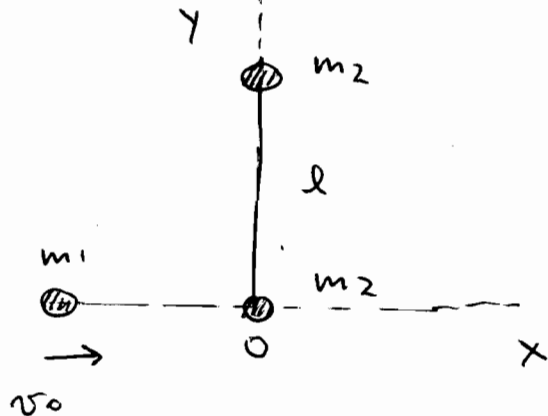


PJ



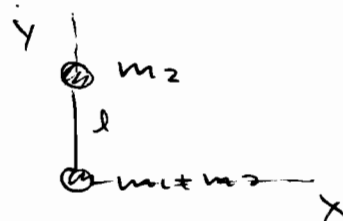
Datos: m_1, m_2, l, v_0

(a) $\vec{r}_{cm}, \vec{v}_{cm}$

(b) I_{cm}

(c) ω

(a) Justo después del choque:



$$x_{cm} = 0$$

$$y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot 0 + m_2 \cdot l}{2m_2 + m_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}_{cm} = \frac{m_2 l}{2m_2 + m_1} \hat{j}}$$

Como no hay fzas externas sobre el sistema

$$\Rightarrow (\vec{p}_{\text{sistema}})_{\text{antes colisión}} = (\vec{p}_{\text{sistema}})_{\text{después colisión}}$$

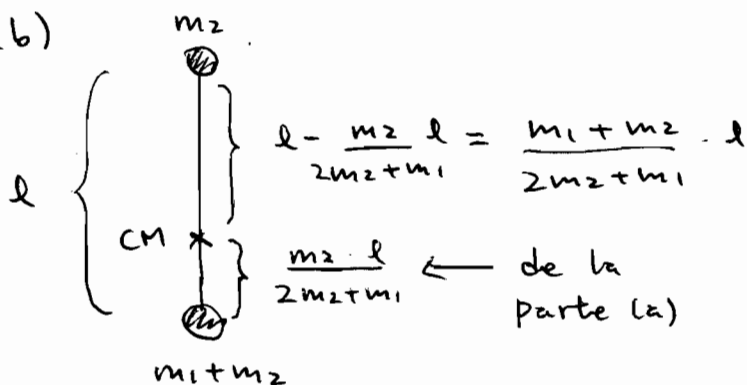
en x) $m_1 v_0 = (2m_2 + m_1) v_{cmx} \Rightarrow v_{cmx} = \frac{m_1}{2m_2 + m_1} v_0$

en y) $0 = (2m_2 + m_1) v_{cmy} \Rightarrow v_{cmy} = 0$

entonces,

$$\boxed{\vec{v}_{cm} = \frac{m_1 v_0}{2m_2 + m_1} \hat{i}}$$

(b)



$$I_{cm} = \sum_i m_i \vec{r}_i^2 = (m_1 + m_2) \left(\frac{m_2}{2m_2 + m_1} l \right)^2 + m_2 \left(\frac{m_1 + m_2}{2m_2 + m_1} l \right)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{cm} = \frac{m_2 (m_1 + m_2) l^2}{2m_2 + m_1}}$$

(c) No hay torque sobre el sistema q/r al pto 0.

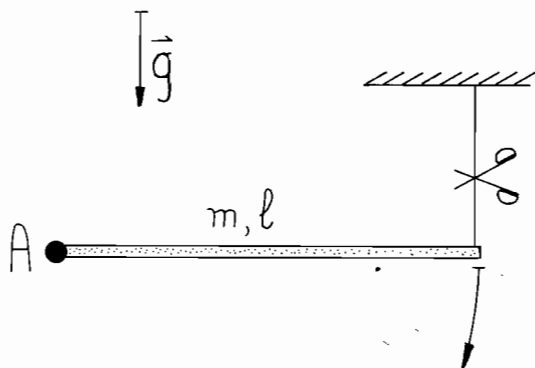
$$\Rightarrow (L_0)_{\text{antes Colisión}} = (L_0)_{\text{después Colisión}}$$

$$\Rightarrow 0 = \underbrace{\vec{r}_{cm}}_{q/r 0} \times M \underbrace{\vec{v}_{cm}}_{q/r 0} + I_{cm} \cdot \vec{\omega}$$

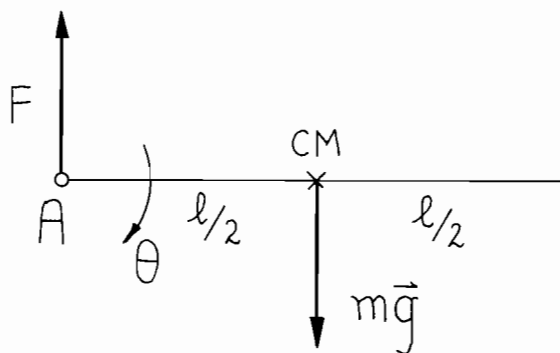
$$\Rightarrow 0 = \frac{m_2 l}{2m_2 + m_1} \hat{j} \times m_1 v_0 \hat{i} + \frac{m_2 (m_1 + m_2) l^2}{2m_2 + m_1} \omega \hat{k}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{v_0}{l}}$$

5. La barra larga y delgada de la figura puede girar, sin roce, alrededor del eje horizontal A muy cercano a su extremo.
- a) Calcule la fuerza \vec{F} sobre el eje A en el instante que se corta el hilo que sostiene el extremo opuesto a A.
- b) Calcule la fuerza \vec{F} sobre el eje en el instante que la barra se encuentra vertical.



Solución:



- a) La ecuación de torque, con respecto al punto A, al momento de cortarse el hilo es

$$mg \frac{\ell}{2} = \frac{1}{3} m \ell^2 \ddot{\theta}. \quad (1)$$

Aquí, $m\ell^2/3$ es el momento de inercia de la barra con respecto al punto de giro A y $mg\ell/2$ es el torque ejercido por el peso con respecto al punto A. La aceleración angular inicial (al momento de cortarse el hilo) es $\ddot{\theta}$.

La componente $\hat{\theta}$ de la ecuación de movimiento del centro de masa en el instante inicial es

$$mg - F = m \frac{\ell}{2} \ddot{\theta} \quad (2)$$

y, entonces, de (1) y (2) obtenemos:

$$F = mg \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}mg.$$

b) Suponiendo $V = 0$ a la altura de A, por conservación de energía tenemos:

$$E_i = 0 = V + T_{cm} + T_{cr/cm},$$

en que $V = -mg\ell \sin \theta/2$,

$$T_{cm} = \frac{1}{2}m \frac{\ell^2}{4} \dot{\theta}^2$$

y

$$T_{cr/cm} = \frac{1}{2} \left(\frac{m\ell^2}{12} \right) \dot{\theta}^2,$$

pues el momento de inercia de una barra de largo ℓ , con respecto al centro de masa, es $I = m\ell^2/12$.

De este modo,

$$0 = -mg \frac{\ell}{2} \sin \theta + \frac{1}{6}m\ell^2 \dot{\theta}^2,$$

es decir,

$$m\ell \dot{\theta}^2 = 3mg \sin \theta. \quad (3)$$

La componente $\hat{\rho}$ de la ecuación de movimiento del centro de masa cuando $\theta = 90^\circ$ es

$$-F + mg = -m \frac{\ell}{2} \dot{\theta}^2 \quad (4)$$

y, entonces, de (3) y (4)

$$F = mg + \frac{3}{2}mg = \frac{5}{2}mg.$$