

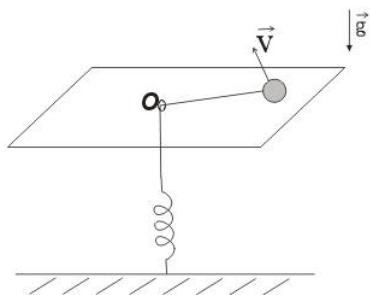
Clase Auxiliar FI21A-2
Aux. # 10 - Gabriel Cuevas
22/05/2006

1. **Problema 1.** (P1 Ex 2004-1 P. Aceituno.)

Considere una partícula de masa m que desliza sin roce, sobre una superficie horizontal, atada a una cuerda. Esta pasa por un agujero O y se une a un resorte de constante elástica k , colocado verticalmente debajo del agujero. Si el resorte se encontrara en su largo natural estando la cuerda extendida, la partícula se encontraría justo en O . En un cierto instante, la partícula se se impulsa con velocidad v_o perpendicular a la cuerda, desde una distancia ρ_o del agujero.

Determine:

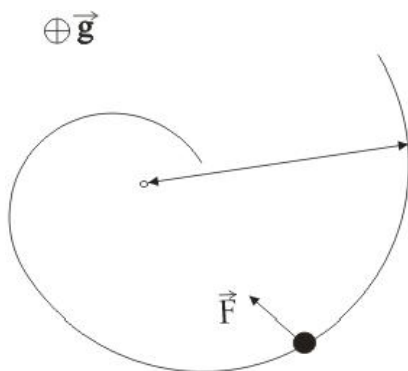
- Ecuación de movimiento de la partícula.
- Relación entre v_o y ρ_o para que la órbita sea circular.
- Si la órbita circular es perturbada ligeramente en dirección radial, determine el periodo de pequeñas oscilaciones radiales.
- Determine si la órbita resultante es cerrada para el caso c)



2. **Problema 2.** (P2 C2 2004-1 P. Aceituno.)

Un bloque se mueve con roce despreciable a lo largo de un riel colocado sobre una superficie horizontal y cuya forma está dada por la ecuación $\rho(\theta) = \rho_o \exp(a\theta)$, con respecto a un punto O en la superficie. El bloque se suelta desde el reposo, a una distancia ρ_1 del punto O , poniéndose en movimiento bajo la acción de una fuerza de atracción $\vec{F} = -k\vec{\rho}$ ejercida desde ese punto por un elástico ($k = \text{constante}$).

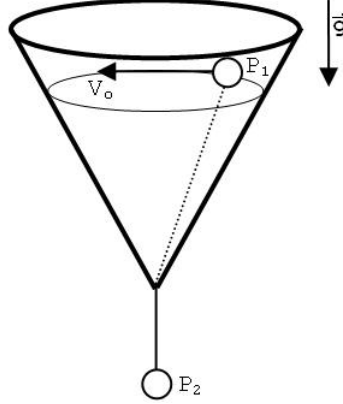
- Determine la rapidez de la partícula, cuando su distancia al origen O ha disminuido a la mitad ($\rho = \rho_1/2$).
- Determine la componente horizontal de la fuerza que el riel ejerce sobre el bloque en ese instante.



3. **Problema 3.** (P3 C3 2004-1 P. Aceituno.)

Una partícula P_1 de masa m se mueve sobre la superficie interior de un cono con un ángulo de apertura α . Unida a la partícula por una cuerda de largo L , se encuentra otra partícula P_2 de masa m , la cual cuelga desde un orificio en el vértice del cono.

- Si la partícula P_1 se mueve en una trayectoria circular con rapidez v_o , determine cuál es el radio del círculo definido por la trayectoria.
- Determine el periodo de las pequeñas oscilaciones verticales que experimenta la partícula P_2 , si en un cierto instante se le da un pequeño impulso en dirección vertical.



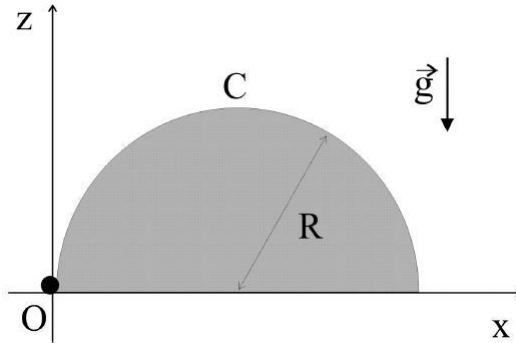
4. **Problema 4.** (P2 C2 2005-1 P. Aceituno.)

Una partícula de masa m se mueve con rapidez constante por el exterior de un semicilindro horizontal de radio R . Además del peso y la fuerza normal que ejerce la superficie, la partícula está sometida a otras dos fuerzas. La primera es una fuerza F_1 descrita por la expresión:

$$\vec{F}_1 = -c \left(xz^2 \hat{i} + zx^2 \hat{k} \right)$$

donde c es una constante conocida y las coordenadas x, z se miden respecto al origen O . La otra fuerza, F_2 , para la cual no se cuenta con una expresión explícita, es la que permite que la partícula se mueva con rapidez constante en su trayectoria desde el origen O a la cúspide C . Se pide:

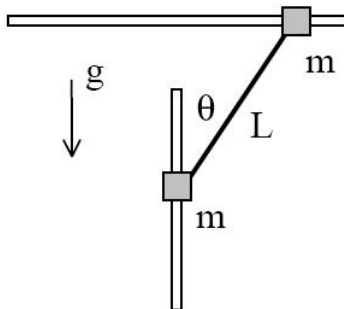
- Mostrar que la fuerza \vec{F}_1 es conservativa.
- Determinar el trabajo efectuado por la fuerza F_2 en el trayecto de O a C .



5. **Problema 5.** (E6 guía P. Aceituno.)

Considere dos anillos de masa m cada uno, que deslizan sin roce a lo largo de una barra vertical y de otra horizontal, como se indica en la figura. Ambos están unidos por una cuerda ideal de largo L .

- Demuestre que la suma de los trabajos de las fuerzas de tensión que la cuerda ejerce sobre ambos anillos es nula.
- Usando el principio de conservación de la energía, encuentre la ecuación de movimiento para el ángulo θ de la figura.
- Encuentre el ángulo θ de equilibrio y el periodo de pequeñas oscilaciones del sistema en torno del punto de equilibrio estable.



6. **Problema 6.** (P3 C3 2005-1 P. Aceituno.)

Considere un satélite terrestre que se mueve en una trayectoria elíptica, en la cual su menor distancia al centro de la Tierra es R (posición A). En el momento cuando el satélite está pasando por el punto más alejado de su órbita (posición B) se encienden los motores de modo de aumentar bruscamente su rapidez hasta llevarla a la que tenía en la posición A. Si como resultado de esa acción el satélite queda en una órbita parabólica, determine la distancia del satélite al centro de la Tierra cuando se encuentra en la posición B, y el aumento de energía cinética que fue necesario entregarle mediante el encendido de los motores, para colocarlo en órbita parabólica.

7. **Problema 7.** (Ejercicio 5 2005-1 P. Aceituno.)

Considere una partícula que se mueve en una trayectoria circular de radio ρ_o bajo la acción de una fuerza central $F = -k\rho$.

- Con apoyo de un diagrama esquemático del potencial efectivo asociado a este campo de fuerza, comente si esta órbita circular es estable o no.

En un cierto instante se aplica un freno instantáneo a la partícula, de modo que en el movimiento resultante la menor distancia que alcanza al centro de atracción es igual a $\rho_o/2$.

- Determine en cuanto fue necesario disminuir la rapidez inicial de la partícula como resultado de la acción de frenado. Específicamente, determine el cociente entre la rapidez de la partícula inmediatamente antes de aplicado el freno, y la rapidez inmediatamente después.