

CI66J

**CI66J/CI71T
MODELACION NUMERICA DE AGUAS
SUBTERRANEAS**

**TEMA 4
MODELACION DE FLUJO EN SISTEMAS SATURADOS
OTOÑO 2006**



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL



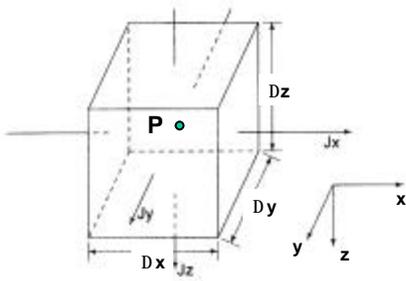
CI66J

- **ECUACION DE BALANCE**
- **REGIMEN PERMANENTE O TRANSIENTE**
- **EJEMPLOS DE SOFTWARE**



CI66J

Consideremos un volumen de control rectangular con dimensiones Dx , Dy y Dz , mientras que su centro de masa P se encuentra ubicado en las coordenadas (x,y,z) .



$$\underline{J} = \mathbf{r} \cdot \underline{v} \quad : \text{Flujo por unidad de \u00e1rea y tiempo} \quad v_x = -K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}$$



CI66J

Supongamos que el vector \underline{J} representa el flujo de masa (masa por unidad de \u00e1rea y tiempo) de agua con densidad ρ en el punto $P(x,y,z)$:

$$\underline{J} = \mathbf{r} \cdot \underline{v}$$

donde \underline{v} es el vector de descarga espec\u00edfica o velocidad de Darcy.

El flujo neto de masa en la direcci\u00f3n x , G_x , se puede escribir como:

$$G_x = \left(J_x \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}, y, z} - J_x \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}, y, z} \right) \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

En forma similar, en las direcciones y y z podemos escribir:

$$G_y = \left(J_y \Big|_{x, y-\frac{\Delta y}{2}, z} - J_y \Big|_{x, y+\frac{\Delta y}{2}, z} \right) \cdot \Delta x \cdot \Delta z$$

$$G_z = \left(J_z \Big|_{x, y, z-\frac{\Delta z}{2}} - J_z \Big|_{x, y, z+\frac{\Delta z}{2}} \right) \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$



CI66J

El flujo neto de masa dentro del área de control, G_T , está dado por la suma de las cantidades anteriores:

$$G_T = \left(J_x \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}, y, z} - J_x \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}, y, z} \right) \cdot \Delta y \cdot \Delta z + \left(J_y \Big|_{x, y-\frac{\Delta y}{2}, z} - J_y \Big|_{x, y+\frac{\Delta y}{2}, z} \right) \cdot \Delta x \cdot \Delta z + \left(J_z \Big|_{x, y, z-\frac{\Delta z}{2}} - J_z \Big|_{x, y, z+\frac{\Delta z}{2}} \right) \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

La masa de fluido almacenada dentro del volumen de control está dada por la densidad del fluido, la porosidad del medio y las características geométricas de éste, i.e.

$$M = \mathbf{r} \cdot n \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

Dado que las dimensiones del volumen de control se mantienen fijas en el tiempo, la tasa temporal de cambio de la masa almacenada dentro de éste es:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{r} \cdot n)$$



CI66J

Una forma alternativa de expresar la tasa de variación temporal de la masa almacenada dentro del volumen de control puede ser derivada a partir de la definición del almacenamiento específico, S_s .

$$S_s = \frac{\Delta V_w}{V_T \cdot \Delta h}$$

$$\Delta V_w = S_s \cdot V_T \cdot \Delta h$$

donde ΔV_w es el cambio en el volumen de agua liberado por un volumen de acuífero V_T cuando la carga hidráulica cambia en un Δh .

De esta forma, la tasa de variación temporal de la masa almacenada dentro del volumen de control $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$, suponiendo que el fluido no experimenta variación de densidad, es igual a:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \mathbf{r} \cdot S_s \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$



CI66J

Considerando la conservación de masa podemos igualar las expresiones anteriores:

$$G_T = \frac{\partial M}{\partial t}$$

para obtener:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\Delta x} \left(J_x \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}, y, z} - J_x \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}, y, z} \right) - \frac{1}{\Delta y} \left(J_y \Big|_{x, y+\frac{\Delta y}{2}, z} - J_y \Big|_{x, y-\frac{\Delta y}{2}, z} \right) - \\ & - \frac{1}{\Delta z} \left(J_z \Big|_{x, y, z+\frac{\Delta z}{2}} - J_z \Big|_{x, y, z-\frac{\Delta z}{2}} \right) = \mathbf{r} \cdot \mathbf{S}_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned}$$

Si tomamos el límite de la ecuación anterior cuando el tamaño del volumen de control se reduce, es decir, $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta y \rightarrow 0$, y $\Delta z \rightarrow 0$ podemos recordar la definición de una derivada parcial para escribir:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{J_x \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}, y, z} - J_x \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}, y, z}}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x} J_x$$



CI66J

De esta manera, al reemplazar la definición de una derivada parcial en la ecuación anterior se obtiene:

$$-\left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \right) = \mathbf{r} \cdot \mathbf{S}_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

lo que puede ser escrito en forma reducida como:

$$-\nabla \cdot \mathbf{J} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{S}_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{v}$$

Pero, dado que la variación de densidad del fluido es prácticamente nula:

$$-\nabla \cdot \mathbf{v} = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$



CI66J

Utilizando la ley de Darcy podemos desarrollar la ecuación anterior. Si suponemos que el medio poroso es heterogéneo y anisotrópico, y que el sistema de coordenadas x, y, z está alineado con las direcciones principales de anisotropía:

$$v_x = -K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$v_y = -K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$v_z = -K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z}$$

Substituyendo la ley de Darcy en la ecuación básica de continuidad:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Esta ecuación se puede resolver para h(x,y,z,t) por medio de diferentes programas:

MODFLOW - FEFLOW - AS2WIN - FEMWATER



CI66J

- ECUACION DE BALANCE
- **REGIMEN PERMANENTE O TRANSIENTE**
- EJEMPLOS DE SOFTWARE



CI66J

Anteriormente desarrollamos una ecuación diferencial que describe el flujo de agua subterránea al interior de un acuífero, y su efecto sobre los niveles de energía o piezométricos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_y \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Esta ecuación requiere la incorporación de dos condiciones de borde y una condición inicial para ser completamente resuelta.

Una posible simplificación de este enfoque corresponde a la condición de régimen permanente, en la cual se supone que el sistema alcanza un equilibrio y los niveles de energía se estabilizan.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$



CI66J

- ECUACION DE BALANCE
- REGIMEN PERMANENTE O TRANSIENTE
- EJEMPLOS DE SOFTWARE
 - Visual MODFLOW
 - Interactive Ground Water (IGW)
 - FEFLOW
 - FEMWATER



CI66J

Visual MODFLOW

Uno de los modelos más ampliamente difundidos a nivel mundial para la modelación del flujo de aguas subterráneas es Visual MODFLOW, el que en su versión comercial incorpora otros programas, MT3D y RT3D, los cuales resuelven problemas de transporte y degradación de contaminantes respectivamente.

Estos modelos son capaces de resolver simulaciones en tres dimensiones y están íntimamente relacionados, pues los resultados del problema de flujo (entregado por Visual MODFLOW) son utilizados por MT3D para resolver el problema de transporte de contaminantes y la solución de este problema es utilizada por RT3D para obtener, a su vez, la solución de la atenuación del contaminante, en el caso de tratarse de un contaminante reactivo.



MODFLOW

CI66J

Visual MODFLOW

Presenta ventajas en la representación gráfica de los sistemas a modelar, facilitando la entrada de datos para definir el escenario de simulación. Asimismo presenta ventajas en la representación de los resultados entregados.

Es capaz de representar el fenómeno de manera cuasi-tridimensional.

El esquema de resolución numérico empleado por el modelo corresponde a un esquema de diferencias finitas, el cual entrega soluciones aceptables a los problemas modelados, a través de una metodología numéricamente sencilla.



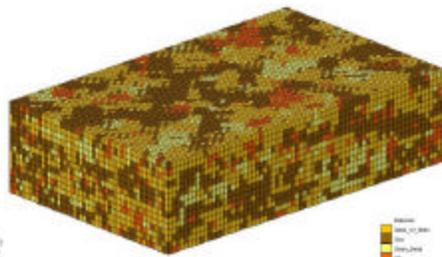
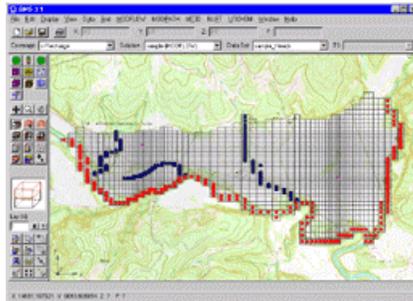
MODFLOW

CI66J

ASPECTOS GENERALES



CI66J



CI66J

MT3D - RT3D

El empleo del modelo MT3D para resolver un problema de transporte en un sistema de aguas subterráneas, completamente saturado y en tres dimensiones, se justifica por su estrecha relación con el modelo de flujo Visual MODFLOW, en cuanto al ingreso de información, entrega de resultados, capacidad de representar fenómenos en tres dimensiones, etc.

Además vienen incorporados en un solo paquete en las versiones comerciales de estos modelos.

Modelo de diferencias finitas de la ecuación de transporte de contaminantes (advección dispersión).



MT3D - RT3D

CI66J

MT3D - RT3D

Están íntimamente relacionado con el modelo de flujo escogido (Visual MODFLOW).

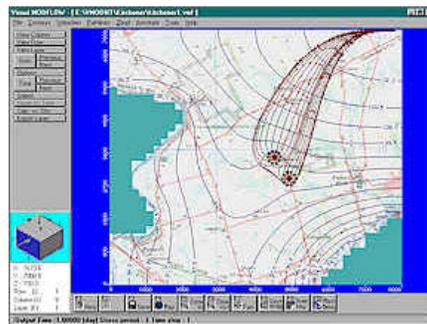
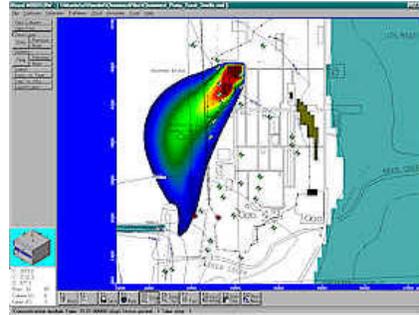
Es capaz de resolver problemas de transporte (ocupando módulos que simulan diversas reacciones químicas y bioquímicas) y degradación de múltiples especies.

Para la resolución de la degradación del contaminante, RT3D posee dos alternativas; a través de módulos de reacción incorporados en el mismo programa o a través de la creación, por parte del mismo usuario del algoritmo (en lenguaje FORTRAN), de la reacción para un caso particular de algún contaminante que se quiera estudiar.



MT3D - RT3D

CI66J



MT3D - RT3D

CI66J

- ECUACION DE BALANCE
- REGIMEN PERMANENTE O TRANSIENTE
- **EJEMPLOS DE SOFTWARE**
 - Visual MODFLOW
 - **Interactive Ground Water (IGW)**
 - FEFLOW
 - FEMWATER

CI66J

2002 Premier Award
2002 National Science Foundation Showcase

Interactive Ground Water - IGW

Groundwater Modeling

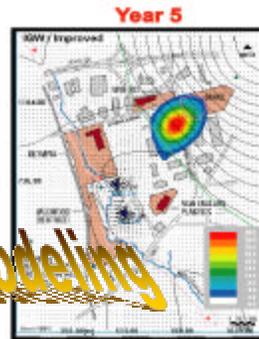
A Real-time, Interactive, and Visual Software System for
Unified Deterministic & Stochastic

Shu-Guang Li, Qun Liu, Huasheng Liao and Qinsheng Huang
Department of Civil and Environmental Engineering
College of Engineering, Michigan State University



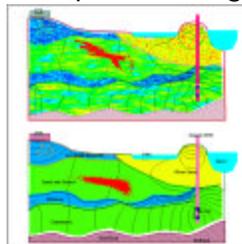
A Completely Window-Based and Point-and-Click Groundwater Environment
REAL-TIME MODELING, REAL-TIME VISUALIZATION, REAL-TIME
ANALYSIS, REAL-TIME PRESENTATION

CI66J



Groundwater Modeling

<http://www.egr.msu.edu/~lishug/research/igw/>



CI66J

ASPECTOS GENERALES

- Basado en Diferencias Finitas.
- Modelación conceptual, gráfica e interactiva.
- Simulación interactiva y visualización de resultados en tiempo real (flujo y transporte)
- Modelación a distintas escalas.
- Incorporación de información gráfica para comenzar con proceso de modelación.
- Soporte técnico.



CI66J

ASPECTOS GENERALES

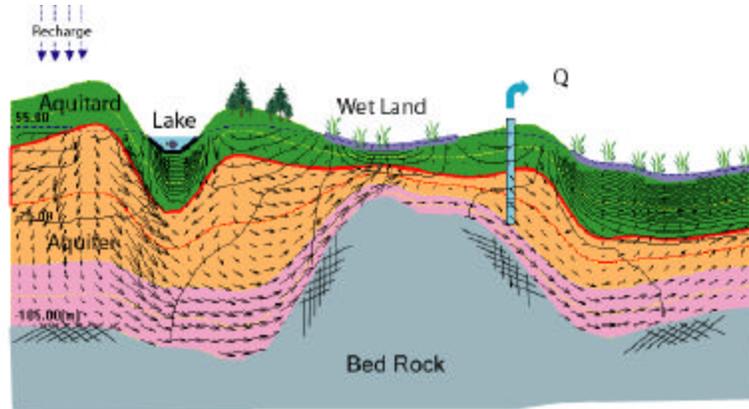
- Manejo más simple del “software” permite concentrarse en el desarrollo de adecuados modelos conceptuales.
- Enriquece docencia y aprendizaje.
- Nuevo modelo o enfoque de modelación.
 - Modelación de flujo
 - rastreo de partículas
 - modelación de transporte de contaminantes
 - Modelación de flujo y transporte en pequeñas escalas
 - Balance de masa y procesamiento de datos
 - Representación espacial



CI66J

EJEMPLO 1

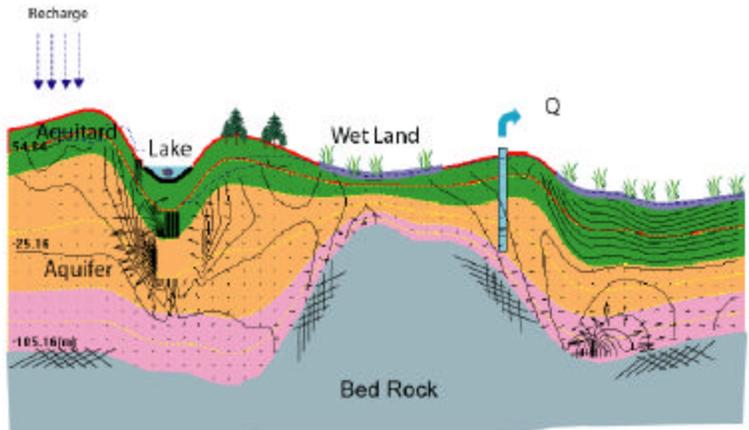
Flujo en 3D en un acuífero de tres estratos (ayers) caracterizado por elevaciones de agua variables y un sistema complejo de fuentes y sumideros. Acuífero es anisotrópico.



CI66J

EJEMPLO 1

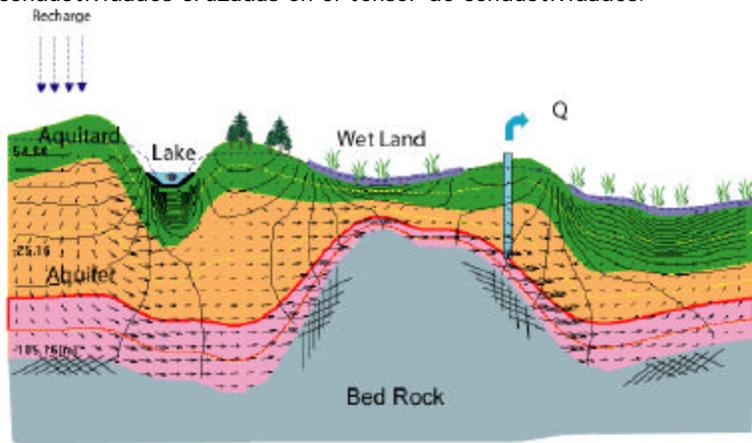
Falla en esquema tradicional de DF por matriz mal condicionada que impide convergencia adecuada.



CI66J

EJEMPLO 1

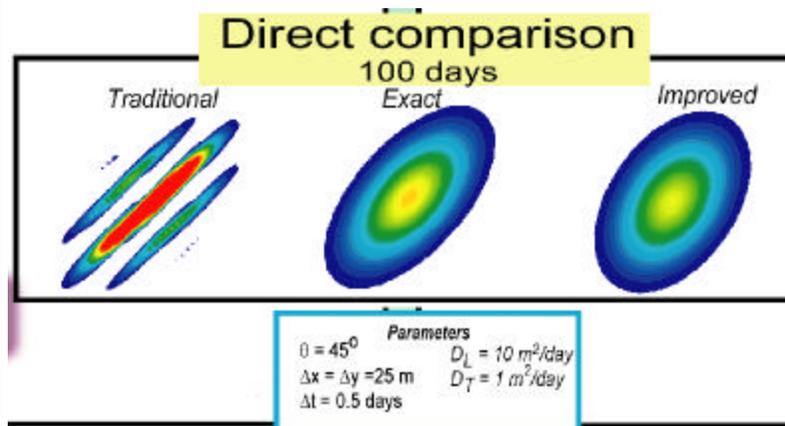
Falla en esquema tradicional de MODFLOW debido a que se ignora conductividades cruzadas en el tensor de conductividades.



CI66J

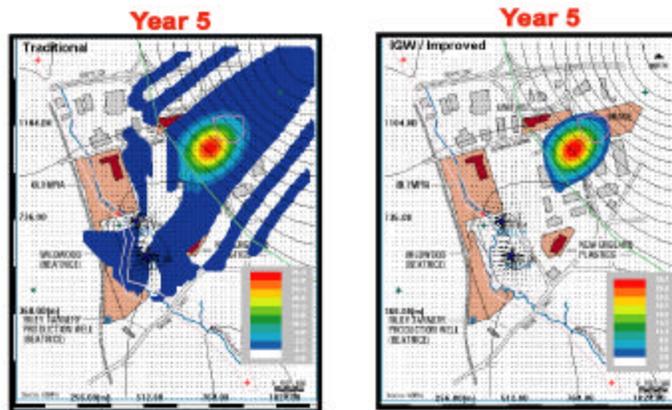
EJEMPLO 2

Transporte de una pluma de contaminante en un flujo uniforme de 30° con el eje horizontal.



EJEMPLO 3

Transporte de un contaminante conservativo en el sitio Woburn ("A Civil Action").



- ECUACION DE BALANCE
- REGIMEN PERMANENTE O TRANSIENTE
- EJEMPLOS DE SOFTWARE
 - Visual MODFLOW
 - Interactive Ground Water (IGW)
 - FEFLOW
 - FEMWATER

CI66J

ASPECTOS GENERALES

Feflow es un modelo numérico que permite combinar en forma total un manejo gráfico, con sofisticadas herramientas de análisis y algoritmos de cálculo muy robustos que permiten abordar problemas del siguiente tipo:

- Flujos de densidad variable (salt water intrusion)
- Flujo permanente e impermanente
- Flujo saturado y no saturado
- Múltiples superficies libres (acuíferos colgados)
- Transporte de masas y calor



CI66J

ASPECTOS GENERALES

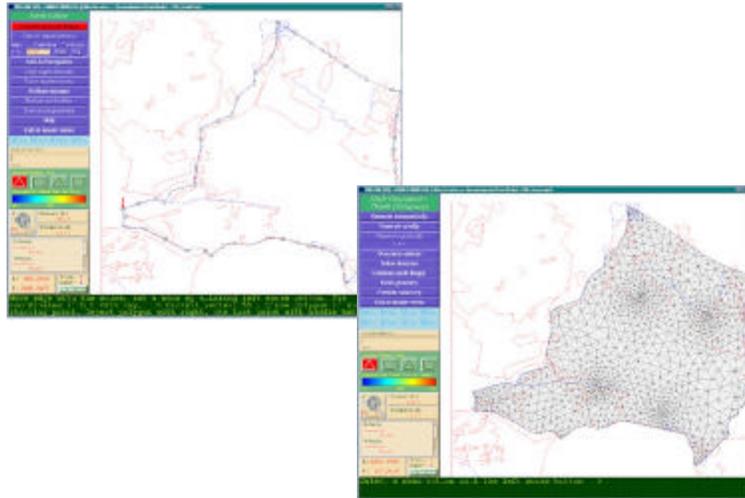
FEFLOW fue diseñado para cumplir con requerimientos de profesionales en modelación, involucrados con complejos proyectos de modelación de aguas subterráneas. Los componentes primarios de FEFLOW incluyen:

- Una completa selección de herramientas gráficas que permiten construir la malla de elementos finitos, asignar propiedades y definir condiciones de borde.
- Se incluye una interface para interacción con ArcInfo (ESRI) GIS.
- Técnicas de solución y algoritmos muy robustos.
- Interpretación de datos en tiempo real.
- Visualización en 3D.



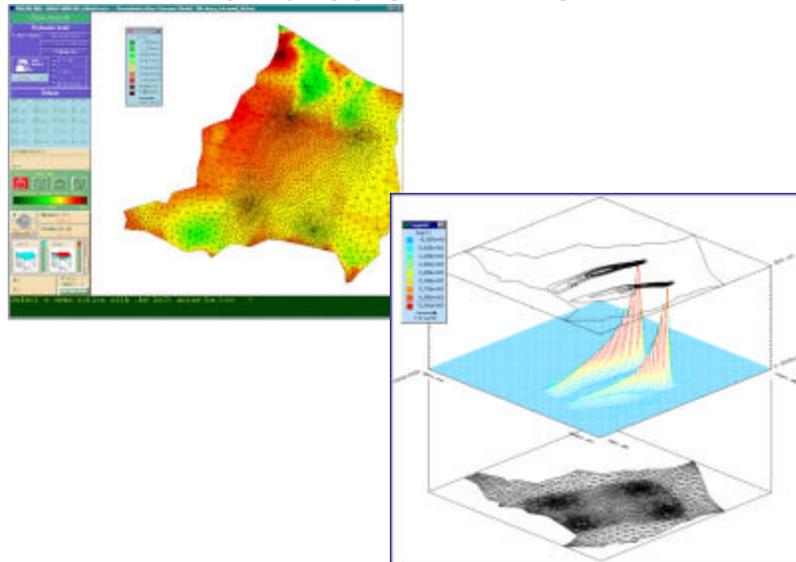
CI66J

ASPECTOS GENERALES



CI66J

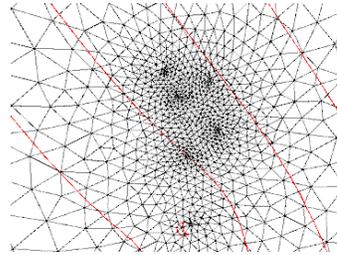
ASPECTOS GENERALES



CI66J

ASPECTOS DESTACADOS

- Generación de una malla
- Refinamiento de una malla
- Asignación de propiedades
- Visualización de resultados
- Balance de masas
- Compatibilidad con ARC-INFO
- Europeo



CI66J

- ECUACION DE BALANCE
- REGIMEN PERMANENTE O TRANSIENTE
- **EJEMPLOS DE SOFTWARE**
 - Visual MODFLOW
 - Interactive Ground Water (IGW)
 - FEFLOW
 - **FEMWATER**



CI66J

ASPECTOS GENERALES

FEMWATER es un modelo numérico 3D que permite simular flujo y transporte de contaminantes en aguas subterráneas, en las zonas saturada y no saturada del suelo.

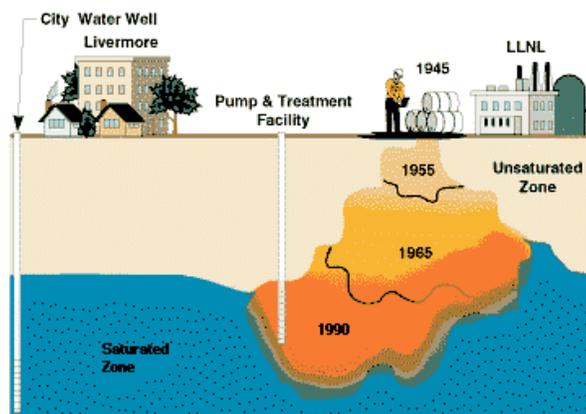
Permite modelar sistemas de geometría muy compleja y permite reproducir la estratigrafía y condiciones de borde reales. Maneja sin problemas sistemas muy heterogéneos.

Como desventaja está el gran consumo de memoria, la solución toma un gran tiempo y no siempre converge. Falta desarrollo.



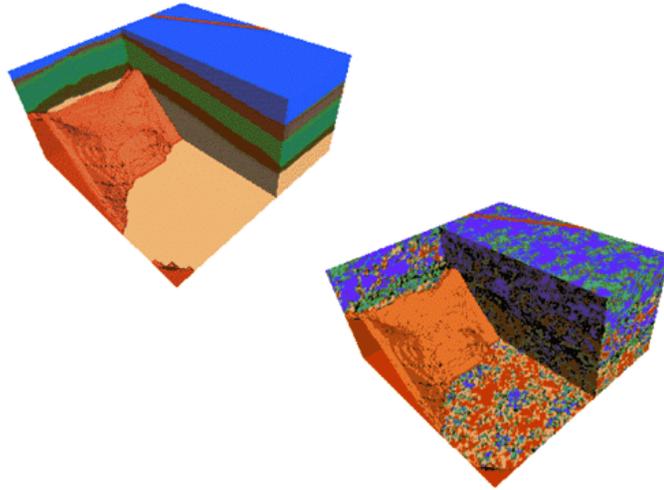
CI66J

REMEDIACION DE SITIO CONTAMINADO



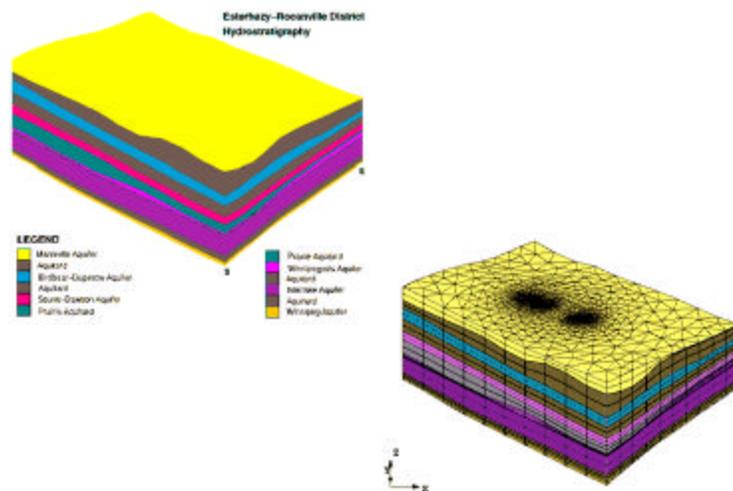
CI66J

MANEJO DE HETEROGENEIDAD



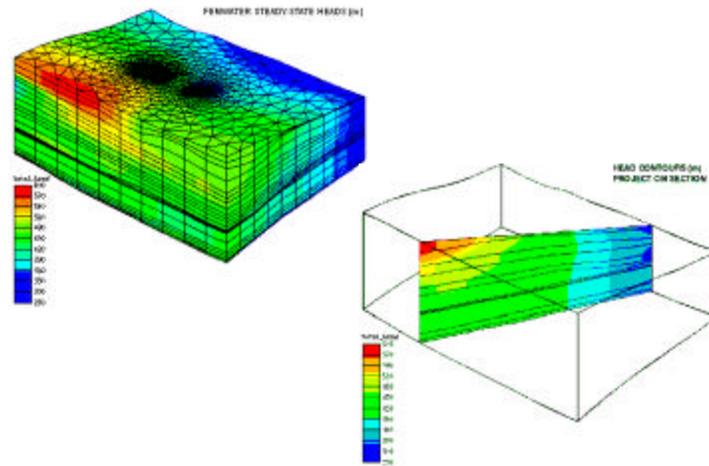
CI66J

GENERACION DE MALLA



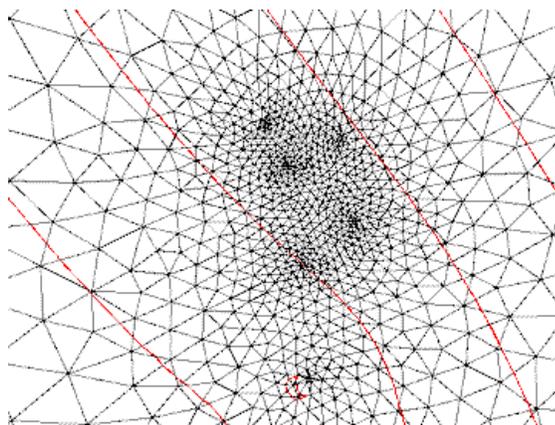
CI66J

VISUALIZACION DE RESULTADOS



CI66J

REFINAMIENTO DE UNA MALLA



CI66J

ASPECTOS DESTACADOS

- Generación de una malla
- Refinamiento de una malla
- Asignación de propiedades
- Visualización de resultados
- Balance de masas
- EEUU

