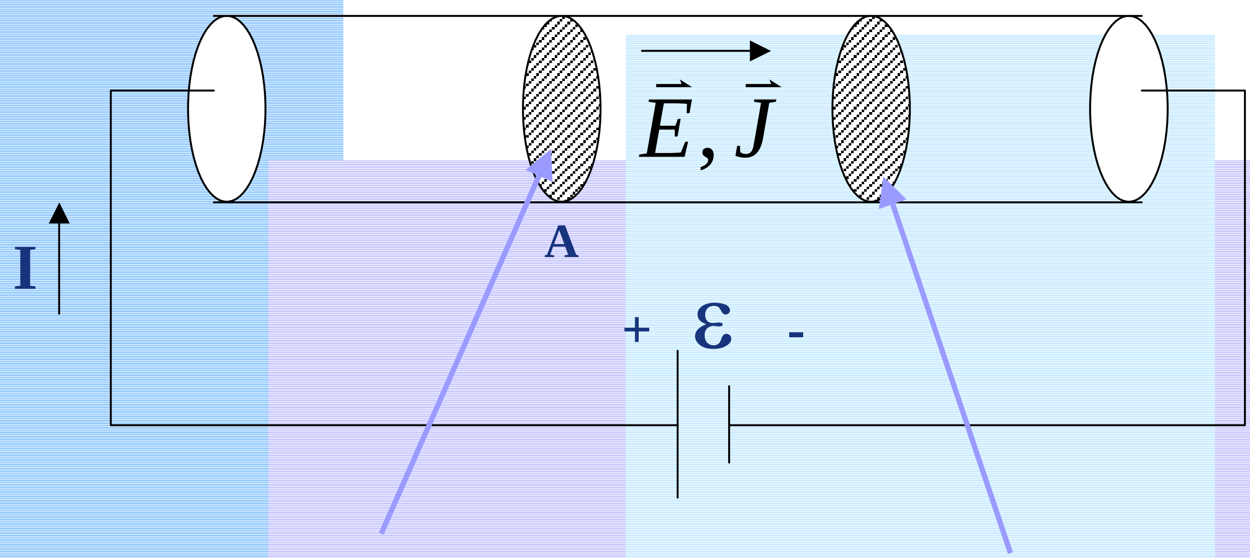
$$U_1 = \Delta Q_1 \cdot V_1$$ **energía de la carga en el disco 1**

Efecto Joule



$$U_2 = \Delta Q_2 V_2$$ **energía de la carga en el disco 2**

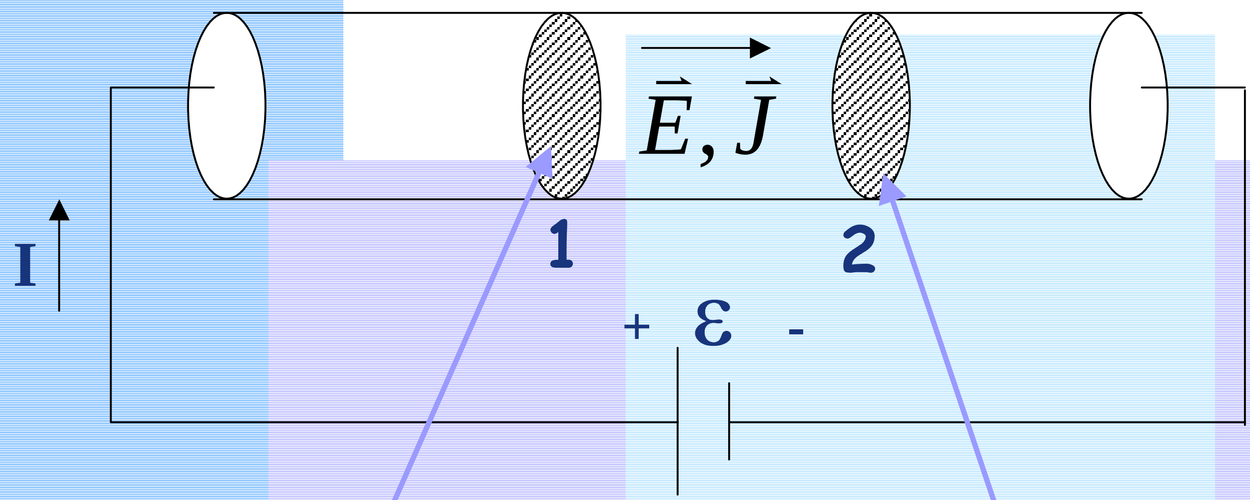
Efecto Joule



Diferencia de energía entre 1 y 2

$$\Delta U = \Delta Q_1 V_1 - \Delta Q_2 V_2$$

Efecto Joule



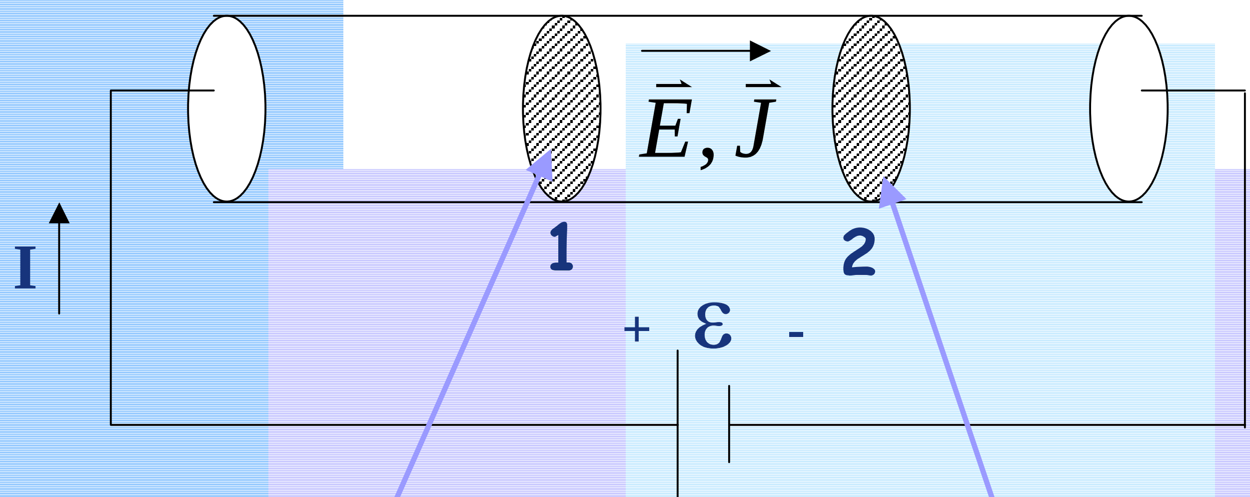
$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2$$

$$\Delta U = \Delta Q (V_1 - V_2)$$

Potencia es la derivada de la Energia

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}(V_1 - V_2)$$

Efecto Joule

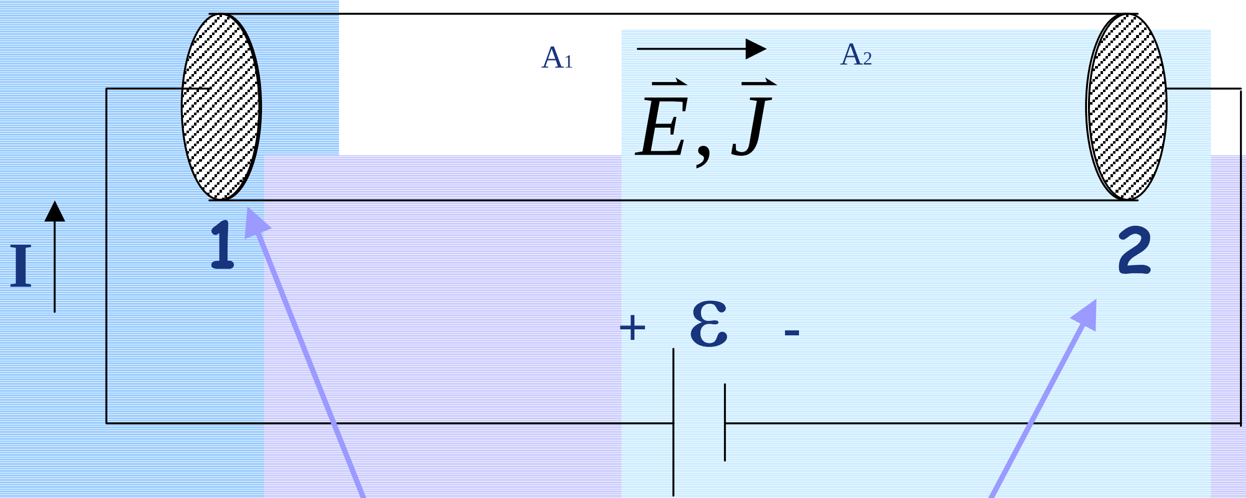


$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = I$$

Potencia es diferencia de potencial por corriente

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}\left(V_1 - V_2\right)$$

Efecto Joule

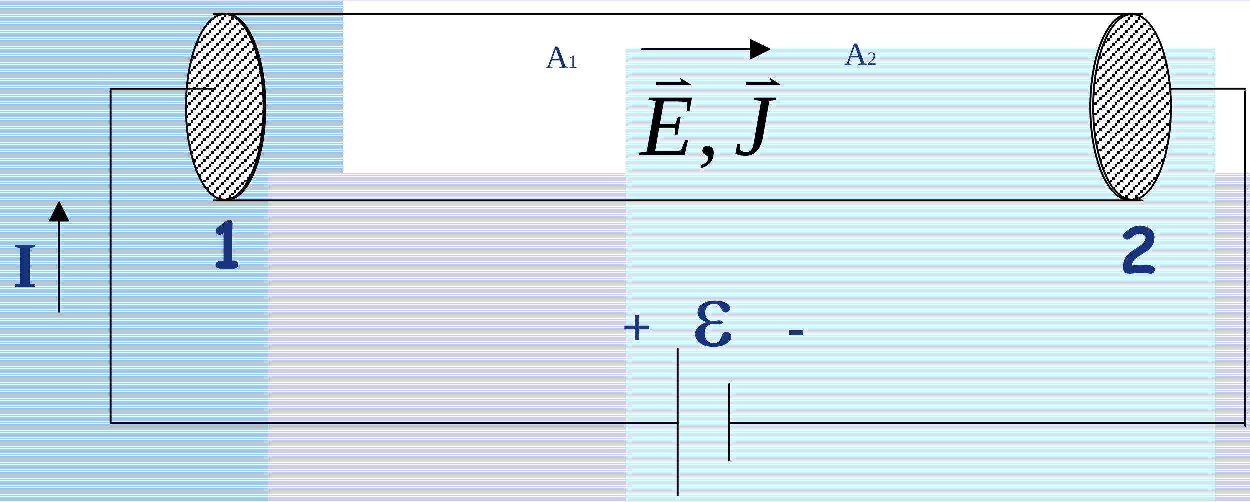


- Calor disipado
- Fem proporciona energía

Potencia es diferencia de potencial por corriente

$$\Rightarrow P = I\Delta V$$

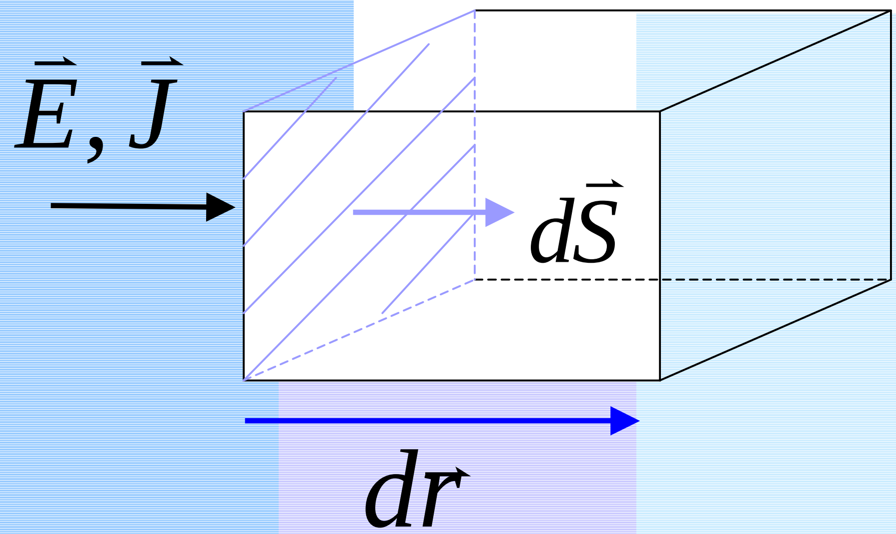
Efecto Joule



- Calor disipado
- Fem proporciona energía

$$\Delta V = RI \Rightarrow P = I\cdot R\cdot I = RI^2 \quad \text{ó} \quad P = \frac{\Delta V^2}{R}$$

Efecto Joule

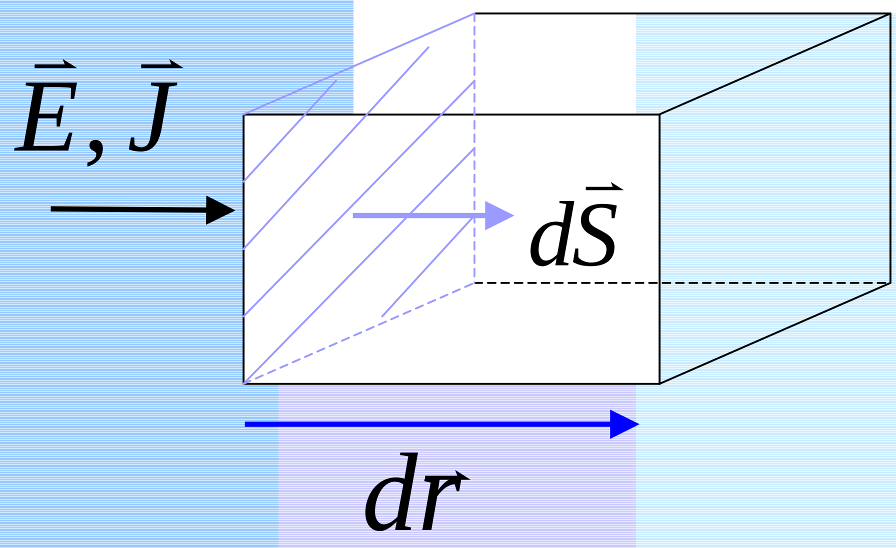


$$dP = I\Delta V$$

$$dP = \underbrace{\left(\vec{J}\cdot d\vec{S}\right)}_{I}\cdot\underbrace{\left(\vec{E}\cdot d\vec{r}\right)}_{\Delta V}$$

$$\Rightarrow dP = \vec{J}\cdot\vec{E}\cdot d\vec{s}\cdot d\vec{r}$$

Efecto Joule



$$d\vec{S} \cdot d\vec{r} = dv$$

$$\Rightarrow dP = \vec{J} \cdot \vec{E} \cdot dv$$

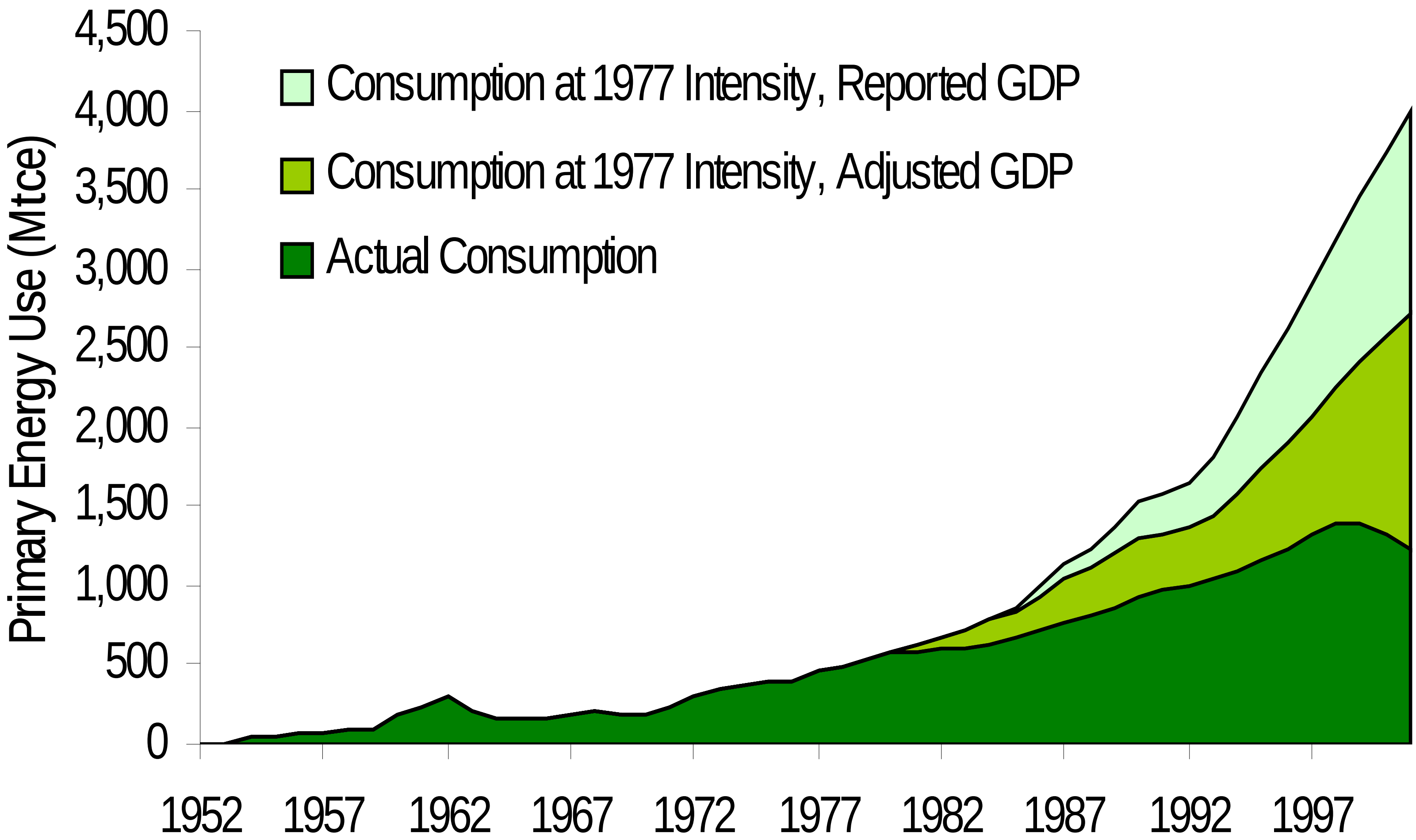
$$\therefore \qquad P = \iiint_{\Omega} \vec{J} \cdot \vec{E} \, dv$$

Potencia disipada en volumen Ω

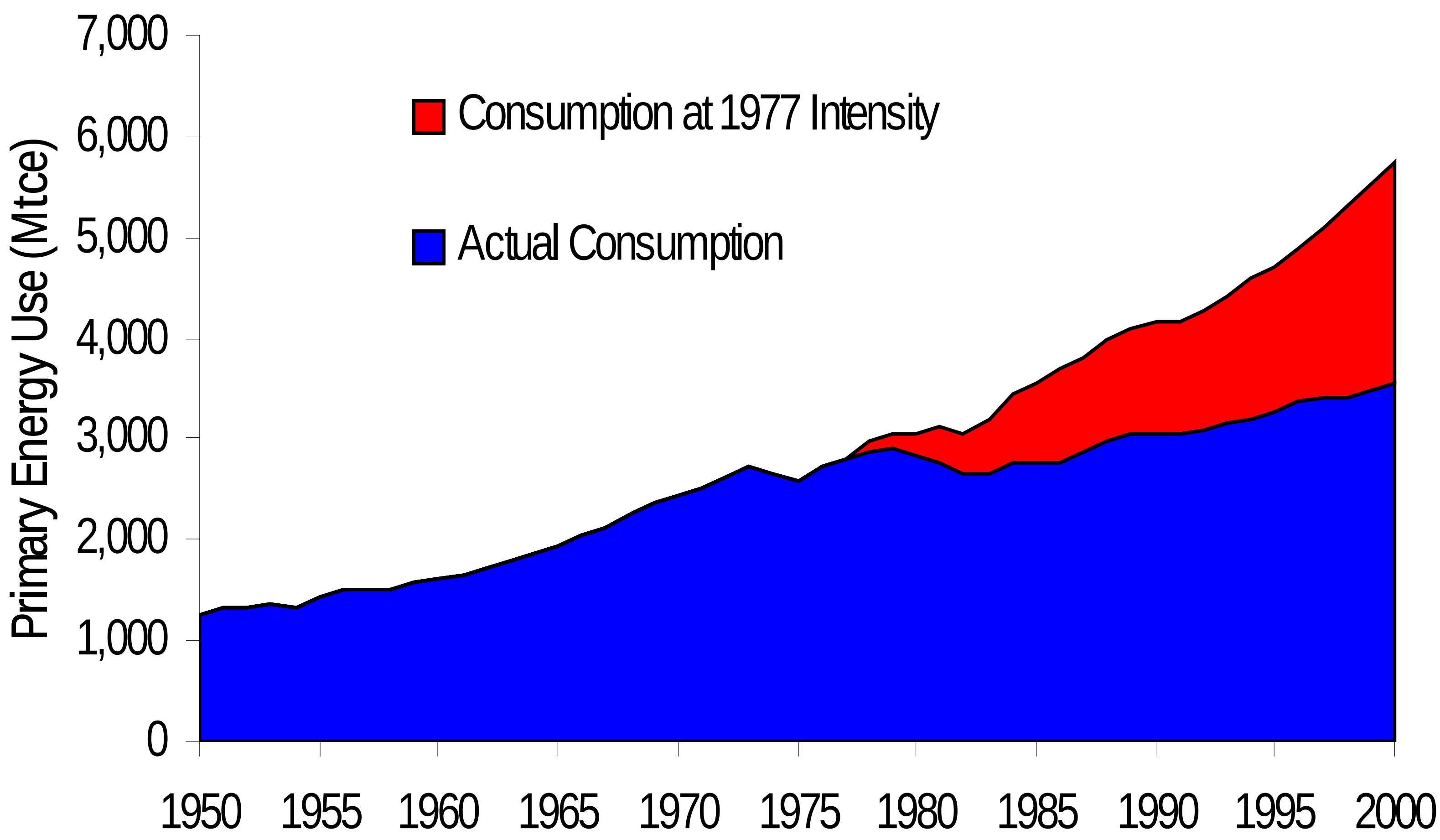
Aspectos prácticos del efecto Joule

- Calentamiento indeseado de máquinas eléctrica
- Calentamiento de artefactos produce incendios
- Pérdidas de energía en general
- La eficiencia energética es un tema país

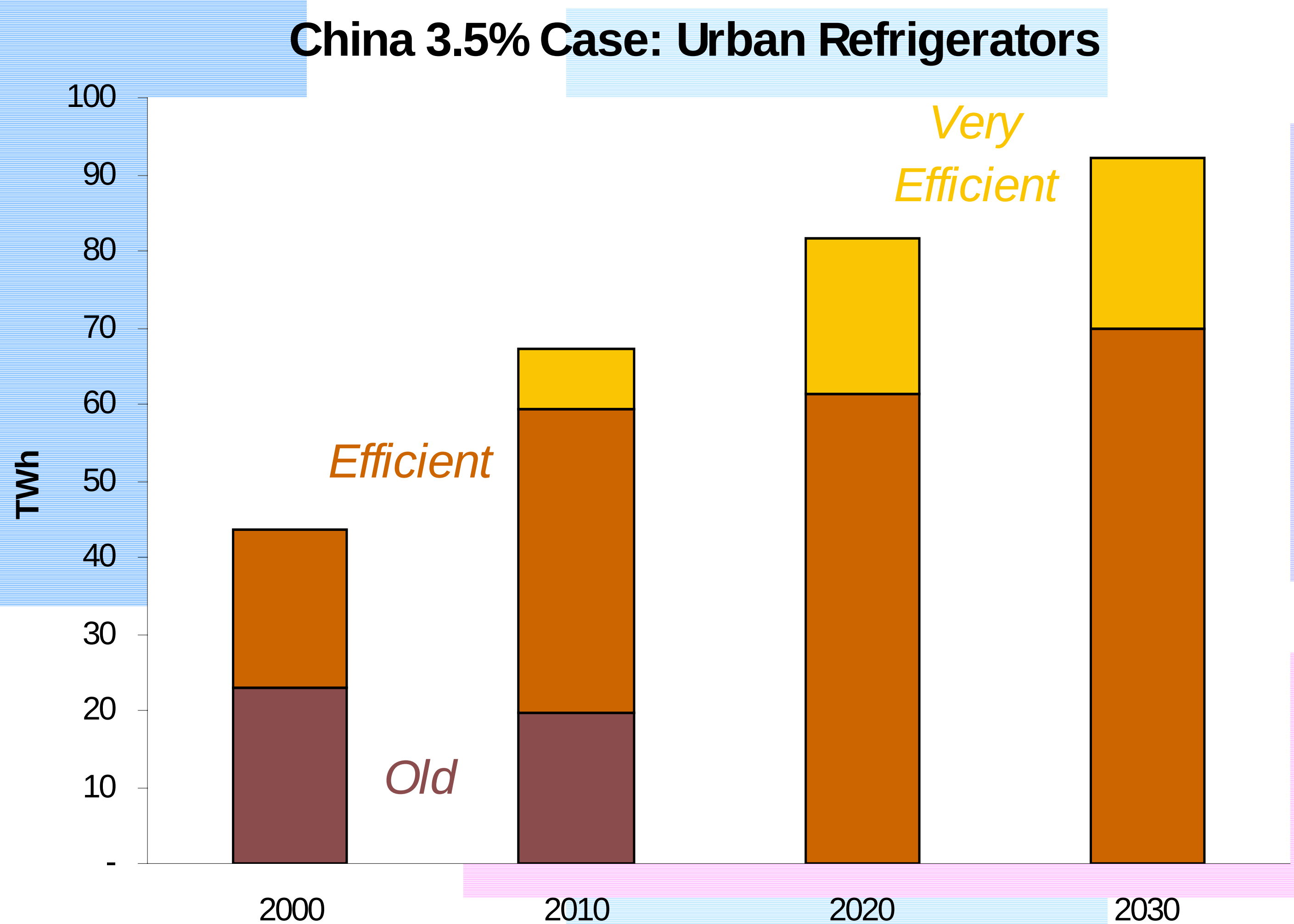
China's energy intensity



USA's energy intensity



CHINA


China 3.5% Case: Urban Refrigerators
TWh
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
-
2000
2010
2020
2030
Very Efficient
Efficient
Old