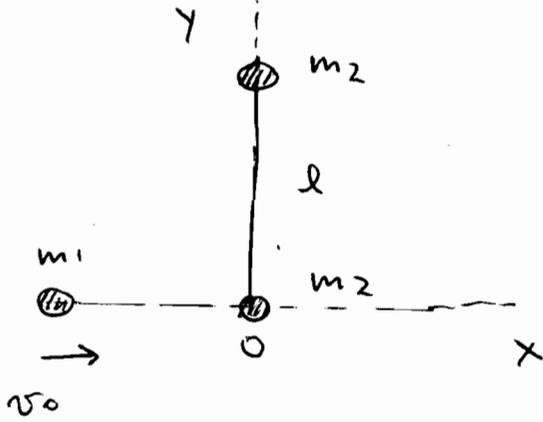


PJ



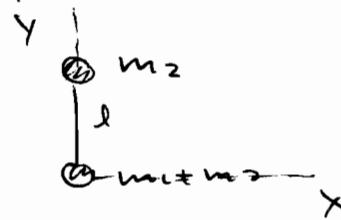
Datos:  $m_1, m_2, l, v_0$

(a)  $\vec{r}_{cm}, \vec{v}_{cm}$

(b)  $I_{cm}$

(c)  $\omega$

(a) Justo después del choque:



$x_{cm} = 0$

$$y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot 0 + m_2 \cdot l}{2m_2 + m_1}$$

$$\Rightarrow \vec{r}_{cm} = \frac{m_2 l}{2m_2 + m_1} \hat{j}$$

Como no hay fzas externas sobre el sistema

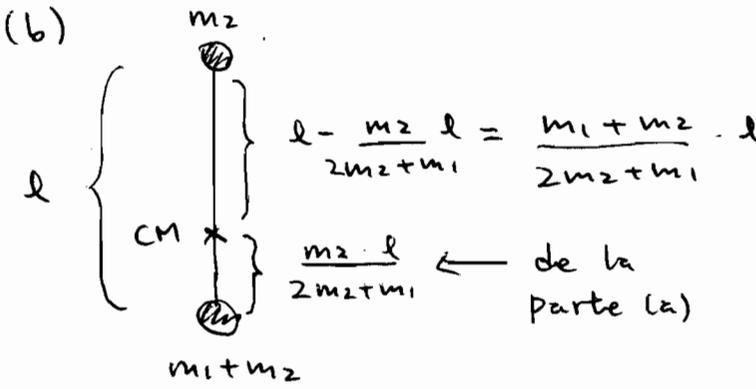
$$\Rightarrow (\vec{P}_{\text{sistema}})_{\text{antes colisión}} = (\vec{P}_{\text{sistema}})_{\text{después colisión}}$$

en x)  $m_1 v_0 = (2m_2 + m_1) v_{cmx} \Rightarrow v_{cmx} = \frac{m_1 v_0}{2m_2 + m_1}$

en y)  $0 = (2m_2 + m_1) v_{cmy} \Rightarrow v_{cmy} = 0$

entonces,

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1 v_0}{2m_2 + m_1} \hat{i}$$



$$I_{cm} = \sum_i m_i \vec{r}_i^2 = (m_1 + m_2) \left( \frac{m_2}{2m_2 + m_1} l \right)^2 + m_2 \left( \frac{m_1 + m_2}{2m_2 + m_1} l \right)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{cm} = \frac{m_2 (m_1 + m_2) l^2}{2m_2 + m_1}}$$

(c) No hay torque sobre el sistema q/r al pto 0.

$$\Rightarrow (L_0)_{\text{antes colisión}} = (L_0)_{\text{después colisión}}$$

$$\Rightarrow 0 = \vec{r}_{cm} \times M \vec{v}_{cm} + I_{cm} \cdot \vec{\omega}$$

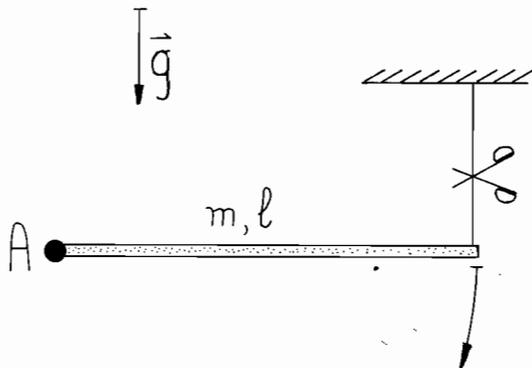
$$\Rightarrow 0 = \frac{m_2 l}{2m_2 + m_1} \hat{j} \times m_1 v_0 \hat{i} + \frac{m_2 (m_1 + m_2) l^2}{2m_2 + m_1} \omega \hat{k}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{v_0}{l}}$$

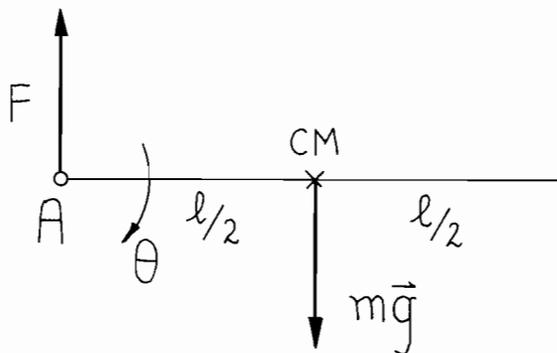
5. La barra larga y delgada de la figura puede girar, sin roce, alrededor del eje horizontal A muy cercano a su extremo.

a) Calcule la fuerza  $\vec{F}$  sobre el eje A en el instante que se corta el hilo que sostiene el extremo opuesto a A.

b) Calcule la fuerza  $\vec{F}$  sobre el eje en el instante que la barra se encuentra vertical.



**Solución:**



a) La ecuación de torque, con respecto al punto A, al momento de cortarse el hilo es

$$mg \frac{\ell}{2} = \frac{1}{3} m \ell^2 \ddot{\theta}. \quad (1)$$

Aquí,  $m\ell^2/3$  es el momento de inercia de la barra con respecto al punto de giro A y  $mg\ell/2$  es el torque ejercido por el peso con respecto al punto A. La aceleración angular inicial (al momento de cortarse el hilo) es  $\ddot{\theta}$ .

La componente  $\hat{\theta}$  de la ecuación de movimiento del centro de masa en el instante inicial es

$$mg - F = m \frac{\ell}{2} \ddot{\theta} \quad (2)$$

y, entonces, de (1) y (2) obtenemos:

$$F = mg \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}mg.$$

b) Suponiendo  $V = 0$  a la altura de A, por conservación de energía tenemos:

$$E_i = 0 = V + T_{cm} + T_{cr/cm},$$

en que  $V = -mg\ell \text{sen } \theta/2$ ,

$$T_{cm} = \frac{1}{2}m \frac{\ell^2}{4} \dot{\theta}^2$$

y

$$T_{cr/cm} = \frac{1}{2} \left( \frac{m\ell^2}{12} \right) \dot{\theta}^2,$$

pues el momento de inercia de una barra de largo  $\ell$ , con respecto al centro de masa, es  $I = m\ell^2/12$ .

De este modo,

$$0 = -mg \frac{\ell}{2} \text{sen } \theta + \frac{1}{6}m\ell^2 \dot{\theta}^2,$$

es decir,

$$m\ell \dot{\theta}^2 = 3mg \text{sen } \theta. \quad (3)$$

La componente  $\hat{\rho}$  de la ecuación de movimiento del centro de masa cuando  $\theta = 90^\circ$  es

$$-F + mg = -m \frac{\ell}{2} \dot{\theta}^2 \quad (4)$$

y, entonces, de (3) y (4)

$$F = mg + \frac{3}{2}mg = \frac{5}{2}mg.$$