sP1 Parte de este problema fue analizado en clases. Puesto que el campo magnético es en la dirección del eje Z, interesan los flujos a través de los dos sectores en el plano XY de la circunferencia, los que están entre el radio fijo y el radio móvil. Si el ángulo entre estos radios es $\alpha = \omega t$ los flujos en ambos sectores son $\Phi_1 = \frac{1}{2}Ba^2\alpha$ y $\Phi_2 = \frac{1}{2}Ba^2(2\pi - \alpha)$. Las respectifas *fem* son $\mathcal{E}_1 = -\frac{1}{2}Ba^2\omega$ y $\mathcal{E}_2 = -\mathcal{E}_1$. La *fem* es negativa en el sector 1, por lo cual la corriente en el radio móvil va desde el centro hacia la circunferencia y en el radio fijo va desde la circunferencia hacia el centro. El signo de la corriente en el otro sector da los mismos signos para la corriente en los radios. La corriente parcial es la misma en cada circuito y es

$$I = \frac{a^2\,B}{4(R_a + R_b)}$$

lo que da, en la parte común (tramos rectos), una corriente total que es la suma de las corrientes en cada circuito, esto es

$$I_{\text{rectas}} = \frac{a^2\,B}{2(R_a + R_b)}$$

sP2 Puesto que los campos $\vec{B}_i$ y $\vec{H}_i$ son todos en la dirección $\hat{\phi}$ no es necesario usar notación vectorial. Las condiciones de continuidad de las componentes normales del campo magnético se traducen en $\mu_1 H_1 = \mu_3 H_3$ y $\mu_2 H_2 = \mu_4 H_4$. Mientras que las condiciones sobre las componentes tangenciales de la intensidad magnética se convierten en $H_1 - H_2 = K_{12}$ y $H_3 - H_4 = K_{34}$ donde estas densidades de corriente superficial K_{ab} son las que hay en la superficie que separan a los medios a y b. Ellas tienen que ser de la forma $K_{ab} = \frac{k_{ab}}{\rho}$. Las cuatro ecuaciones anteriores permiten despejar los cuatro H_j ($j = 1, 2, 3, 4$). Se obtiene que

$$H_1 = \frac{\mu_3(\mu_2 k_{12} - \mu_4 k_{34})}{(\mu_2\mu_3 - \mu_1\mu_4)\rho}\,, H_2 = \frac{\mu_4(\mu_1 k_{12} - \mu_3 k_{34})}{(\mu_2\mu_3 - \mu_1\mu_4)\rho}$$

Al calcular el flujo magnético en la zona 1-2 y el flujo en la zona 3-4 se comprueba que son iguales.

La ley de Ampère implica además que $\int_0^\pi (H_1 + H_3)\rho\, d\phi = N\,I$ y también que $\int_0^\pi (H_2 + H_4)\rho\, d\phi = N\,I$. Ellas son consistentes tan solo si

$$k_{34} = -k_{12}$$

Si se denota k a este valor común se obtiene que

$$k = \frac{\mu_2\mu_3 - \mu_1\mu_4}{(\mu_1 + \mu_3)(\mu_2 + \mu_4)}\, N\,I$$

En particular si $\mu_2\mu_3 = \mu_1\mu_4$ no hay corriente $\vec{K}$ en el sistema.

Las corrientes K_{12} y K_{34} son de igual magnitud y tienen signo opuesto. En los planos verticales de contacto de 1 con 3 esta corriente sube/baja y en los planos verticales de contacto de 2 y 4 baja/sube.

sP3 El campo magnético en el núcleo es $\vec{B} = \mu n I_0 \cos\omega t$ con $n = N/h$. Flujo y *fem* relacionados a un radio ρ cualquiera son

$$\Phi = \mu n \pi \rho^2 I_0 \cos\omega t \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E} = \mu n \omega \pi \rho^2 I_0 \sin\omega t$$

Puesto que el campo eléctrico inducido en el interior es $\vec{E} = E(\rho)\,\hat{\phi}$ se obtiene que

$$\vec{E} = \frac{\hat{\phi}}{2}\mu n \omega \pi \rho I_0 \sin\omega t$$

y la densidad de corriente en el núcleo es $\vec{J} = g\vec{E}$. La potencia que se disipa en el núcleo es $P = \int \vec{J}\cdot\vec{E}\, d\mathcal{V}$. Puesto que el campo eléctrico es proporcional a ρ, el integrando es proporcional a ρ^2, pero el elemento de volumen tiene otro factor ρ por lo que se debe hacer una integral $\int \rho^3\, d\rho = \frac{1}{4}a^4$. El resto de las integraciones son triviales y el resultado para la potencia es

$$P = g\,\left(\frac{\mu n \omega a^2 \pi \rho I_0 \sin\omega t}{4h}\right)^2 2\pi h$$

La magnetización es $\vec{M} = \chi\vec{H}$ y $\mu = \mu_0(1 + \chi)$ por lo que

$$\vec{M} = \hat{k}\frac{\mu - \mu_0}{\mu_0}\, n\, I_0 \cos\omega t$$

Puesto que $\vec{M}$ es uniforme se tiene que $\vec{J}_M = 0$. La normal en $\hat{\rho}$ por lo que la densidad de corriente superficial sobre el manto del cilindro es

$$\vec{K}_M = \hat{\phi}\;\frac{\mu - \mu_0}{\mu_0}\, n\, I_0 \cos\omega t$$

En las tapas $\vec{K}_M = 0$.