s.E8: La corriente total que sube por el cilindro de radio a se obtiene integrando la magnitud de $\vec{K}$ en una línea trasversal a la corriente. Esto da: $I_a = 2\pi a K_0$. Lo razonable es suponer que en la zona interior con $a \leq \rho \leq b$ el campo tiene la forma $\vec{B} = B(\rho)\,\hat{\phi}$. La ley circuital de Ampére lleva entonces inmediatamente a que

$$\vec{B}(t) = \frac{\mu_0 a K_0(t)}{\rho}\,\hat{\phi}$$

en el espacio interior y, como se vió en el ejercico 6, $\vec{B}$ es nulo afuera.

Es razonable pensar que el campo eléctrico inducido es perpendicular al campo magnético y, por simetría, se adivina que tiene la forma

$$\vec{E} = E(\rho)\,\hat{k} \quad \Rightarrow \quad \nabla \times \vec{E} = -\hat{\phi}\,\frac{\partial E(\rho)}{\partial \rho}$$

y este rotor debe coincidir con $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, esto es,

$$\frac{\partial E(\rho)}{\partial \rho} = \frac{\mu_0 a \dot{K}_0}{\rho} \quad \Rightarrow \quad E(\rho) = \mu_0 a \dot{K}_0 \ln \frac{\rho}{b}$$

El argmento del logaritmo podría ser $\frac{\rho}{c}$ donde c fuese otra distancia, pero se ha puesto $\frac{\rho}{b}$ para garantizar que $E(b) = 0$.

Al tomar un camino rectangular de altura h' totalmente dentro del sistema, con dos aristas radiales desde $\rho = a'$ hasta $\rho = b'$ y las otras dos paralelas al eje de la geometría, con $a < a' < b' < b$ se obtiene que

$$\Phi = \mu_0 a K_0 h' \ln \frac{b'}{a'}$$

El signo es positivo porque se ha escogido $d\vec{S}$ en la misma dirección que $\hat{\phi}$. De aquí

$$-\frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 a \dot{K}_0 h' \ln \frac{b'}{a'}$$

.

La integral $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r}$ se debe hacer a lo largo del camino rectangular y usando la misma convención de signos, es decir, integrando hacia arriba por la arista a distancia a' y hacia abajo por la arista a distancia b',

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} &= \mu_0 a \dot{K}_0 \left(\ln \frac{a'}{b} - \ln \frac{b'}{b} \right) h' \\ &= -\mu_0 a \dot{K}_0\, h' \ln \frac{b'}{a'} \end{aligned}$$

Se ha obtenido entonces lo que la ley de Faraday-Lenz establece.