sP1 El circuito RLC satisface la ecuación

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{Q}{C} = 0 \qquad (*)$$

Se debe exigir que $Q(0) = Q_0$ y que $\dot{Q}(0) = 0$ (circuito recién conectado). La solución debiera tener la forma de un producto de una exponencial decreciente: $e^{-\beta t}$ y de una mezcla de seno y coseno con argumento ωt tal que $\dot{Q}(0) = 0$. Esto se consigue con $Q = Q_0\left(\cos(\omega t) + \beta\sin(\omega t)/\omega\right)\, e^{-\beta t}$. Al reemplazar esta forma en (*) se obtiene una ecuación algebraica que se separa en aquella para los coeficientes del seno y de los cosenos. La última da que $\beta = \sqrt{(1-LC\omega^2)/LC}$. Al reemplazar este valor en la ecuación de los coeficientes de seno conduce a que $\omega(R) = \sqrt{(4L-R^2C)/4L^2C}$. El caso límite corresponde al caso en que la frecuencia se anula. Se debe exigir que $\omega(2R) = 0$ lo que implica $L = R^2C$ y de ahí $\beta = \frac{1}{2RC}$.

De lo anterior, la carga en función de R, C y el tiempo es

$$Q = Q_0\left(\cos\frac{\sqrt{3}t}{2RC} + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\frac{\sqrt{3}t}{2RC}\right)\,\exp\left[-\frac{t}{2RC}\right]$$

sP2 El campo eléctrico en el condensador es $\vec{E} = \frac{Q(t)}{\pi a^2\varepsilon_0}\,\hat{k}$ y la diferencia de potencial es $V = \frac{Q\,b}{\pi a^2\varepsilon_0}$. La energía eléctrica en todo instante es

$$U_E = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2\,b}{2\pi a^2\varepsilon_0}$$

Puesto que $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \nabla\times H$ y se adivina que $\vec{H}$ apunta en la dirección $\hat{\phi}$ resulta fácil determinar que $\vec{H} = \frac{\dot{Q}}{2\pi a^2}\,\rho\hat{\phi}$. El campo magnético es $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$ y la energía magnética es

$$U_M = \frac{1}{2}\int\vec{B}\cdot\vec{H}\,d\mathcal{V} = \mu_0\frac{b}{8\pi}\,\dot{Q}^2$$

Si se identifica $\dot{Q} = I$ y $U_M = \frac{1}{2}LI^2$ se obtiene que

$$L = \frac{\mu_0 b}{4\pi}$$

Si se calcula el flujo de $\vec{B}$ por un rectánculo de altura b y que va desde el eje hasta la distancia a que obtiene $\Phi = L\,\dot{Q}$, con el mismo L. Cualquiera de los dos métodos es correcto.

sP3 Una vez enunciadas las condiciones de borde se debiera comentar que las condiciones de borde asociadas a las componentes normales de los campos no son aplicables ya que los campos llegan tangenciales a la interfaz. Si el campo $\vec{E}_1' = \hat{\imath}\,E_1'\,e^{i(k_1'z-\omega t)}$ y $\vec{E}_2 = \hat{\imath}\,E_2\,e^{i(k_2z-\omega t)}$ la condición de borte para los E_t arroja $E_1 + E_1' = E_2$. Para aplicar la condición de borde para los B_t se debe calcular correctamente los B_t. Obtener los signos correctos es importante. Se obtiene que $\vec{B}_1 = \frac{n_1}{c}\hat{\jmath}\,E_1$, $\vec{B}_1' = -\frac{n_1}{c}\hat{\jmath}\,E_1'$, $\vec{B}_2 = \frac{n_2}{c}\hat{\jmath}\,E_2$. De aquí la segunda condición da $n_1(E_1-E_1') = n_2E_2$. Las dos condiciones juntas implican

$$r_{12} = \frac{E_1'}{E_1} = \frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}\,, \qquad t_{12} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{2n_1}{n_1+n_2}$$

La fracción de luz trasmitida es

$$R = \frac{0.5^2}{2.5^2} = 0.04$$

Idealmente al tener luz que incide normalmente sobre vidrio se refleja el 4% de la energía incidente.

.