

Control 2

FI21A - Mecánica

Prof. N. Mujica

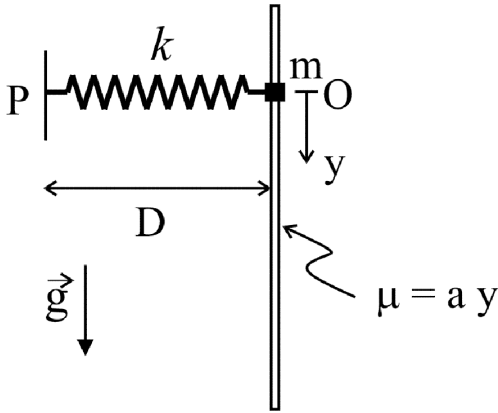
Profs. Auxs. Paulina Cecchi y Kim Hauser

Miércoles 24 de Mayo 2006

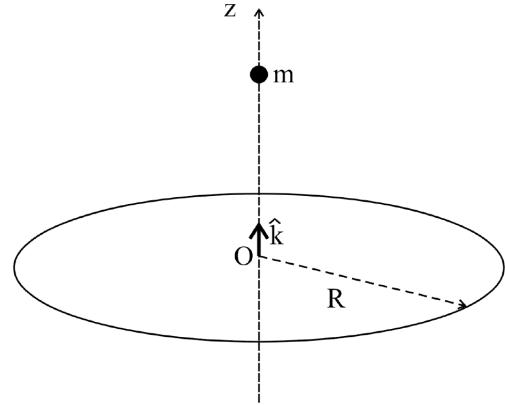
Duración: 3 hrs

P1. Un anillo de masa m se encuentra inserto en una barra vertical. El anillo está unido mediante un resorte ideal de constante elástica k y largo natural nulo a un punto fijo P ubicado a una distancia D de la barra. El anillo está inicialmente en reposo en el punto O , tal que el resorte se encuentra horizontal (ver figura). La rugosidad de la barra aumenta desde el punto O hacia abajo, lo que se modela con un coeficiente de roce dinámico variable en la forma $\mu_d = ay$, donde a es una constante conocida e y es la distancia a lo largo de la barra medida desde el punto O hacia abajo.

- (a) Muestre que la normal ejercida por la barra sobre el anillo es constante y determine su valor. (2pts)
- (b) Determine hasta qué distancia y_{max} desciende el anillo. (2pts)
- (c) Indique el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el anillo en el recorrido descrito en la parte (b). (2pts)



(a) Figura P1



(b) Figura P2

P2. Considere un cuerpo con la forma de un anillo de radio R , cuya masa total M se encuentra uniformemente distribuida en toda su extensión. Una partícula de masa m se encuentra atrapada por la fuerza de atracción gravitacional que ejerce este cuerpo, moviéndose a lo largo de la línea recta perpendicular al plano del anillo y que pasa por su centro (ver figura). Suponga que $M \gg m$ de modo que el anillo no es afectado por la presencia de la masa pequeña m .

- (a) Mostrar que la fuerza de atracción sobre la partícula tiene la expresión:

$$\vec{F}(z) = -\frac{GMmz}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{k},$$

donde la coordenada z y \hat{k} se indican en la figura. (2.5pts).

- (b) Si la partícula está inicialmente en reposo en $z = R$, calcule su velocidad cuando cruza el plano del anillo ($z=0$). (2.5pts)
- (c) Supongo que además de la fuerza de gravitación existe una fuerza no conservativa

$$\vec{F}_{nc} = -\varepsilon F_{nc}(z)\hat{k},$$

donde $F_{nc}(z) > 0$ y ε es el signo de \dot{z} . Esta fuerza se opone entonces al movimiento de la masa m . Dada la misma condición inicial que en la parte (b), determine la función $F_{nc}(z)$ de modo que la masa m llega al plano del anillo ($z = 0$) con velocidad nula. (1pt)

Indicación: Para la parte (a) calcule la componente de la fuerza de atracción en la dirección \hat{k} generada por un elemento dM del anillo, y luego integre sobre el anillo para conocer la fuerza total de atracción.

P3. Un recipiente cilíndrico de radio R gira en torno a su eje colocado en posición vertical, con velocidad angular ω_o . Una partícula de masa m gira solidariamente con el recipiente a una altura h de su base, sujeta a una cuerda amarrada al borde superior del recipiente. En un cierto instante, la cuerda se corta. Suponiendo que los coeficientes de roce estático μ_e y dinámico μ_d son conocidos, se pide:

- (a) Determine la condición para que la partícula caiga. (2pt)
- (b) Obtenga el tiempo que tarda la partícula en llegar a la base del recipiente si se cumple la condición especificada en (a). (3pts)
- (c) Determine si la partícula puede demorar un tiempo infinito en llegar a la base. (1pt)

