s.E1: Este problema se puede resolver de distintas formas, aquí se escoge una.

La divergencia de $\vec{E}$ en coordenadas cilíndricas es

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho E_\rho)}{\partial \rho} = \frac{A\rho}{\varepsilon_0} = \frac{\text{dens. de carga}}{\varepsilon_0}$$

por lo cual la densidad de carga en el interior del cilindro es

$$A\rho$$

y afuera del cilindro es nula porque el espacio está vacío.

El campo fuera del cilindro se puede obtener usando la ley de Gauss. Tomando una superficie de Gauss cilíndrica, concéntrica al cilindro, de altura h, con radio mayor que a, la relación $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int A\rho \, d\mathcal{V}$, usando la hipótesis que fuera del cilindro el campo tiene forma $\vec{E} = E(\rho)\,\hat{\rho}$, conduce a que

$$\vec{E}(\rho > a) = \frac{A\,a^3}{3\epsilon_0}\frac{\hat{\rho}}{\rho}$$

Para $\rho \geq a$ el potencial es

$$V(\rho > a) = -\int_a^\rho \vec{E} \cdot d\vec{\rho} = -\int_a^\rho \frac{Aa^3}{3\varepsilon_0}\frac{d\rho'}{\rho'} = \frac{Aa^3}{3\varepsilon_0} \ln\frac{a}{\rho}$$

Para $\rho \leq a$:

$$V(\rho < a) = -\int \vec{E} \cdot d\vec{\rho} = -\int_a^\rho \frac{A}{3\varepsilon_0}\rho'^2 \; d\rho' = \frac{A}{9\varepsilon_0}\left(a^3 - \rho^3\right)$$