s.E3: Se usa la ley de Gauss $\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_\ell$ con $\vec{D}_a = D_a(r)\,\hat{r}$ para integrar sobre una superficie esférica (de Gauss) de radio r con $a < r < b$. Se integra $\vec{D}_2$ en el hemisferio norte y $\vec{D}_1$ en el hemisferio sur. Es resultado es $2\pi r^2(D_1 + D_2) = Q$. Puesto que la componente tangencial de los $\vec{E}_j$ ($j = 1, 2$) debe ser la misma a ambos lados de la interfaz se obtiene que $D_1/\epsilon_1 = D_2/\epsilon_2$. Combinando los dos resultados se obtiene

$$\vec{D}_j = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_1+\epsilon_2}\frac{Q}{2\pi r^2}\,\hat{r}\,, \qquad\qquad j = 1, 2$$

y como $\vec{D}$ en la vecindad infinitesimal de un conductor debe ser $\sigma_\ell \hat{n}$ se desprende que

$$\sigma_{\ell j}(a) = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_1+\epsilon_2}\frac{Q}{2\pi a^2}\,, \qquad\qquad \sigma_{\ell j}(b) = -\frac{\epsilon_j}{\epsilon_1+\epsilon_2}\frac{Q}{2\pi b^2}$$

De la expresión de los $\vec{D}_j$ se obtiene que hay una sola expresión para el campo eléctrico entre las dos cáscaras esfericas, que implica trivialmente la diferencia de potencial

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_1+\epsilon_2}\frac{Q}{2\pi r^2}\,\hat{r} \quad\Rightarrow\quad V = \frac{Q}{\epsilon_1+\epsilon_2}\frac{b-a}{2\pi ab}$$

En la superficie de radio a se tiene que satisfacer que la densidad de carga total σ sea tal que

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{\ell 1}}{\epsilon_1} = \frac{\sigma_{\ell 2}}{\epsilon_2} \qquad\qquad \text{(propiedad genérica muy comentada en clases)}$$

lo que implica que σ es uniforme en la superficie esférica:

$$\sigma = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1+\epsilon_2}\frac{Q}{2\pi a^2}$$

Un método más largo que conduce a donde mismo consiste en calcular los vectores de polarización y las cargas de polarización y finalmente se debe sumar la carga libre y la de polarización para obtener σ.