20 de junio 2005 FI33A Electromagnetismo Prof. V. Fuenzalida

2h 15min Control 3

1) Con el fin de estudiar las fuerzas involucradas en el freno magnético, considere una espira cuadrada de lado *a*, resistencia *R*, masa M y autoinductancia despreciable. La espira, en el plano x,y (horizontal), se mueve libremente hacia la derecha (**y**) con velocidad v_o en una región libre de campo magnético. En t=0 uno de los costados de la espira ingresa a una zona en que hay campo magnético, cuyo valor es $\mathbf{B}=B_o\mathbf{z}$ si y>0 (**B**=0 si y<0).

a) Calcule el flujo magnético a través del circuito y la corriente que circula a través suyo en términos de "y" y de $v=dy/dt$, donde *y* es la distancia que la cara derecha del circuito ha penetrado en el campo. Indique explícitamente el sentido de la corriente y justifique.

b) Calcule la fuerza sobre la espira y escriba la ecuación de movimiento correspondiente.

c) Demuestre que existe una velocidad crítica (encuéntrela) v_c, tal que si $v_o<v_c$ el circuito se detiene por completo.

2) Para medir la susceptibilidad magnética de un material se usa el siguiente dispositivo:

-Se dispone un cilindro hueco de paredes rígidas y largo *l*, de radio $a<<l$.

-Sobre el cilindro se envuelve un embobinado apretado de N_1 espiras.

-Sobre el embobinado anterior se coloca un segundo embobinado apretado de N_2 espiras.

-Por el embobinado 1 se hace circular una corriente $I_o\cos(wt)$ de baja frecuencia.

-El embobinado 2 está a circuito abierto y se mide la fem inducida en el mismo.

Determine la fem inducida en el segundo embobinado a) cuando el cilindro está vacío y b) cuando se rellena por completo con un material de susceptibilidad magnética χ y permeabilidad relativa $\mu_r=1+\chi$.

Explique cómo se determina la susceptibilidad χ a partir de las mediciones a) y b).

3) En un metal normal se cumple la ley de Ohm. Si embargo, algunos metales presentan una fase llamada "superconductora" en la cual la resitividad es nula. En este caso la corriente NO está dada por la ley de Ohm sino por la relación $\partial\mathbf{J}/\partial t=(ne^2/m)\mathbf{E}$, donde *n* es la densidad de electrones, *e* la carga y *m* la masa del electrón.

a) Use las ecs de Maxwell junto con la relación anterior y muestre que: $\partial/\partial t[\mathbf{B}+(m/e^2n)\nabla\times\mathbf{J}]=0$.

b) Dé un argumento de plausibilidad para establecer que: $\mathbf{B}+(m/e^2n)\nabla\times\mathbf{J}=0$.

c) Muestre que del resultado anterior y las ecuaciones de Maxwell se deduce que:

$\lambda^2\nabla^2\boldsymbol{B}-\boldsymbol{B}=0$ y determine λ. Use la identidad: $\nabla\times(\nabla\times\mathbf{B})=\nabla(\nabla\bullet\mathbf{B})-\nabla^2\mathbf{B}$

d) Para entender las consecuencias de lo anterior, suponga que el material ocupa el semi espacio $x > 0$, y que $B=B(x)$ solamente, con $B(x=0)=B_o$. Muestre que existe una solución que diverge si $x\rightarrow\infty$ y otra que tiende rapidamente a cero en el interior del material. Por motivos físicos (B no diverge) se elimina la primera solución.

e) Sabiendo que el parámetro λ es del orden de unas decenas de nanómetros, explique la afirmación siguiente: "el metal superconductor equivale a un material perfectamente diamagnético".