CI666/CI71Q – HIDRODINÁMICA AMBIENTAL

Semestre Otoño 2006

Profs.: Aldo Tamburrino T. y Yarko Niño C.

TAREA 1

Personal e individual
La copia será castigada

Fecha de entrega: Lunes 24 de abril
NO SE ACEPTAN ATRASOS

Problema 1.- DIFUSIÓN MOLECULAR

Fibras microporosas se utilizan para reoxigenar cuerpos de agua. Ellas consisten en tubos cilíndricos de diámetro muy pequeño y paredes que permiten el flujo de oxígeno desde el interior de la fibra a la masa de fluido. En este problema se pide determinar la variación de oxígeno disuelto en el agua contenida en un estanque de grandes dimensiones, tapado, debido al flujo desde una fibra microporosa ubicada en el centro. La fibra tiene un diámetro externo d_0, muy pequeño comparado con las dimensiones del estanque, y puede considerarse que la concentración de oxígeno disuelto en su interior es la de saturación (C_s). La concentración inicial del oxigeno en el agua es C_0. El cuerpo de agua varía su temperatura en el tiempo, haciendo que el coeficiente de difusión también sea función del tiempo. Considerar que la variación de concentración está dada por $D = D_0 + \delta\ \mathrm{sen}(\omega t)$, donde δ y ω son constantes. Se pide:

i) Determinar la concentración de oxígeno disuelto en el estanque (buscar soluciones autosimilares de la ecuación de difusión en coordenadas cilíndricas)
ii) Graficar la variación de la concentración en el tiempo, para una posición dada. Comparar los casos $\delta = 0$ y $\delta \neq 0$.
iii) Graficar la variación de la concentración según r, para un tiempo dado. Comparar los casos $\delta = 0$ y $\delta \neq 0$.
iv) Determinar el flujo de oxígeno desde la fibra en función del tiepo. Graficar el resultado y comparar los casos $\delta = 0$ y $\delta \neq 0$.

Ayuda

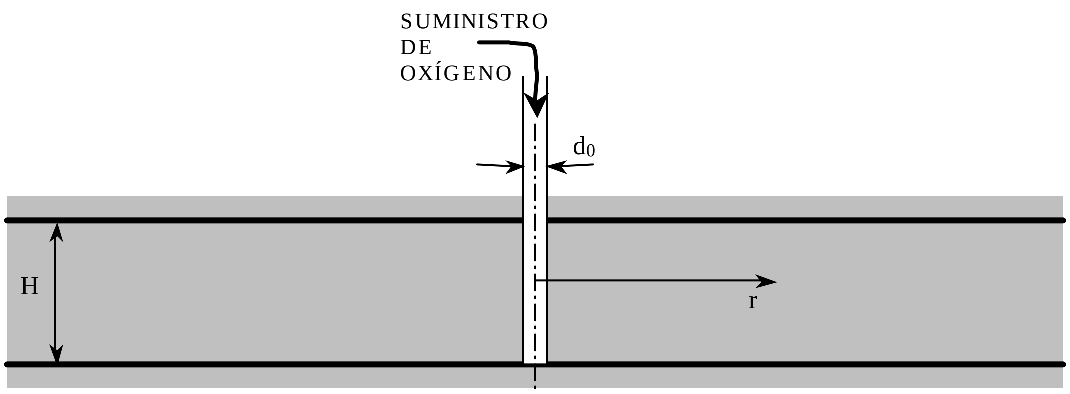
La ecuación de difusión en coordenadas cilíndricas para un flujo axisimétrico en un medio en reposo está dada por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right)$$

© Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile

Si D es función del tiempo, la ecuación anterior es fácil de resolver mediante el cambio de variables $\tau = \int D dt$, con lo que resulta:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right)$$



Problema 2- **DISPERSIÓN LONGITUDINAL DEBIDO AL PERFIL TRANSVERSAL DE VELOCIDADES**

A partir de mediciones en cauces naturales, Bogle (1997) propuso la siguiente distribución de velocidades en un cauce:

$$\frac{u}{U} = A_q + B_q \eta^2 + C_q \eta^4$$

donde:

$\eta = 2\frac{y}{W} - 1$, siendo y la coordenada transversal, medida desde el eje del cauce y 2W el ancho superficial,
u es la velocidad longitudinal promedio en la posición transversal y,
U es la velocidad media en la sección de escurrimiento,
A_q, B_q y C_q son coeficientes empíricos dados por: $B_q = 5A_q - 7{,}5$; $C_q = -7A_q + 7{,}5$ y A_q un parámetro característico de cada cauce, en el rango 1 – 1,5.

El coeficiente de difusión transversal puede estimarse como

$$\varepsilon_t = \gamma \varepsilon_v$$

© Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile

donde $\gamma \sim 2{,}26$ es un coeficiente empírico. ε_v es el coeficiente de difusión vertical y que se supone igual al coeficiente de difusión de momentum:

$$\varepsilon_v = \kappa H u_* \xi(1-\xi)$$

donde $\xi = \frac{z}{H}$, siendo H la profundidad del flujo en la posición y.

Con estos antecedentes, se pide calcular el coeficiente de dispersión longitudinal *debido a la variación transversal del perfil de velocidades* (en clases lo hicimos considerando un flujo 2-D y Un variación de la velocidad en la vertical). En este caso, el coeficiente se define como:

$$K = -\frac{1}{A}\int_{-W}^{W} Hu'' \int_{-W}^{y} \frac{1}{\varepsilon_t H}\int_{-W}^{y} Hu''\, dy dy dy$$

donde A es el área de escurrimiento, y u'' es la desviación de la velocidad promedio vertical en la posición y respecto a la velocidad media de la sección, U.

Calcular también, el factor de forma I, que resulta de usar las variables adimensionales siguientes:

$$u^+ = \frac{u''}{\sqrt{\overline{u''}}} \qquad y^+ = \frac{y}{W} \qquad H^+ = \frac{H}{\overline{\overline{H}}} \qquad \varepsilon_t^+ = \frac{\varepsilon_t}{\overline{\varepsilon}_t}$$

$\overline{H} = \frac{A}{2W}$ es la altura media de la sección y $\overline{\varepsilon}_t = \frac{1}{2W}\int_{-W}^{W}\int_{0}^{H} \varepsilon_t dydz$ es el coeficiente de difusión transversal promedio. Usando estas variables el factor de forma queda definido como:

$$I = -\int_{-1}^{1} H^+ u^+ \int_{0}^{y^+} \frac{1}{H^+ \varepsilon_t^+}\int_{0}^{y^+} H^+ u^+ dy^+ dy^+ dy^+$$

y el coeficiente de dispersión se escribe como:

$$K = I\frac{\overline{u^{+2}}(2W)^2}{\overline{\varepsilon}_t}$$

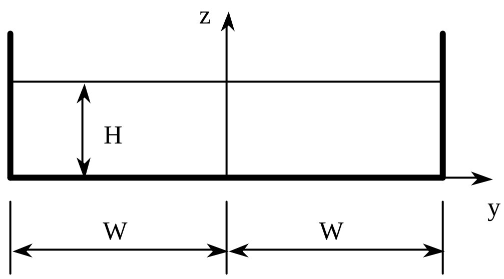
Hacer el cálculo considerando que la pendiente del cauce es de 0,01%, la velocidad media U = 0,55 m/ y el coeficiente de rugosidad de Manning es n = 0,03. Las secciones de escurrimiento son:

© Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile

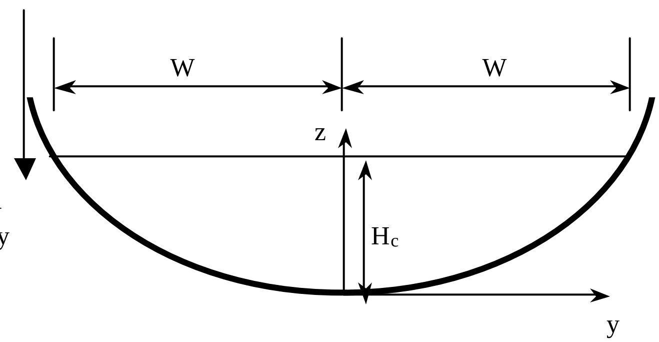
i) Rectangular, de ancho 2W = 100 m

ii) El perfil parabólico propuesto por Mironenko et al. (1984) dado por la relación:

$$\frac{H}{H_c} = 1 - \left(\frac{y}{W}\right)^2$$



SECCIÓN RECTANGULAR



SECCIÓN PARABÓLICA

Problema 3.- CÁLCULO DE K_X A PARTIR DE MEDICIONES EN TERRENO

Para la determinación de las características de mezcla y transporte en un río, se descargó un trazador en un cauce y se midió su paso en dos estaciones, ubicadas a 20,7 y 28,8 km, respectivamente, del punto de descarga. La velocidad de convección se midió a partir de la ubicación del máximo de la distribución de concentración del trazador, resultando un valor de 9 km/día. En la figura se muestra las mediciones de concentración en las dos estaciones, habiéndose transformado la variable tiempo del eje de las abscisas a distancia. El máximo de la concentración pasó por la primera estación 2,3 días después de descargado el trazador y por la segunda estación pasó 3,2 días de la descarga. Los círculos llenos corresponde a mediciones hechas en la ribera sur del cauce y los círculos abiertos a mediciones en la ribera norte.

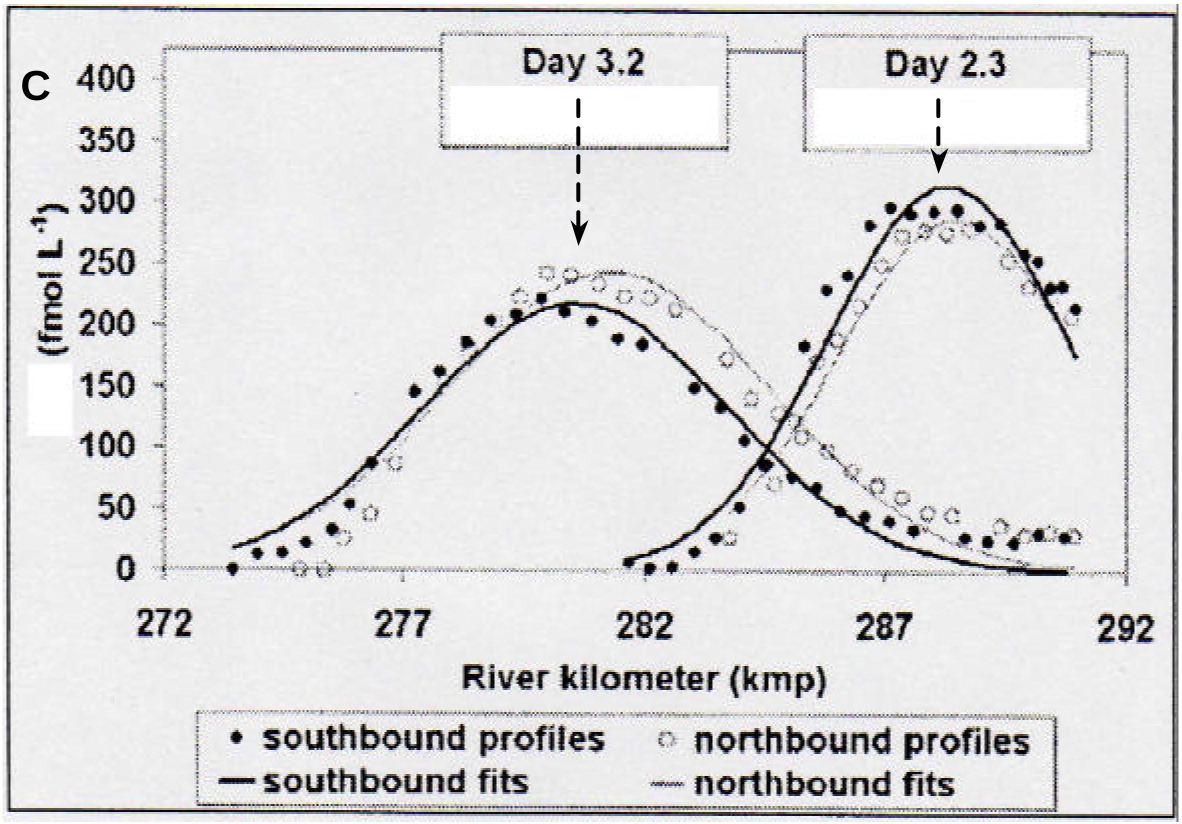
Se pide determinar el coeficiente de dispersión longitudinal, K_x de dos formas:

i) Usando la solución de la ecuación diferencial que describe el fenómeno

ii) A partir de $K_x = \frac{1}{2}\frac{d\sigma^2}{dt} \approx \frac{1}{2}\frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{t_2 - t_1}$

Indicar todos los supuestos y aproximaciones para determinar K_x, discutir los resultados y explicar las diferencias que existan entre los valores que arrojan los dos métodos.

© Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile



© Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile