Control 3 CI52R: Estructuras de Acero

Semestre Otoño 2006

Prof.: R. Herrera, Aux.: P. Correa

P1. Para la estructura de la figura, se pide verificar las vigas de techo. El marco está arriostrado fuera del plano en todos los nudos. ¿Cuánto vale la máxima carga de viento que puede soportar la estructura (basado en la capacidad de las vigas)?

Bases de diseño:

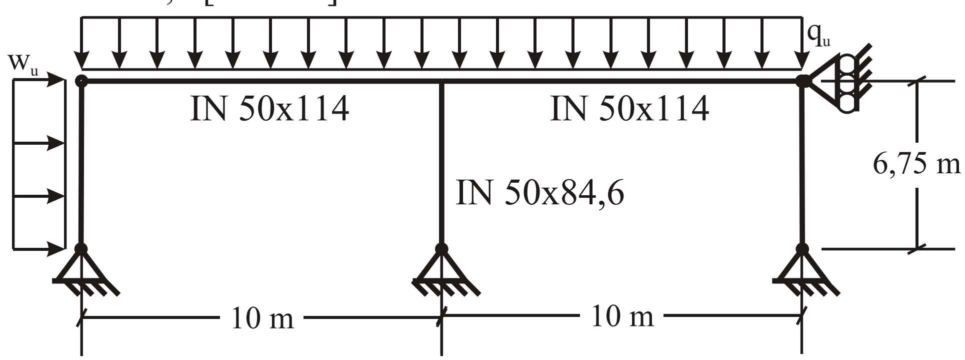
a) Acero A42-27ES.

b) Norma AISC-2005 (LRFD).

c) Usar combinaciones de carga ASCE-7.

d) Solicitaciones:

PP:	q = 1,5 [Tonf/m]
SC:	q = 2,5 [Tonf/m]
Viento:	w = 1,3 [Tonf/m]

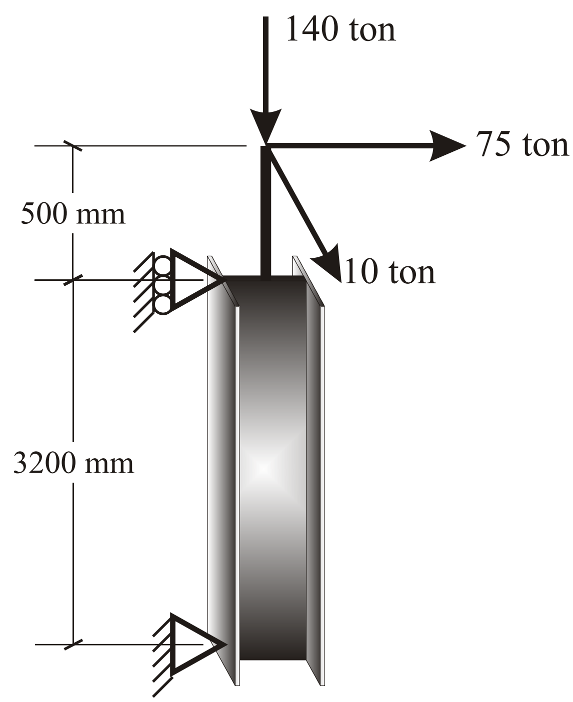


P2. Encuentre la columna HN más liviana que soporte las cargas mayoradas indicadas. La columna está arriostrada lateralmente en los apoyos .

Bases de diseño:

a) Acero A37-24ES.

b) Norma AISC-2005 (LRFD).



CI52R – Estructuras de Acero

Semestre Otoño 2006

Profesor: Ricardo Herrera M. Auxiliar: Phillipo Correa M.

Control 2 (Pauta)

Pregunta 1

1. Análisis Estructural

$\mathrm{tonf} := 1000\mathrm{kgf}$

$\mathrm{MPa} := 1\,10^{6}\mathrm{Pa}$

$F_y := 2.7\dfrac{\mathrm{tonf}}{\mathrm{cm}^2}$ $\quad E := 200000\mathrm{MPa}$ $\quad$ Acero A42-27ES

Vigas IN 50X114

$b_f := 30\mathrm{cm}$ $\quad d := 50\mathrm{cm}$ $\quad t_w := 8\mathrm{mm}$ $\quad t_f := 18\mathrm{mm}$ $\quad h := d - 2t_f$

$A_g := 145\mathrm{cm}^2$ $\quad I_x := 69400\mathrm{cm}^4$ $\quad S_x := 2780\mathrm{cm}^3$ $\quad Z_x := 3030\mathrm{cm}^3$ $\quad r_x := 21.9\mathrm{cm}$

$I_y := 8100\mathrm{cm}^4$ $\quad S_y := 540\mathrm{cm}^3$ $\quad Z_y := 817\mathrm{cm}^3$ $\quad r_y := 7.47\mathrm{cm}$

$J := 125\mathrm{cm}^4$ $\quad C_w := 4.70\cdot10^{6}\mathrm{cm}^6$

$q_{DL} := 1.5\dfrac{\mathrm{tonf}}{\mathrm{m}}$ $\quad q_{LL} := 2.5\dfrac{\mathrm{tonf}}{\mathrm{m}}$ $\quad w_W := 1.3\dfrac{\mathrm{tonf}}{\mathrm{m}}$

$H := 6.75\mathrm{m}$ $\quad L := 10\mathrm{m}$ $\quad K_y := 1$

Hay que verificar las vigas para dos combinaciones de carga: peso propio, sobrecarga y viento, y peso propio y sobrecarga.

Primero analizamos la combinación de flexocompresión (peso propio, sobrecarga y viento):

$q_u := 1.2q_{DL} + 0.5q_{LL}$ $\qquad q_u = 3.05\dfrac{\mathrm{tonf}}{\mathrm{m}}$

$w_u := 1.3w_W$ $\qquad w_u = 1.69\dfrac{\mathrm{tonf}}{\mathrm{m}}$

La estructura puede analizarse por separado para las cargas verticales y laterales.
(i) Para el caso de cargas verticales, se puede resolver como una viga continua de dos tramos o dos vigas empotradas en la columna del medio y simplemente apoyadas en las columnas exteriores. Entonces, el momento maximo en las vigas se produce sobre la columna del medio y es igual a

$$M_{maxq} := \frac{q_u \cdot L^2}{8} \qquad M_{maxq} = 38.125\,tonf \cdot m$$

$$P_{maxq} := 0tonf$$

$$V_{maxq} := \frac{5}{8} q_u \cdot L \qquad V_{maxq} = 19.062\,tonf$$

(ii) Para la carga lateral, la columna de la izquierda se comporta como una viga simplemente apoyada. Si despreciamos la deformacion axial, la reaccion superior de esta "viga" se traspasa a traves de las vigas del marco al apoyo en el extremo superior de la columna de la derecha, generando solo esfuerzo axial en las vigas

$$P_{maxw} := \frac{w_u \cdot H}{2} \qquad P_{maxw} = 5.704\,tonf$$

$$M_{maxw} := 0tonf \cdot m \qquad V_{maxw} := 0tonf$$

Notamos que la viga es un elemento arriostrado (sus extremos no pueden desplazarse) por lo tanto

$$M_{nt} := M_{maxq} + M_{maxw} \qquad M_{nt} = 38.125\,tonf \cdot m \qquad M_{lt} := 0tonf \cdot m$$

$$P_{nt} := P_{maxq} + P_{maxw} \qquad P_{nt} = 5.704\,tonf \qquad P_{lt} := 0tonf$$

$$V_u := V_{maxq} + V_{maxw} \qquad V_u = 19.062\,tonf$$

Ademas, ambas vigas estan sometidas al mismo estado de esfuerzos, por lo tanto basta con verificar una sola.

Compresion:

(i) Relaciones de esbeltez

Global $\quad \frac{K_y \cdot L}{r_y} = 133.869 \quad < \quad 200 \quad$ OK

Alas $\quad k_c := \frac{4}{\sqrt{\frac{h}{t_w}}} \quad k_c = 0.525 \quad 0.64\sqrt{\frac{k_c \cdot E}{F_y}} = 12.748 \quad > \quad \frac{b_f}{2t_f} = 8.333$ => alas no esbeltas

Alma $\quad 1.49\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 40.95 \quad < \quad \frac{h}{t_w} = 58$ => alma esbelta

(ii) Resistencia nominal

- Elementos no atiesados (alas), Q

$0.64\sqrt{\frac{k_c \cdot E}{F_y}} = 12.748$ > $\frac{b_f}{2t_f} = 8.333$ => $Q_s := 1.0$

- Elementos atiesados (alma), Q_a

Necesitamos determinar $f = F_{cr}$ para Q=1. Para eso hay que calcular K_x

El extremo izquierdo de la viga esta simplemente apoyada, por lo tanto $G_A := 10$

Para el extremo derecho $I_c := 48400\text{cm}^4$

$$G_B := \frac{2\frac{E \cdot I_x}{L}}{1.5 \cdot \frac{E \cdot I_c}{H}} \qquad G_B = 1.29$$

$$f(K) := \frac{G_A \cdot G_B}{4} \cdot \left(\frac{\pi}{K}\right)^2 + \frac{G_A + G_B}{2}\left(1 - \frac{\frac{\pi}{K}}{\tan\left(\frac{\pi}{K}\right)}\right) + \frac{2\tan\left(\frac{\pi}{2K}\right)}{\frac{\pi}{K}} - 1$$

$K_x := \text{root}(f(K), K, 0.5, 0.9)$ $K_x = 0.878$

$\lambda_x := \frac{K_x \cdot L}{r_x}$ $\lambda_x = 40.103$ $\lambda_y := \frac{1.0 \cdot L}{r_y}$ $\lambda_y = 133.869$ > $4.71\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 129.448$

$F_e := \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2}$ $F_e = 110.147\,\text{MPa}$

$F_{cr} := 0.877 \cdot F_e$ $F_{cr} = 96.599\,\text{MPa}$

$\frac{h}{t_w} = 58$ < $1.49\sqrt{\frac{E}{F_{cr}}} = 67.798$ Entonces $Q_a := 1$

- Resistencia nominal

$P_n := F_{cr} \cdot A_g$ $P_n = 142.829\,\text{tonf}$ $\phi_c := 0.9$

- Demanda

$P_r := P_{nt}$ ($P_{lt} = 0$)

$P_r = 5.704\,\text{tonf}$ < $\phi_c \cdot P_n = 128.547\,\text{tonf}$ OK

Flexion:

(i) Limites de esbeltez

$0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 10.444$ > $\frac{b_f}{2t_f} = 8.333$ ala compacta

$3.76\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 103.338$ > $\frac{h}{t_w} = 58$ alma compacta

(ii) Lp y Lr

Lp:

$L_p := 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ $L_p = 3.613\ m$ < $L = 10\ m$

Lr:

$r_{ts} := \sqrt{\frac{\sqrt{I_y \cdot C_w}}{S_x}}$ $r_{ts} = 8.378\,cm$ $c := 1$

$h_o := d - t_f$ $h_o = 48.2\,cm$

$$L_r := 1.95 r_{ts} \cdot \frac{E}{0.7F_y} \cdot \sqrt{\frac{J \cdot c}{S_x \cdot h_o}} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \cdot \left(\frac{0.7F_y}{E} \cdot \frac{S_x \cdot h_o}{J \cdot c}\right)^2}}$$

$L_r = 10.454\ m$ > $L = 10\ m$

(iii) Resistencia nominal

Volcamiento

$$M(x) := \frac{3}{8} q_u \cdot L \cdot x - \frac{q_u}{2} x^2$$

$M_{max} := |M(L)|$ $M_{max} = 38.125\,tonf \cdot m$ $M_A := \left|M\left(\frac{L}{4}\right)\right|$ $M_A = 19.062\,tonf \cdot m$

$M_B := \left|M\left(\frac{L}{2}\right)\right|$ $M_B = 19.062\,tonf \cdot m$ $M_C := \left|M\left(\frac{3L}{4}\right)\right|$ $M_C = 0\,tonf \cdot m$

$R_m := 1$ seccion doble-T con doble simetria

$$C_b := \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m$$ $C_b = 2.083$

$M_p := F_y \cdot Z_x$ $\quad\quad$ $M_p = 81.81\,\text{tonf}\cdot\text{m}$

$$M_{n\_volc} := C_b \cdot \left[M_p - \left(M_p - 0.7F_y \cdot S_x\right) \cdot \frac{L - L_p}{L_r - L_p} \right] \quad\quad M_{n\_volc} = 113.507\,\text{tonf}\cdot\text{m}$$

Entonces

$M_n := \min\left(M_p, M_{n\_volc}\right)$ $\quad\quad$ $M_n = 81.81\,\text{tonf}\cdot\text{m}$ $\quad\quad$ $\phi_b := 0.9$

(iv) Demanda:

No hay momentos M_{lt} por lo tanto no es necesario calcular B_2

$C_m := 1.0$ $\quad\quad$ $\alpha := 1$

$$P_{el} := \frac{\pi^2 E \cdot I_x}{K_x \cdot L^2} \quad\quad P_{el} = 1591\,\text{tonf}$$

$$B_1 := \frac{C_m}{1 - \alpha \cdot \frac{P_r}{P_{el}}} \quad\quad B_1 = 1.004$$

Entonces $\quad$ $M_r := B_1 \cdot M_{nt}$ $\quad\quad$ $M_r = 38.262\,\text{tonf}\cdot\text{m}$

$\phi_b \cdot M_n = 73.629\,\text{tonf}\cdot\text{m}$ $>$ $M_r = 38.262\,\text{tonf}\cdot\text{m}$ $\quad\quad$ OK

Flexocompresion:

Usando las disposiciones de la seccion H1.1

$$\frac{P_r}{\phi_c \cdot P_n} = 0.044 \quad < \quad 0.2 \quad\quad \frac{P_r}{2\phi_c \cdot P_n} + \frac{M_r}{\phi_b \cdot M_n} = 0.542 \quad\quad \text{OK}$$

Corte:

$$\frac{h}{t_w} = 58 \quad < \quad 260 \quad => \quad k_v := 5$$

$$1.1 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{F_y}} = 67.601 \quad > \quad \frac{h}{t_w} = 58 \quad => \quad C_v := 1$$

$V_n := 0.6F_y \cdot d \cdot t_w \cdot C_v$ $\quad\quad$ $\phi_v := 0.9$

$$\phi_v \cdot V_n = 58.32\,\text{tonf} \quad > \quad V_u = 19.062\,\text{tonf} \qquad \text{OK}$$

Por lo tanto, la seccion cumple. Revisando la otra combinacion de cargas (mayor flexion):

$$q_u := 1.2q_{DL} + 1.6q_{LL} \qquad q_u = 5.8\,\frac{\text{tonf}}{\text{m}}$$

$$M_u := \frac{q_u \cdot L^2}{8} \qquad M_u = 72.5\,\text{tonf}\cdot\text{m} \quad < \quad \phi_b \cdot M_n = 73.629\,\text{tonf}\cdot\text{m}$$

$$V_u := \frac{5}{8} q_u \cdot L \qquad V_u = 36.25\,\text{tonf} \qquad \frac{M_u}{\phi_b \cdot M_n} = 0.985$$

Finalmente, la resistencia al corte es

$$\frac{h}{t_w} = 58 \quad < \quad 260 \quad => \quad k_v := 5$$

$$1.1 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{F_y}} = 67.601 \quad > \quad \frac{h}{t_w} = 58 \quad => \quad C_v := 1$$

$$V_n := 0.6F_y \cdot d \cdot t_w \cdot C_v \qquad \phi_v := 0.9$$

$$\phi_v \cdot V_n = 58.32\,\text{tonf} \quad > \quad V_u = 36.25\,\text{tonf} \qquad \text{OK}$$

Maxima carga de viento:

El factor B1 solo se ve afectado para valores muy altos de P. Por lo tanto, la maxima carga estara determinada por la maxima compresion segun la formula de interaccion. Debe usarse la expresion para Pr/Pc>0.2

$$w_{max} := 20 \cdot \frac{\text{tonf}}{\text{m}}$$

$$P_{max} := \frac{w_{max} \cdot H}{2} \qquad P_{max} = 67.5\,\text{tonf}$$

$$C_m := 1.0 \qquad \alpha := 1$$

$$P_{el} := \frac{\pi^2 E \cdot I_x}{K_x \cdot L^2} \qquad P_{el} = 1591\,\text{tonf}$$

$$B_1 := \frac{C_m}{1 - \alpha \cdot \frac{P_{max}}{P_{el}}} \qquad B_1 = 1.044$$

Entonces $M_{max} := B_1 \cdot M_u$ $M_{max} = 75.713\,tonf \cdot m$

$$\frac{P_{max}}{\phi_c \cdot P_n} + \frac{8}{9} \cdot \frac{M_r}{\phi_b \cdot M_n} = 0.99$$ OK

Pregunta 2

1. Análisis Estructural

$Ton := 1000 \cdot kgf$

$P1 := 140 \cdot Ton$

$P2 := 75 \cdot Ton$

$P3 := 10 \cdot Ton$

$L := 3.2 \cdot m$

$N_u := P1$ $\qquad$ $N_u = 140\,Ton$

$Mx_u := 0.5 \cdot m \cdot P2$ $\qquad$ $Mx_u = 37.5\,Ton \cdot m$

$My_u := 0.5 \cdot m \cdot P3$ $\qquad$ $My_u = 5\,Ton \cdot m$

2. Cálculo de Cb

El diagrama de momento es triangular, por lo tanto ocupamos una carga máxima unitaria para calcular el Cb.

$Mmax := 1$

$$C_b := \frac{12.5 \cdot Mmax}{2.5 \cdot Mmax + 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot Mmax + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot Mmax + 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot Mmax}$$

$C_b = 1.67$

3. Cálculo de la Sección

$$E := 2100 \cdot \frac{Ton}{cm^2}$$

$$F_y := 2.4 \cdot \frac{Ton}{cm^2}$$

Perfil HN45x152

$H := 45 \cdot cm$

$B := 45 \cdot cm$

$e := 16 \cdot mm$

$t := 12 \cdot mm$

$r_x := 19.7 \cdot cm$

$r_y := 11.2 \cdot cm$

$I_x := 75100 \cdot cm^4$ $\qquad S_x := 3340 \cdot cm^3$

$I_y := 24300 \cdot cm^4$ $\qquad S_y := 1080 \cdot cm^3$

$Z_x := 2 \cdot \left[B \cdot e \cdot \frac{H - e}{2} + \frac{(H - 2 \cdot e)^2 \cdot t}{8} \right]$ $\qquad Z_x = 3649\,cm^3$

$Z_y := \frac{B^2 \cdot e}{2} + \frac{(H - 2 \cdot e) \cdot t^2}{8}$ $\qquad Z_y = 1628\,cm^3$

$A_g := 2 \cdot B \cdot e + (H - 2 \cdot e) \cdot t$ $\qquad A_g = 194\,cm^2$

$\lambda_{ala} := \frac{B}{2 \cdot e}$ $\qquad \lambda_{ala} = 14.063$

$\lambda_{alma} := \frac{H - 2 \cdot e}{t}$ $\qquad \lambda_{alma} = 34.833$

<u>3.1 Compresión</u>

$\lambda_{alma} = 34.833$

$\lambda_{r.alma.comp} := 1.49 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ $\qquad \lambda_{r.alma.comp} = 44.075$ No hay pandeo local de alma

$\lambda_{ala} = 14.063$

$k_c := \frac{4}{\sqrt{\lambda_{alma}}}$ $\qquad k_c = 0.678$

$$k_c := \begin{cases} k_c & \text{if } 0.35 \le k_c \le 0.76 \\ 0.35 & \text{if } k_c < 0.35 \\ 0.76 & \text{if } k_c > 0.76 \end{cases}$$

$k_c = 0.678$

$\lambda_{r.ala.comp} := 0.64 \cdot \sqrt{\frac{k_c \cdot E}{F_y}}$ $\qquad \lambda_{r.ala.comp} = 15.585$ No hay pandeo local de ala

$\lambda := \frac{1 \cdot L}{r_y}$ $\qquad \lambda = 28.571$

$$F_e := \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \qquad F_e = 25.39 \frac{Ton}{cm^2}$$

$$F_{cr} := \begin{cases} 0.658^{\frac{F_y}{F_e}} \cdot F_y & \text{if } \lambda \le 4.71 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} \\ 0.877 \cdot F_e & \text{if } \lambda > 4.71 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} \end{cases} \qquad F_{cr} = 2.307 \frac{Ton}{cm^2}$$

$$P_n := F_{cr} \cdot A_g \qquad P_n = 447.908\ Ton$$

$$0.9 \cdot P_n = 403.117\ Ton$$

Como la estructura esta arriostrada, el B2 es 0, por lo tanto la carga axial no cambia.

$$FU_{axial} := \frac{N_u}{0.9 \cdot P_n} \qquad FU_{axial} = 0.347$$

3.2 Flexión

$$\lambda_{alma} = 34.833$$

$$\lambda_{p.alma.flex} := 1.49 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} \qquad \lambda_{p.alma.flex} = 44.075$$ No hay pandeo local de alma

$$\lambda_{ala} = 14.063$$

$$k_c = 0.678$$

$$\lambda_{p.ala.flex} := 0.38 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} \qquad \lambda_{p.ala.flex} = 11.241$$ Hay pandeo local de ala

$$\lambda_{r.ala.flex} := 0.95 \cdot \sqrt{\frac{k_c \cdot E}{F_y}} \qquad \lambda_{r.ala.flex} = 23.134$$ La sección es no compacta

Como la estructura es arriostrada solo debemos calcular el B1.

Como no hay carga en el vano, el Cm debe ser calculado como 0.6 - 0.4 · (M1/M2) pero como M1 es 0, nos queda que Cm es 0.6.

$$C_m := 0.6$$

$$\alpha := 1$$ LRFD

$$P_{e1x} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{(1 \cdot L)^2} \qquad P_{e1x} = 15201\,\text{Ton}$$

$$B1_x := \frac{C_m}{1 - \alpha \cdot \frac{N_u}{P_{e1x}}} \qquad B1_x = 0.606$$

$$B1_x := \begin{cases} B1_x & \text{if } B1_x \ge 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad B1_x = 1$$

$$P_{e1y} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{(1 \cdot L)^2} \qquad P_{e1y} = 4918\,\text{Ton}$$

$$B1_y := \frac{C_m}{1 - \alpha \cdot \frac{N_u}{P_{e1y}}} \qquad B1_y = 0.618$$

$$B1_y := \begin{cases} B1_y & \text{if } B1_y \ge 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad B1_y = 1$$

$$Mx_u := B1_x \cdot Mx_u \qquad Mx_u = 37.5\,\text{Ton}\cdot\text{m}$$

$$My_u := B1_y \cdot My_u \qquad My_u = 5\,\text{Ton}\cdot\text{m}$$

Para el eje fuerte la sección se debe diseñar según F3.

$$M_{px} := F_y \cdot Z_x \qquad M_{px} = 87.575\,\text{Ton}\cdot\text{m}$$

$$M_{n1x} := M_{px} \qquad M_{n1x} = 87.575\,\text{Ton}\cdot\text{m}$$

$$L_p := 1.76 \cdot r_y \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} \qquad L_p = 583.089\,\text{cm}$$

$$L_b := L \qquad L_b = 3.2\text{ m}$$

Como Lb es menor que Lp, por lo tanto no hay volcamiento.

$$M_{n2x} := M_{px} \qquad M_{n2x} = 87.575\,\text{Ton}\cdot\text{m}$$

$$M_{n3x} := \left[M_{px} - \left(M_{px} - 0.7 \cdot F_y \cdot S_x\right) \cdot \frac{\lambda_{ala} - \lambda_{p.ala.flex}}{\lambda_{r.ala.flex} - \lambda_{p.ala.flex}}\right]$$

$$M_{n3x} = 80.11\,Ton\cdot m$$

$$M_{nx} := \min(M_{n1x}, M_{n2x}, M_{n3x}) \qquad M_{nx} = 80.11\,Ton\cdot m$$

$$FU_{flex.x} := \frac{Mx_u}{0.9\cdot M_{nx}} \qquad FU_{flex.x} = 0.52$$

Para el eje debil la sección se debe diseñar según F6.

$$M_{py} := F_y\cdot Z_y \qquad M_{py} = 39.061\,Ton\cdot m$$

$$M_{py} := \begin{cases} M_{py} & \text{if } M_{py} \le 1.6\cdot F_y\cdot S_y \\ 1.6\cdot F_y\cdot S_y & \text{otherwise} \end{cases} \qquad M_{py} = 39.061\,Ton\cdot m$$

$$M_{n1y} := M_{py} \qquad M_{n1y} = 39.061\,Ton\cdot m$$

$$M_{n2y} := \left[M_{py} - (M_{py} - 0.7\cdot F_y\cdot S_y)\cdot\frac{\lambda_{ala} - \lambda_{p.ala.flex}}{\lambda_{r.ala.flex} - \lambda_{p.ala.flex}}\right]$$

$$M_{n2y} = 34.098\,Ton\cdot m$$

$$M_{ny} := \min(M_{n1y}, M_{n2y}) \qquad M_{ny} = 34.098\,Ton\cdot m$$

$$FU_{flex.y} := \frac{My_u}{0.9\cdot M_{ny}} \qquad FU_{flex.y} = 0.163$$

$$FU := \begin{cases} FU_{axial} + \frac{8}{9}\cdot(FU_{flex.x} + FU_{flex.y}) & \text{if } FU_{axial} > 0.2 \\ \frac{FU_{axial}}{2} + FU_{flex.x} + FU_{flex.y} & \text{if } FU_{axial} \le 0.2 \end{cases} \qquad FU = 0.95$$