**FI10B Introducción a la Física**
**Control Nº1**

**Pauta Pregunta 1**

a) Si conservamos momentum antes del impacto y una vez que el proyectil ha atravesado el bloque, tenemos

$$p_0 = p_1 \quad \mathbf{(1,0)}$$

$$m \cdot V_0 + 0 = M \cdot V_1 + m \cdot V_2$$

$$\Rightarrow \boxed{V_2 = V_0 - \frac{M}{m} V_1} \quad (1) \quad \mathbf{(0,5)}$$

Además si conservamos energía entre el instante en que el proyectil ha atravesado el bloque y el instante en que el bloque se ha movido la distancia máxima entonces

$$E1 = E2 \quad \mathbf{(1,0)}$$

$$\frac{1}{2} m \cdot V_2{}^2 + \frac{1}{2} M \cdot V_1{}^2 = \frac{1}{2} m \cdot V_2{}^2 + \frac{1}{2} K (\Delta x)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{V_1 = \sqrt{\frac{K}{M}} (\Delta x)} \quad (2)$$

$$(2) \xrightarrow{\text{en}} (1) \Rightarrow \boxed{V_2 = V_0 - \frac{M}{m} \sqrt{\frac{K}{M}} (\Delta x)} \quad \mathbf{(0,5)}$$

Nota: El impacto del proyectil sobre el bloque no es conservativo, luego no es correcto conservar energía antes y después del impacto.

b) La energía perdida en la colisión será

$$\boxed{\Delta E = E_1 - E_0} \quad \mathbf{(2,0)}$$

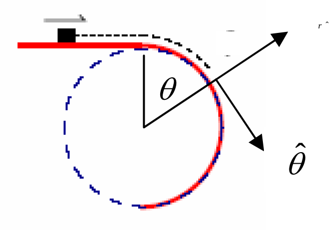
$$E_1 = \frac{1}{2} m \cdot V_2{}^2 + \frac{1}{2} M \cdot V_1{}^2$$

$$= \frac{1}{2} m \left( V_0 - \frac{M}{m} \sqrt{\frac{K}{M}} (\Delta x) \right)^2 + \frac{1}{2} M \frac{K}{M} (\Delta x)^2$$

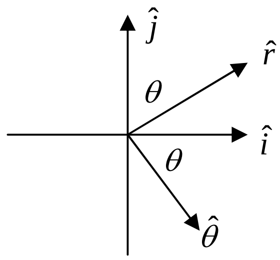
$$E_0 = \frac{1}{2} m V_0{}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E = \frac{1}{2} m \left( V_0 - \frac{M}{m} \sqrt{\frac{K}{M}} (\Delta x) \right)^2 + \frac{1}{2} K (\Delta x)^2 - \frac{1}{2} m V_0{}^2} \quad \mathbf{(1,0)}$$

**Pauta Pregunta 2**




Se definen coordenadas polares, y se define como $\theta_0$ el ángulo de desprendimiento

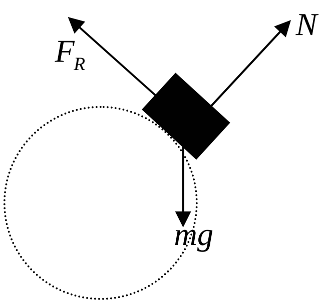



Proyección de $\hat{j}$ en $\hat{r}$ y $\hat{\theta}$:

$$\boxed{\hat{j} = \cos\theta \cdot \hat{r} - \sin\theta \cdot \hat{\theta}}$$

**(0,2 +0,2)**

DCL sobre la masa:




$$\vec{F} = -F_R \cdot \hat{\theta} + N \cdot \hat{r} - mg \cdot \hat{j}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = -F_R \cdot \hat{\theta} + N \cdot \hat{r} - mg\cos\theta \cdot \hat{r} + mg\sin\theta \cdot \hat{\theta}}$$

en que $F_R \le \mu N$

**(0,3 +0,3)**

Como la velocidad del pasillo es $V_0$ cte (y $V_{caja}=V_0$ antes del desprendimiento)

$$\boxed{a_c = -\frac{V_0^{\;2}}{R}\hat{r} \qquad , \qquad a_t = 0}$$

$a_c$ = ac.centrípeta
$a_t$ = ac.tangencial

$$\Rightarrow \qquad \hat{r}: \qquad -m\frac{V_0^{\;2}}{R} = N - mg\cos\theta$$

**(0,5 +0,5)**

$$\hat{\theta}: \qquad F_R = mg \cdot \sin\theta$$

**a)** Justo antes de deslizar: $F_R = \mu N$ **(1,0)**, de donde en $\hat{\theta}$:

$$\mu N = mg\sin\theta_0 \qquad \Rightarrow \qquad N = \frac{mg\sin\theta_0}{\mu}$$

Reemplazando en $\hat{r}$:

$$-m\frac{V_0^{\;2}}{R} = \frac{mg\sin\theta_0}{\mu} - mg\cos\theta_0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{-\frac{\mu V_0{}^2}{gR} = \sin\theta_0 - \mu\cos\theta_0} \qquad \textbf{(1,0)}$$

**b)** Justo en el instante en que la masa comienza a caer: $N = 0$ **(1,0)** , de donde en $\hat{r}$ :

$$-m\frac{V_0{}^2}{R} = 0 - mg\cos\theta_0$$

$$\boxed{\cos\theta_0 = \frac{V_0{}^2}{gR} \Rightarrow \theta_0 = \arccos\left(\frac{V_0{}^2}{gR}\right)} \quad \textbf{(1,0)}$$