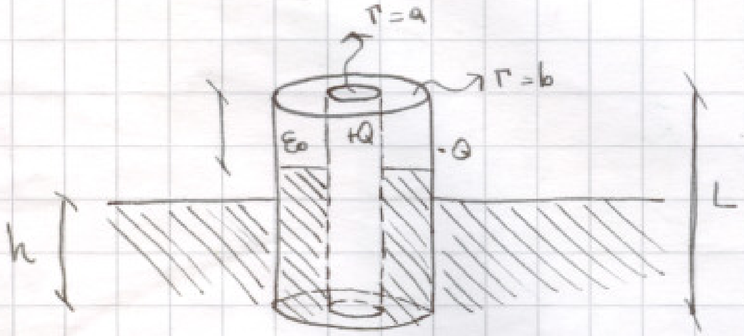
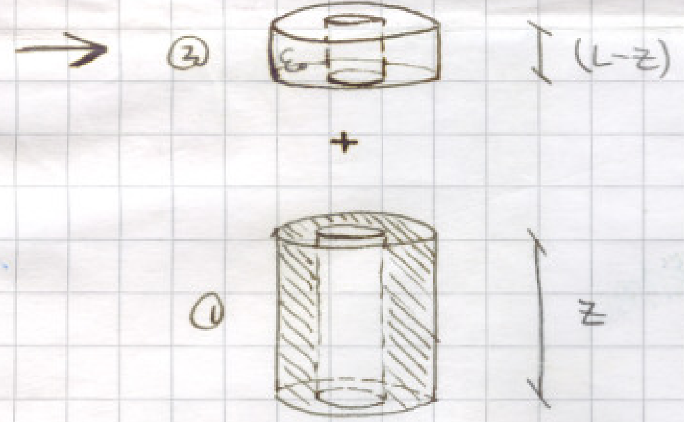
P2 UN CONDENSADOR CILINDRICO DE ALTURA L Y CUYAS ARMADURAS (CONDUCTORES) TIENEN RADIOS a y b $(b>a)$, ESTÁ CARGADO CON UNA CARGA Q, ES DECIR TIENE $+Q$, AFUERA Y $-Q$ ADENTRO. ENTRE ELLAS EXISTE VACÍO. LA ARMADURA ES UN CILINDRO METALICO MACIZO.

ESTE DISPOSITIVO SE SUMERGE EN UN LIQUIDO DIELECTRICO DE DENSIDAD CONSTANTE ρ Y CONSTANTE DIELECTRICA ε, A UNA PROFUNDIDAD h.

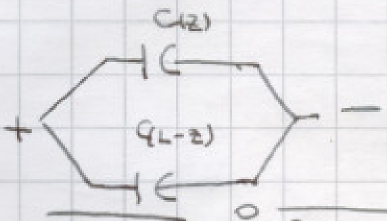
DETERMINAR LA ECUACIÓN QUE DETERMINA LA ALTURA d QUE SUBE EL NIVEL DEL LIQUIDO QUE QUEDA DENTRO DEL CONDENSADOR, EN RELACIÓN AL LIQUIDO EXTERNO



HINT: $F_z = -\dfrac{\partial E}{\partial z}$

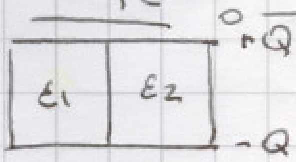


ESTOS, SON DOS CONDENSADORES, UNO DE LARGO z Y CARGA Q' Y OTRO DE LARGO $(L-z)$ DE CARGA Q''. NOTAMOS QUE LOS CONDENSADORES ESTAN EN PARALELO, ESTO LO VEMOS CLARO POR EL SGTE ESQUEMA SEA LA PARTE $+Q$, EL POSITIVO Y $-Q$ LA NEGATIVA, ENTONCES



PARALELO

$C_T = C_z + C_{L-z}$



SERIE

$\dfrac{1}{C_T} = \dfrac{1}{C_{\varepsilon_1}} + \dfrac{1}{C_{\varepsilon_2}}$

↳

CALCULEMOS LA CAPACITANCIA DEL CONDENSADOR DE LARGO z, COMO $C_z = \dfrac{Q'}{\Delta V}$

NECESITAMOS ΔV, Y SABEMOS QUE

$$\boxed{\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

① $\displaystyle\int_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_{enc} \Rightarrow \int_0^z\int_0^{2\pi} D(r)\,\hat{r}\cdot\hat{r}\cdot r\,d\theta\cdot dz$

$$\Rightarrow \vec{D}(r) = \frac{Q'}{2\pi z r}\,\hat{r} \Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = \frac{Q'}{2\pi z r\,\varepsilon}\,\hat{r}}$$

6/8

$$|\Delta V| = \left| -\int_a^b \vec{E}(r)\, d\vec{r} \right| = \frac{Q'}{2\pi \varepsilon z} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$|\Delta V| =$

NOTA: VEMOS QUE NO ERA NECESARIO SABER NI Q' NI ΔV, SOLO INFLUYE LA GEOMETRIA.

$$\Rightarrow C_z = \frac{Q'}{\Delta V} = \frac{2\pi \varepsilon z}{\ln(b/a)}$$

ANALOGAMENTE

$$C_{(L-z)} = \frac{2\pi \varepsilon_0 (L-z)}{\ln(b/a)}$$

POR LO QUE ESCRIBIMOS RECIEN

$$C_{TOTAL} = C_z + C_{(L-z)}$$

$$\Rightarrow C_{TOTAL} = \frac{2\pi}{\ln(b/a)} \left(\varepsilon_0 (L-z) + \varepsilon \cdot z \right)$$

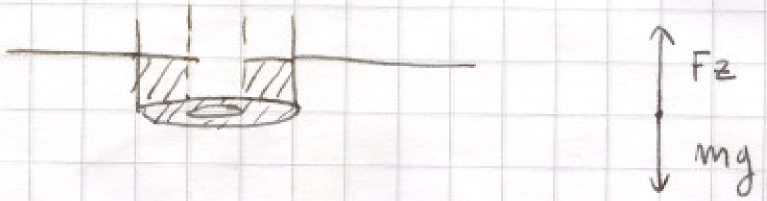
Y POR LO TANTO LA ENERGIA

$$E_z = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{4\pi} \frac{\ln(b/a) \cdot Q^2}{(\varepsilon_0 L + z(\varepsilon - \varepsilon_0))} = \frac{1}{4\pi} \ln(b/a) Q^2 (\varepsilon_0 L + z(\varepsilon - \varepsilon_0))^{-1}$$

$$\frac{\partial E_b}{\partial z} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\ln(b/a)\, Q^2 (\varepsilon - \varepsilon_0)}{(\varepsilon_0 L + z(\varepsilon - \varepsilon_0))^2}$$

$$\Rightarrow F_z = \frac{Q^2 (\varepsilon - \varepsilon_0) \ln(b/a)}{4\pi (\varepsilon_0 L + z(\varepsilon - \varepsilon_0))^2}$$

AHORA DEBEMOS HACER $\sum F_z = 0$



PERO $m = V \cdot \rho$

V = VOLUMEN $= 2\pi (b-a) \cdot (z-h)$

EL PEDASO DE a-h, ESTA DENTRO DEL LIQUIDO, NO TIENE PESO

$$\frac{Q^2 (\varepsilon - \varepsilon_0) \ln(b/a)}{4\pi (\varepsilon_0 L + z(\varepsilon - \varepsilon_0))^2} = 2\pi (b-a)(z-h) \rho g$$

(ESTA ES LA ECUACION QUE DETERMINA LA ALTURA)