



*Universidad de Chile*  
*Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas*  
*Departamento de Ingeniería Civil*

---

---

# Guia de Ejercicios y Talleres

## CI35A - TOPOGRAFIA

---

---

**Profesor**

IVÁN BEJARANO

**Auxiliares**

PABLO LARA

ANGELA LOPEZ

**Ayudantes**

CRISTIAN CRUZ

M<sup>a</sup> FERNANDA FIGUEROA

RICARDO HENOCH

FRANCISCO MILLA

CINDY MORA

CARLOS ROZAS

Santiago de Chile, Otoño 2006

5<sup>a</sup> Edición

# Índice general

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>4</b>
1.1. HISTORIA DE LA TOPOGRAFÍA . . . . .	5
1.2. INSTRUCCIONES GENERALES SOBRE LA CONFECCIÓN DE INFORMES . .	7
1.2.1. NORMA CHILENA INDITECNOR . . . . .	8
1.3. CUIDADO DEL EQUIPO DE TRABAJO . . . . .	10
<b>2. EJERCICIOS DE TERRENO</b>	<b>12</b>
2.1. CONOCIMIENTO DE EQUIPOS . . . . .	13
2.1.1. Taquímetro . . . . .	13
2.1.2. Nivel de Ingeniero . . . . .	16
2.1.3. Miras y Trípodes . . . . .	18
2.2. GEOMETRÍA DEL NIVEL DE INGENIERO Y DEL TAQUÍMETRO . . . . .	19
2.2.1. Método del Punto Alto . . . . .	19
2.2.2. Método del Doble Tránsito . . . . .	20
2.2.3. Método de los Tres Puntos Alineados . . . . .	21
2.2.4. Método de las Lecturas en el Limbo . . . . .	22
2.2.5. Método del Punto Medio . . . . .	23
2.2.6. Método de las Estaciones Conjugadas . . . . .	24
2.2.7. Determinación de las Constantes del Instrumento . . . . .	25

2.2.8.	Contenidos mínimos del Informe . . . . .	27
2.3.	MEDIDAS DE DISTANCIAS HORIZONTALES Y VERTICALES . . . . .	28
2.3.1.	Método por Pasos . . . . .	28
2.3.2.	Método con el Nivel de Ingeniero . . . . .	28
2.3.3.	Método con el Taquímetro . . . . .	29
2.3.4.	Método con la Mira Horizontal . . . . .	30
2.3.5.	Método del Ángulo Paraláctico Variable . . . . .	31
2.3.6.	Nivelación Taquimétrica . . . . .	32
2.3.7.	Nivelación Trigonométrica . . . . .	34
2.3.8.	Nivelación Geométrica Cerrada(NGC) . . . . .	35
2.3.9.	Contenidos mínimos del Informe . . . . .	38
2.4.	TRIANGULACIÓN Y MEDIDA PRECISA DE ÁNGULOS . . . . .	39
2.4.1.	Medida Precisa de Ángulos Horizontales . . . . .	39
2.4.2.	Método de Triangulación (Transporte de coordenadas) . . . . .	45
2.4.3.	Contenidos mínimos del Informe . . . . .	57
2.5.	ASTRONOMÍA DE POSICIÓN . . . . .	58
2.5.1.	Contenidos mínimos del Informe . . . . .	69
2.6.	REPLANTEO . . . . .	70
<b>3.</b>	<b>TALLERES</b>	<b>71</b>
3.1.	MÉTODO DE CROSS . . . . .	72
3.1.1.	Contenidos mínimos del Informe . . . . .	75
3.2.	MOVIMIENTO DE TIERRAS . . . . .	76
3.2.1.	Contenidos mínimos del Informe . . . . .	79
3.3.	POLIGONAL Y TAQUIMETRÍA . . . . .	80
3.3.1.	Contenidos mínimos del Informe . . . . .	84

<b>4. PLANOS</b>	<b>85</b>
4.1. INSTRUCCIONES GENERALES . . . . .	86
4.1.1. Formato de Planos . . . . .	87
4.1.2. Recuadro de Rotulación . . . . .	87
4.2. MOVIMIENTO DE TIERRAS . . . . .	89
4.2.1. Plantilla de Proyecto . . . . .	90
4.2.2. Perfil Transversal . . . . .	91
4.2.3. Perfil Longitudinal . . . . .	93
4.3. POLIGONAL Y TAQUIMETRÍA . . . . .	95
4.3.1. Determinación de Puntos de Relleno y Curvas de Nivel . . . . .	96
4.3.2. Coordenadas y Simbología . . . . .	99

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

El curso de Topografía de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile dictado para las Carreras de Ingeniería Civil y Magíster en Geofísica, tiene como propósito general capacitar a nuestros profesionales para la administración, el encargo, el diseño y la evaluación de trabajos topográficos. En consecuencia deberán especificar trabajos topográficos a especialistas como Ingenieros de Ejecución en Geomensura y/o Topógrafos para cumplir con los requerimientos exigidos de cada proyecto en cuanto a calidad, economía y precisión.

En esta 5ª Edición de la Guía de Ejercicios y Talleres<sup>1</sup> se han llevado a cabo mejoras y correcciones, se han agregado fotografías y nuevos terrenos. Para permitir una mayor flexibilidad en la selección de los temas, la Guía ha sido subdividida en capítulos. En particular se incluye una pequeña historia de la Topografía, cuidado del equipo de trabajo, métodos de Triangulación y un capítulo de planos, además se actualizaron los métodos utilizados para los Ejercicios y Talleres.

La topografía como herramienta tecnológica nace a raíz de una necesidad de estudiar el relieve terrestre para representarlo gráficamente en forma expresiva y rigurosa, con todos sus detalles y accidentes. Hoy en día, su campo de aplicación es muy diverso y variado, requiriéndose fundamentalmente para el estudio y control de la calidad geométrica de los proyectos de ingeniería en todas sus etapas de ejecución, desde su concepción hasta su construcción. Así, el estudio de un proyecto, desde el punto de vista topográfico, comprende las etapas de levantamiento topográfico y replanteo topográfico. La primera etapa se realiza para el apoyo previo del proyecto de ingeniería y, la segunda, para la materialización física propiamente tal durante la ejecución del mismo.

La estructura del Curso de Topografía (CI35A) tiene su principal inspiración en la etapa del levantamiento topográfico formando parte de la fase de estudio, el anteproyecto preliminar, el anteproyecto definitivo y el proyecto definitivo. Sin embargo, en la última parte del curso se estudia someramente el replanteo topográfico para ser aplicado, posteriormente, en detalle durante la Práctica de Topografía (CI39A)<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup>Realizada por el Equipo Docente CI35A(A.L,F.M).

<sup>2</sup>Práctica Profesional I para alumnos de Ingeniería Civil.

Los principales objetivos del curso de topografía, son los siguientes :

- Estudio de los alcances, las precisiones y las características geométricas de diversos instrumentos usados en la Topografía Clásica.
- Estudio de análisis en detalle de las precisiones de instrumentos topográficos.
- Análisis y estudio de los métodos topográficos más usuales en la actualidad.
- Estudio y mediciones en terreno de las etapas de un levantamiento topográfico.
- Criterios generales de trabajo para la topografía actual.
- Administración y gestión de técnicas a utilizar en un levantamiento topográfico.
- Aplicación de las soluciones frecuentes en la topografía de proyectos de Ingeniería Civil.
- Diseño y aplicación de la topografía a la Ingeniería Vial.

Para lograr dichos objetivos nuestros profesionales deberán poseer el lenguaje topográfico general, y conocer las herramientas topográficas clásicas y actuales, tanto en sus características geométricas, sus alcances, sus precisiones como también en sus costos asociados para la aplicación e implementación de cada uno de estos instrumentos a situaciones de carácter específico.

## 1.1. HISTORIA DE LA TOPOGRAFÍA

En realidad se desconoce el origen de la topografía, se cree que fue en Egipto donde se hicieron los primeros trabajos topográficos de acuerdo con referencias por las escenas representadas en muros, tablillas y papiros, de hombres realizando mediciones del terreno. Los egipcios conocían como ciencia pura lo que después los griegos bautizaron con el nombre de geometría (de la tierra) y su aplicación en lo que pudiera considerarse como topografía o quizá, mejor dicho etimológicamente, topometría. Hace mas de 5000 años existía la división de parcelas con fines fiscales, así como para la reinstalación de linderos ante las avenidas del Nilo. Posiblemente, a partir de que el hombre se hizo sedentario y comenzó a cultivar la tierra nació la necesidad de hacer mediciones o, como señala el ingeniero topógrafo francés P.Merlin: la topografía nace al mismo tiempo que la propiedad privada. Las pruebas fehacientes que ubiquen la realidad histórica de la topografía se han encontrado en forma aislada como lo muestra una tablilla de barro encontrada en Mesopotamia, que data de tres siglos antes de nuestra era y los testimonios encontrados en otros territorios, en diversas partes del mundo, pero es de Egipto de donde se han obtenido mayores y mejores referencias. Las mediciones hechas en Egipto por los primeros cadeneros o estira cables, como al parecer los llamaban, eran realizadas con cuerdas anudadas, o con marcas, que correspondían a unidades de longitud convencionales, como el codo. Cada nudo o marca estaba separada, en la cuerda, por el equivalente de 5 codos y esto daba una longitud aproximada de 2.5 m.

La necesidad de medir regiones más o menos extensas gestó conocimientos empíricos, desconectados y rudimentarios que después evolucionaron. Quizás en un principio el hombre usó como patrones de medida las cosas que le eran familiares, particularmente su propio cuerpo; por ejemplo, la alzada de un caballo era medida en palmos, es decir, tantas veces la anchura de la mano. El pie fue otra medida y se la consideraba como tres cuartas partes del codo, pero todas estas unidades presentaban dificultades, debido a las distintas tallas entre los individuos.

Los sumerios, persas y griegos dieron después otras diferentes longitudes a la unidad de medida llamada codo; otros pueblos también la usaban y así en la Biblia aparecen referencias a esta unidad de medida y otras unidades, mediciones de objetos y de terrenos, edificios, etc. Los griegos, herederos de varias culturas (Mesopotamia, Asiria, India y especialmente Egipto) buscaron explicaciones racionales del porque, y la lógica de las cosas y dieron forma a lo que designaron como geometría (medida de la Tierra) unos 500 años A.c, aportando más y mayores conocimientos al patrimonio de la humanidad. Son notables las aportaciones hechas entre otras ciencias, a la geometría por parte de tales de Mileto, Pitágoras, y Euclídes, el más notable quizá. Todos ellos y posteriormente Arquímedes continuaron con el desarrollo de esta ciencia; se convirtieron en los legisladores de la geometría. Varios siglos permaneció un tanto estancado el avance de la geometría pues ni griegos, romanos, árabes o persas hicieron grandes aportes. Herón fue una figura destacada y una autoridad entre los topógrafos de su época. Escribió varias obras dedicadas a procedimientos y métodos de medición que fueron utilizados por ingenieros de esa época, así de servir de base a otros tratados de topografía. Los romanos, con su sentido más práctico, desarrollaron notablemente la arquitectura y la ingeniería, haciendo una mayor aplicación de los conocimientos heredados de los egipcios y griegos. Trazaron mapas con fines bélicos y catastrales, construyeron caminos, ciudades, presas, puentes, canales, etc., debido a la expansión de su imperio; para ello era indispensable el desarrollo de métodos e instrumental topográfico. Fueron varios libros que describían estos métodos, así como la explicación del uso y construcción de diversos e ingeniosos instrumentos. Durante el siglo I de nuestra era, Frontino escribió el Tratado de Topografía. Ya en el siglo IV apareció el Codex Acerianus y el Arte de medir las tierras, escrito por Inocencio en los que constatan los aportes romanos a la topografía. Durante la Edad Media los árabes, portadores de toda la cultura acumulada hasta entonces, lograron avances sobre todo en la astronomía y la geografía.

Debido a los grandes descubrimientos, se avanzó en la elaboración de mapas y cartas, con lo cual los trabajos de topografía y los geodésicos avanzaron en su técnica e instrumental. Con la aparición del telescopio a fines del siglo XVI y principios del XVII, estas dos disciplinas tuvieron un gran avance, realizándose trabajos espectaculares en lo relativo a la determinación de la forma y tamaño de la Tierra. Nombres como los del abate Picard, Snellius y Casini fueron muy importantes para el conocimiento y desarrollo de la topografía y el establecimiento de los fundamentos de la geodesia y de la cartografía modernas. El incremento de la población mundial, las necesidades de comunicación, de vivienda, de desarrollo de la producción agrícola, la expansión territorial y otros factores hicieron que esta disciplina superara la época de sus métodos primitivos hasta ser considerada como un arte. La topografía ha avanzado también en forma muy notable después de los grandes movimientos bélicos a través de la historia. Se siente hoy ante la urgente necesidad de elaborar planos y cartas topográficas con alta precisión, así como la determinación de límites entre países, tareas en las que se complementa con la geodesia. El aumento del costo de los terrenos y el progreso de la última parte del siglo XIX y sobre todo el siglo XX hizo que se inventaran instrumentos en forma vertiginosa.

En efecto, es bien sabido que, sobre todo en las últimas décadas, se han conseguido más avances que en todos los siglos anteriores en lo relativo a las ciencias y a la tecnología. Así, hoy en día contamos para los trabajos topográficos con teodolitos de alta precisión, tanto los ópticos como los electrónicos, distanciómetros electrónicos de fuente luminosa y de fuente electromagnética, la percepción remota por medio de fotografías aéreas, de satélites artificiales, el radar y lo que aún falta por ver.

## 1.2. INSTRUCCIONES GENERALES SOBRE LA CONFECCIÓN DE INFORMES

Los alumnos deberán preparar los contenidos de cada Ejercicio y Taller a través de las clases teóricas, las mediciones efectuadas en terreno y la presente guía. Para cada Ejercicio y Taller desarrollado en terreno, los estudiantes deberán entregar un informe confeccionado según las normas generales analizadas a continuación. Se deberá considerar, como en todo informe profesional, que el lector será una persona experta en el tema con escaso tiempo para largas lecturas y que no conoce nada del lugar y terreno en estudio, ni la organización desarrollada, ni los trabajos efectuados. El informe deberá ser redactado conforme a la Norma Chilena Inditecnor sobre confección de informes. El objetivo central es redactar un informe de nivel técnico resumido, cuyo propósito fundamental es dar conocer los comentarios y conclusiones personales del estudiante. Para cada Ejercicio y Taller se entrega la estructura de contenidos mínimos que se debe incluir en cada informe.

En la primera hoja se deberá presentar la siguiente información:

Esquina superior izquierda →

UNIVERSIDAD DE CHILE  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Civil

Al centro de la página  
y en forma destacada →

INFORME DE TOPOGRAFIA  
Código del curso: CI35A  
Informe #  
Nombre del Informe

Esquina inferior derecha →

Nombre del alumno  
Grupo  
Sección  
Profesor del curso  
Ayudante a cargo en terreno  
Fecha de realización  
Fecha de entrega



Para la calificación de los informes se tomarán en cuenta las siguientes ponderaciones:

[illegible]

### 1.2.1. NORMA CHILENA INDITECNOR

A continuación, se presenta un extracto de la Norma Chilena Inditecnor, cuyo propósito fundamental es entregar las herramientas necesarias al alumno, para desarrollar, presentar y redactar toda la información que incluirá en el informe de Terreno.

## Artículo 4 (PROPÓSITO)

Todo informe deberá satisfacer el propósito fundamental de dar a conocer al lector, de una manera clara y precisa, los antecedentes relacionados con la materia de que se trata, las verificaciones efectuadas y las conclusiones que se deriven del estudio respectivo.

## Artículo 5 (CONTENIDO)

El informe deberá contener todo concepto necesario en la consideración de los diversos aspectos del asunto, sin excluir aquellos que, si bien sean obvios para el autor, pueden ser necesarios para que el lector siga sin dificultad el razonamiento que conduce a la conclusión. No se incorporan materias ajenas al tema o que tengan escasa importancia en el esclarecimiento de los hechos que se desea dar a conocer, o de los conceptos que se desea evidenciar.

No se mezclarán teorías establecidas a firme y universalmente aceptadas con las que se analizan, o con las hipótesis provisionalmente admitidas. Sea que los argumentos se basen exclusivamente en la observación personal y razonamiento de autor, o sobre éstas pruebas y las reunidas por otras personas aquel se guardará exagerar o de subestimar hechos o circunstancias influyentes en la

dilucidación de la materia que se estudia.

Se evitará reunir, entremezclar o combinar datos recogidos en distintas fuentes, sin estar seguro de que se han obtenido con la debida uniformidad de método y criterio. Si los datos no se transcriben tal como se encontraron en la fuente de origen, se deberá explicar el proceso de elaboración a que se les haya sometido.

Las descripciones de dispositivos, máquinas, aparatos y otros objetos serán suficientemente explícitas para que cumplan su finalidad de fijar en la mente del lector una imagen fiel de sus características esenciales y de sus condiciones de funcionamiento; de modo que tal imagen sea inconfundible con la de otros objetos de naturaleza semejante. Toda ilustración que se emplee como auxiliar para conseguir tal finalidad deberá mostrar claramente las partes esenciales del objeto o dispositivo. Las partes que sean comparativamente secundarias para el fin que se persigue se podrán omitir o dibujar con menor intensidad en la ilustración.

La exposición de procedimientos, de procesos de experimentación, u otros de la misma índole, comprenderá los detalles indispensables para instruir al lector acerca de cada una de las etapas de su desarrollo, y de las relaciones que las ligan.

#### Artículo 8 (LENGUAJE)

Se preferirá escribir en tiempo presente. El tiempo escogido (presente, pasado o futuro) no deberá alternarse en todo el cuerpo del informe, salvo en el relato de acontecimientos y en la exposición de experimentos efectuados, que se redactarán en tiempo pasado, y en las instrucciones que se redactarán en el futuro.

Se presentará cuidadosa atención a la fiel observancia de las reglas gramaticales, y en particular a no incurrir en vicios de dicción, que destruyen la pureza, claridad, propiedad y elegancia del idioma.

Deberá cuidarse de que la relación atribuida por el autor, en su escrito a oraciones entre sí, no se pueda interpretar erróneamente por ausencia de signos de puntuación o por la aplicación incorrecta de éstos.

#### Artículo 6 (MEDIDAS ADICIONALES DE INFORMACIÓN)

La información escrita podrá complementarse como dibujos y fotografías, tablas, gráficos, análisis matemáticos y citas bibliográficas, en la medida discreta y propia para la más fácil comprensión de la materia estudiada.

#### Artículo 7 (ESTRUCTURA)

Se trata un sólo aspecto del tema en cada división, y la materia se desarrollará en orden lógico, distribuida de manera que la expuesta en cada una de aquellas derive de la anterior y conduzca a las siguientes.

Las ideas se agruparán por su naturaleza y se presentarán en grupos, debidamente encadenados, a fin de que la exposición del tema desarrolle en un conjunto coherente de fácil comprensión.

- **Introducción**⇒ La introducción contendrá, primeramente, la explicación del propósito y alcance del trabajo. A continuación se dará cuenta del estado del asunto al tiempo de iniciarse el estudio. Cuando el informe se refiera a un trabajo experimental sobre un asunto con fundamento teórico, la teoría básica se expondrá y desarrollará en la introducción.
- **Discusión**⇒ Se hará un análisis crítico de los resultados de trabajo propio, confrontados con los obtenidos por otros autores, y de las circunstancias en que se hayan efectuados unos y otros.

Se evitará la monotonía resultante del empleo de frases cortas, sucesivas, a la vez que el cansancio y dificultad de lectura que proviene del uso de frases demasiado largas que no se desenvuelvan con soltura.

Se tendrá cuidado de usar un lenguaje claramente comprensible y se emplearán las palabras y oraciones exactas para expresar con precisión las ideas que el autor desea transmitir al lector.

Se evitará el empleo de arcaísmos fuera de uso, de neologismos que no sean recomendables para sustituir largas frases y de eufemismos que no sean necesarios para mantener la finura del lenguaje.

#### Artículo 12 (REPRESENTACIÓN DE DATOS)

Las tablas se individualizarán con números romanos sucesivos en todo el texto del informe (Tabla I, Tabla II, etc ) y llevarán un título que indique el contenido, de modo preciso. Cada columna será numerada e indicará en el encabezamiento el significado de los datos que contiene, y en especial, las unidades en que están expresadas, en símbolos o en palabras. El encabezamiento de la tabla indicará, también, si es el caso, la época y localización de los datos.

Cuando una tabla se extienda en páginas consecutivas, el título se repetirá íntegramente en cada página, con el agregado entre paréntesis ``(...continuación)``.

### 1.3. CUIDADO DEL EQUIPO DE TRABAJO

En los capítulos siguientes nos ocuparemos del uso de los diferentes instrumentos topográficos, por lo cual es oportuno consignar aquí normas para el cuidado y manejo de tales instrumentos, normas que deben ser observadas en todo el trabajo de campo, no sólo porque el alumno (o el operador, en general) es responsable del instrumento que maneja, sino para que adquiera la excelente costumbre de ser cuidadoso.

- Manejar el instrumento con cuidado, sobre todo al sacarlo de su caja.
- Comprobar que quede bien asegurado en su trípode.
- Proteger el instrumento contra golpes y vibraciones.
- Nunca se debe dejar sólo el instrumento en algún lugar donde exista posibilidad de que ocurra un accidente.

- Al instalar el instrumento no se deben poner las patas del trípode demasiado juntas, y se debe asegurar de que están firmemente apoyadas en el suelo; para ello se empujan éstas hacia abajo, pero en el sentido de su longitud y no verticalmente. En la medida de lo posible debe estacionarse sobre terreno firme, de manera de asegurar la estabilidad del instrumento.
- Mientras se están haciendo observaciones no se tocará el instrumento, excepto lo preciso para realizar aquellas.
- Al apretar los diferentes tornillos se procederá con precaución, limitándose a asegurar una fijación suficiente.
- Para el traslado del equipo se deberá desatornillar el instrumento y mover cada instrumento de manera separada para evitar posibles accidentes.
- Al terminar el trabajo realizado en terreno, y antes de guardar el instrumento se deberá revisar su estado, asegurando que se encuentre en óptimas condiciones.
- Una vez revisado el estado del equipo, se procede a guardar en su caja de manera que quede seguro contra algún movimiento o golpe de ésta.

## Capítulo 2

# EJERCICIOS DE TERRENO

En el siguiente capítulo se presenta el procedimiento de gabinete y terreno para cada uno de los ejercicios que se realizarán en terreno, además se incluyen los contenidos mínimos para cada informe. Los ejercicios tienen como objetivo principal dar a conocer al alumno elementos básicos de medición los cuales en su conjunto pueden ser la base de un proyecto de gran envergadura. Éstos elementos son aprendidos a través de salidas a terreno en las cuales se utilizarán elementos topográficos de medición como son el Nivel de Ingeniero y Taquímetro, la presente guía y las clases de cátedra. Los ejercicios que se presentan en este capítulo son los siguientes:

1. Conocimiento de Equipos
2. Geometría del Nivel de Ingeniero y del Taquímetro
3. Medida de Distancias Horizontales y Verticales
4. Triangulación y Medida Precisa de Ángulos
5. Astronomía de Posición
6. Replanteo

## 2.1. CONOCIMIENTO DE EQUIPOS

### 2.1.1. Taquímetro

#### □ Elementos Físicos

- Base Nivelante
- Tornillos
  - Tornillos de fijación horizontal
  - Tornillos de fijación vertical
  - Tornillo de movimiento fino horizontal
  - Tornillo de movimiento fino vertical
  - Tornillo de enfoque de imagen
  - Tornillo de enfoque ocular
  - Tornillo fijador de limbo horizontal
  - Tornillos de corrección de las ampolletas de nivel y retículo
- Anteojo Topográfico (objetivo, ocular y retículo)
- Ampolletas
  - Ampolleta de nivel esférica
  - Ampolleta de nivel tubular
- Limbos
  - Limbo horizontal
  - Limbo vertical
- Plomada óptica
- Ocular de limbos

Figura 2.1: Taquímetro Digital



#### □ Elementos Geométricos

- Eje vertical de rotación del movimiento general (EVRg)
- Eje vertical de rotación del movimiento alidada (EH Ra)
- Eje horizontal de giro del anteojo (EGH)
- Eje de colimación (EC)
- Plano del limbo horizontal
- Plano del limbo vertical
- Línea de fe de la ampollita tubular (LF)
- Línea de fe de la ampollita del anteojo
- Plano de fe de la ampollita esférica (PF)

### □ Condiciones de Fabricación

- Eje vertical del movimiento general coincidente con eje vertical de movimiento alidada
- Eje vertical  $\perp$  Limbo horizontal
- Eje horizontal  $\perp$  Limbo vertical
- Eje vertical de rotación  $\perp$  Eje horizontal de giro
- Eje horizontal de giro  $\perp$  Eje de colimación

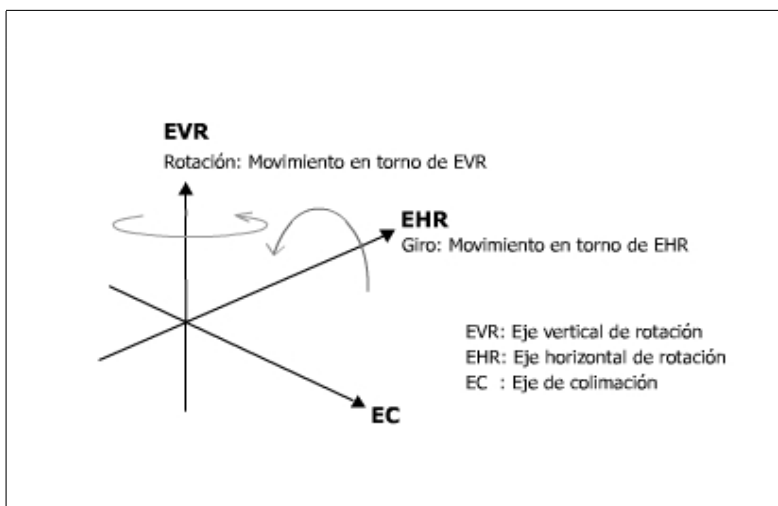
### □ Condiciones de Operación

- Eje vertical de rotación  $\perp$  Línea de fe y plano de fe
- Horizontabilidad línea 100-300

### □ Movimientos del Taquímetro

- Rotación en eje vertical
- Giro en eje horizontal
- Tránsito en ejes horizontal y vertical
- Movimiento general de rotación
- Movimiento alidada de rotación

Figura 2.2: Movimientos del Taquímetro





### 2.1.2. Nivel de Ingeniero

#### □ Elementos Físicos

- Base Nivelante
- Tornillos
  - Tornillos de fijación horizontal
  - Tornillo de movimiento fino horizontal
  - Tornillo de enfoque de imagen
  - Tornillo de enfoque ocular
  - Tornillos de corrección de las ampolletas de nivel y retículo
- Anteojo Topográfico (objetivo, ocular y retículo)
- Ampolletas
  - Ampolleta de nivel esférica
  - Ampolleta de nivel tubular
  - Ampolleta de nivel de seguridad
- Limbos
  - Limbo horizontal<sup>1</sup>

Figura 2.3: Niveles



<sup>1</sup>No presente en todos los niveles.

**□ Elementos Geométricos**

- Eje de colimación (EC)
- Eje vertical de rotación (EVR)
- Eje geométrico<sup>2</sup>(EG)
- Plano del limbo horizontal
- Línea de fe de la ampollita tubular(LF)
- Línea de fe de la ampollita del anteojo
- Plano de fe de la ampollita esférica(PF)

**□ Condiciones de Fabricación**

- Ejes verticales  $\perp$  Limbo horizontal
- Eje geométrico  $\parallel$  Eje de colimación
- Eje horizontal de rotación  $\parallel$  Eje de colimación

**□ Condiciones de Operación**

- Eje vertical de rotación  $\perp$  Línea de fe y plano de fe
- Línea de fe y plano de fe  $\parallel$  Eje de colimación<sup>3</sup>

**□ Movimientos del Nivel**

- Rotación en eje vertical
- Movimiento general de rotación<sup>4</sup>

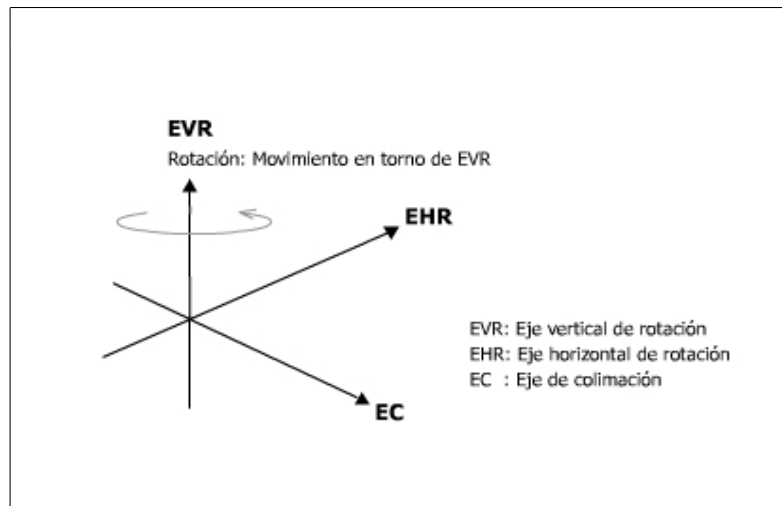
---

<sup>2</sup>Sólo en niveles de doble visada.

<sup>3</sup>Condiciones equivalentes si se cumple la condición de fabricación (EHR  $\parallel$  EC).

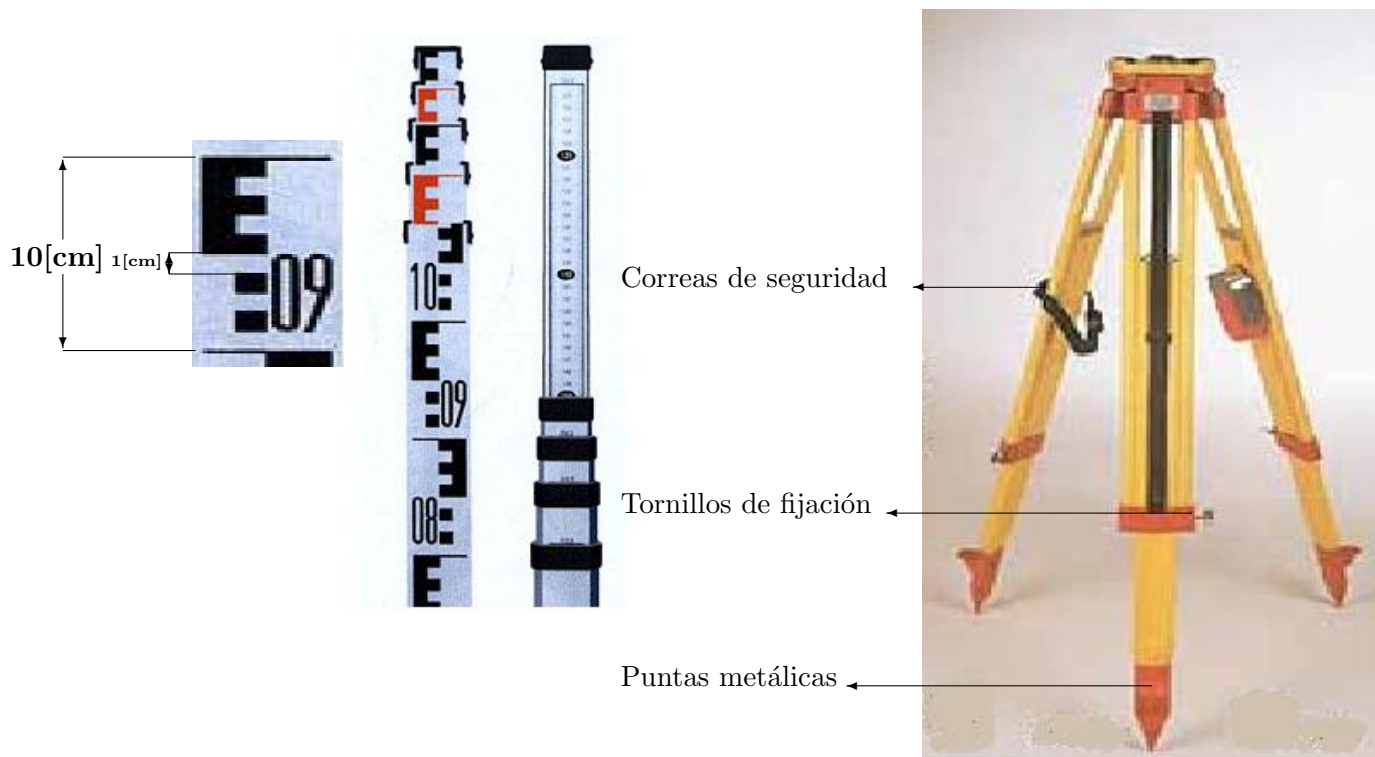
<sup>4</sup>No presente en todos los niveles.

Figura 2.4: Movimientos del Nivel



### 2.1.3. Miras y Trípodes

Figura 2.5: Elementos relevantes de la Mira y el Trípode



## 2.2. GEOMETRÍA DEL NIVEL DE INGENIERO Y DEL TAQUÍMETRO

### □ PROCEDIMIENTO DE GABINETE Y TERRENO PARA EL USO DEL TAQUÍMETRO

#### 2.2.1. Método del Punto Alto

- Se visa un punto alto  $P(Z \leq 50 \text{ grad})$ .
- Se baja la visual girando el lente topográfico hasta una mira acostada en el suelo.
- Se lee sobre la mira  $L_1$ .
- Se transita y se visa nuevamente P.
- Se vuelve a bajar la visual hasta la mira y se lee sobre ella  $L_2$ .

Luego el error estará dado por:

$$e = |L_1 - L_2| \quad (2.1)$$

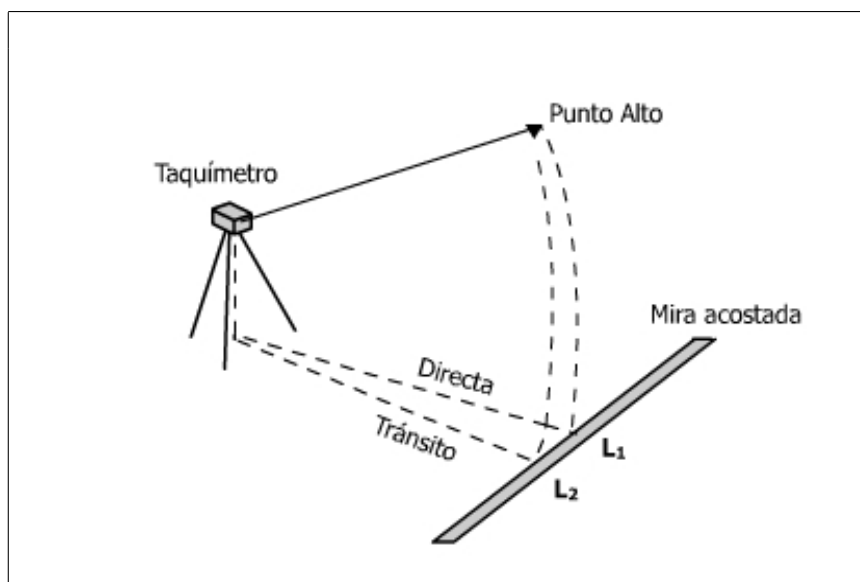
donde:

$L_1[m]$ : Primera lectura realizada sobre la mira

$L_2[m]$ : Segunda lectura realizada sobre la mira

$e[m]$ : Error del punto alto

Figura 2.6: Método del Punto Alto



### 2.2.2. Método del Doble Tránsito

- Se deben alinear tres puntos (A, B, C) sobre una recta<sup>5</sup>.
- Se instala el instrumento en B<sup>6</sup>.
- Se visa el punto A.
- Se gira el anteojo y se lee sobre una mira acostada<sup>7</sup> en el piso  $L_1$ .
- Se rota el instrumento hacia el punto original A.
- Se gira el anteojo y se lee nuevamente sobre la mira  $L_2$ .

Luego el error estará dado por:

$$e = \frac{L_1 - L_2}{4} \quad (2.2)$$

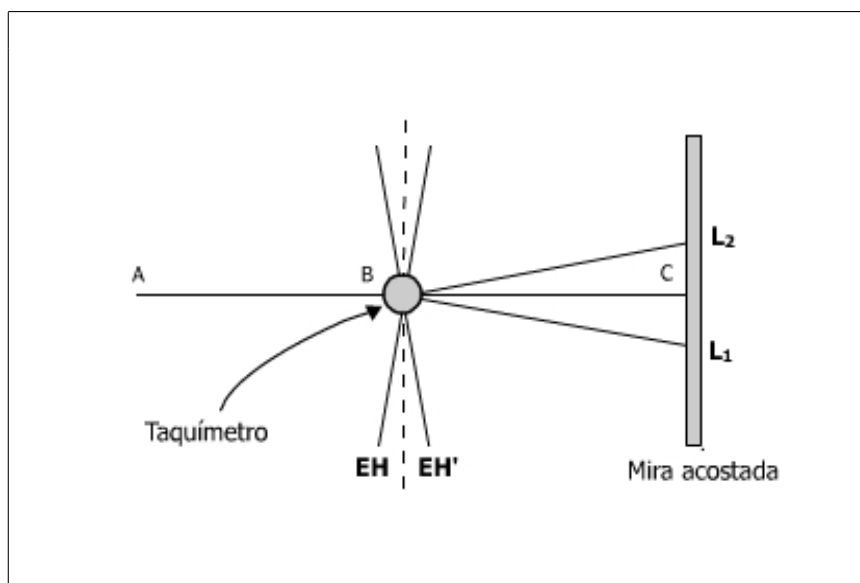
donde:

$L_1[m]$ : Primera lectura realizada sobre la mira

$L_2[m]$ : Segunda lectura realizada sobre la mira

$e[m]$ : Error del doble tránsito

Figura 2.7: Método del Doble Tránsito



<sup>5</sup>Preferentemente sobre un terreno horizontal, para lograr esto se instala el instrumento en un punto A y se determinan los puntos B y C.

<sup>6</sup>Ver esquema de la Figura 2.5.

<sup>7</sup>La mira debe estar perpendicular a la línea ABC.

### 2.2.3. Método de los Tres Puntos Alineados

- Se deben alinear tres puntos (A, B, C) sobre una recta.
- Se instala el instrumento en B y se lee sobre una mira acostada en C, esta lectura es  $L_1$ .
- Con la visual apuntando hacia A se gira el anteojo y se obtiene una nueva lectura en la mira,  $L_2$ .

Luego el error está dado por:

$$e = \frac{L_1 - L_2}{2} \quad (2.3)$$

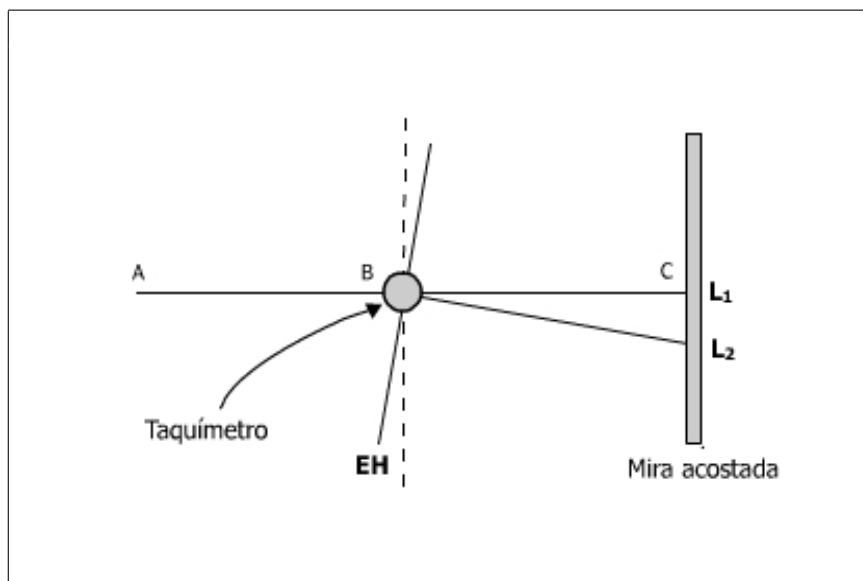
donde:

$L_1[m]$ : Primera lectura realizada sobre la mira

$L_2[m]$ : Segunda lectura realizada sobre la mira

$e[m]$ : Error de los tres puntos alineados

Figura 2.8: Método de los Tres Puntos Alineados



### 2.2.4. Método de las Lecturas en el Limbo

- Se visa un punto pequeño e inamovible con  $Z \leq 50^{grad}$ , se lee:
  - Ángulo Horizontal ( $H_D$ ).
  - Ángulo Vertical ( $V_D$ ).
- Se transita visando al mismo punto y se lee:
  - Ángulo Horizontal ( $H_T$ ).
  - Ángulo Vertical ( $V_T$ ).

Con ello se obtiene error de calaje ( $e_c$ ):

---


$$\mathbf{e_c} = \frac{200^{grad} + (H_D - H_T)}{2} \quad (2.4)$$


---

donde:

$H_D[^{grad}]$ : Ángulo horizontal en directa  
 $H_T[^{grad}]$ : Ángulo horizontal en tránsito  
 $e_c[^{grad}]$ : Error de calaje

y el error de índice ( $e_i$ ):

---


$$\mathbf{e_i} = \frac{400^{grad} - (V_D + V_T)}{2} \quad (2.5)$$


---

donde:

$V_D[^{grad}]$ : Ángulo vertical en directa  
 $V_T[^{grad}]$ : Ángulo vertical en tránsito  
 $e_i[^{grad}]$ : Error de índice

□ PROCEDIMIENTO DE GABINETE Y TERRENO PARA EL USO DEL NIVEL DE INGENIERO

### 2.2.5. Método del Punto Medio

- Se instala el Nivel de Ingeniero equidistante entre dos miras perpendiculares en terreno, a una distancia horizontal<sup>8</sup> ( $D_h$ ) de cada mira.
- Se realizan lecturas sobre cada mira:  $L_A$  y  $L_B$ .
- Se traslada el instrumento hasta las cercanías de una de las miras<sup>9</sup>.
- Desde la nueva posición se realizan lecturas sobre cada mira:  $h_A$  y  $h_B$ .

El error está dado por :

$$e = (L_A - L_B) - (h_A - h_B) \quad (2.6)$$

donde:

$L_A[m]$ : Primera lectura desde la primera posición instrumental  
 $L_B[m]$ : Segunda lectura desde la primera posición instrumental  
 $h_A[m]$ : Primera lectura desde la segunda posición instrumental  
 $h_B[m]$ : Segunda lectura desde la segunda posición instrumental  
 $e[m]$ : Error del punto medio

El ángulo de esviaje del Eje de Colimación y la Línea de Fe es:

$$i^{RAD} \approx \frac{e}{2 \cdot D_h} \quad (2.7)$$

donde:

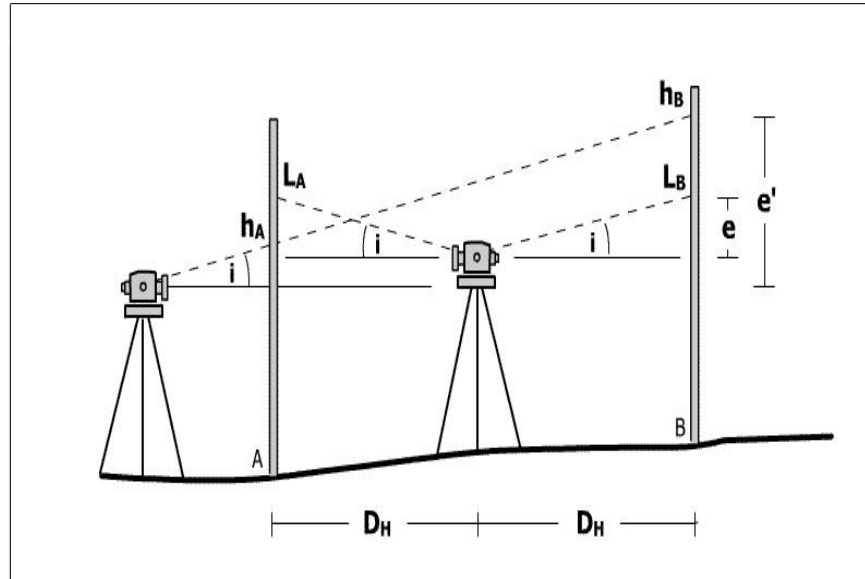
$Dh[m]$ : Distancia horizontal del punto medio entre las miras  
 $i^{RAD}$ : Ángulo de esviaje entre EC y línea de fe  
 $e[m]$ : Error del punto medio

<sup>8</sup>Esta distancia será fijada por el ayudante y se mide con huincha, debe ser del orden de 10[m].

<sup>9</sup>Las miras no se deben desplazar durante la ejecución del método.



Figura 2.9: Método del Punto Medio



### 2.2.6. Método de las Estaciones Conjugadas

- Se instala el Nivel de Ingeniero en las cercanías de una de las miras, las cuales están separadas entre sí una distancia<sup>10</sup> igual a  $D_h$ .
- Se realizan lecturas sobre cada una de las miras:  $L_A$  y  $h_B$ .
- Se traslada el instrumento hasta las cercanías de la otra mira <sup>11</sup>.
- Nuevamente se realizan lecturas sobre cada una de las mira:  $h_A$  y  $L_B$ .

Luego el error está dado por:

$$e = \frac{(L_A + L_B)}{2} - \frac{(h_A + h_B)}{2} \quad (2.8)$$

donde:

- $L_A[m]$ : Lectura de mira lejana desde primera posición instrumental
- $L_B[m]$ : Lectura de mira lejana desde segunda posición instrumental
- $h_A[m]$ : Lectura de mira cercana desde segunda posición instrumental
- $h_B[m]$ : Lectura de mira cercana desde primera posición instrumental
- $e[m]$ : Error de estaciones conjugadas

<sup>10</sup>Esta distancia será fijada por el ayudante y se mide con huincha, debe ser del orden de 10[m].

<sup>11</sup>Las miras no se deben desplazar durante la ejecución del método.

El ángulo de esviaje del Eje de Colimación y la Línea de fe es:

$$i^{RAD} \approx \frac{e}{D_h} \quad (2.9)$$

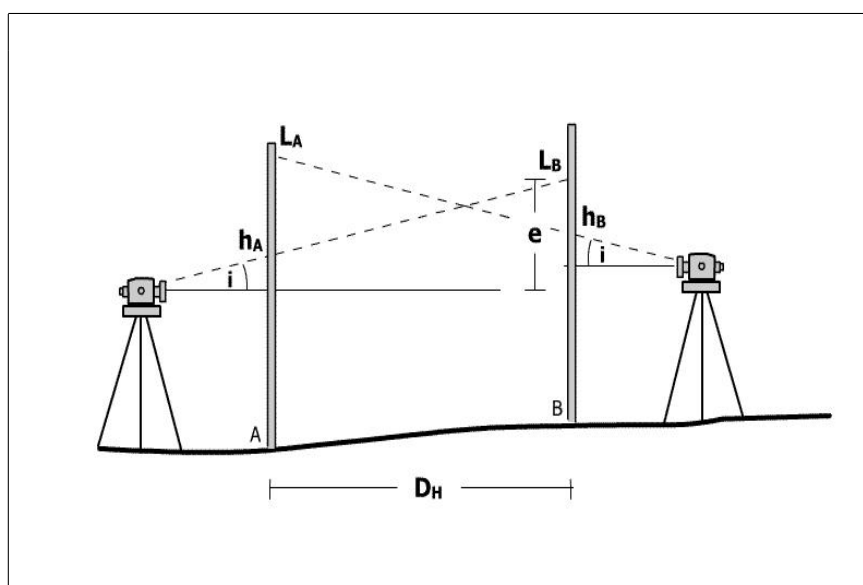
donde:

$e[m]$ : Error de estaciones conjugadas

$D_h[m]$ : Distancia horizontal entre las miras

$i^{RAD}$ : Ángulo de esviaje entre EC y línea de fe

Figura 2.10: Método de Estaciones Conjugadas



### 2.2.7. Determinación de las Constantes del Instrumento

Se determinarán las constantes K y A de la fórmula de distancia horizontal del Nivel de Ingeniero. Para la toma de datos se deben seguir los siguientes pasos:

- Se miden números generadores ( $G_i$ ) para diferentes distancias horizontales<sup>12</sup> ( $Dh_i$ ).

<sup>12</sup>Se deben realizar por lo menos 5 mediciones de distancia horizontal con huincha a intervalos del orden de 5[m].

- El número Generador está dado por la diferencia de lecturas de la Estadía Superior (ES) y la Estadía Inferior (EI) leídas sobre una mira:

---


$$\mathbf{G_i = ES_i - EI_i} \quad (2.10)$$


---

donde:

$G[m]$ : Número generador

$ES[m]$ : Estadía superior

$EI[m]$ : Estadía inferior

- En la etapa de gabinete, se debe utilizar la regresión lineal<sup>13</sup> para determinar las constantes del instrumento <sup>14</sup>.

---

<sup>13</sup>Ver ecuación de distancia horizontal para el Nivel.

<sup>14</sup>Las constantes deben ser aproximadamente  $A = 0$  ;  $K = 100$

### 2.2.8. Contenidos mínimos del Informe

## GEOMETRÍA DEL NIVEL DE INGENIERO Y EL TAQUÍMETRO

### 1. Introducción

- 1.1. Introducción General (objetivos, ubicación y croquis del terreno, materiales utilizados con su respectivo número de serie, condiciones de trabajo).
- 1.2. Introducción Teórica. (sólo fórmulas de cálculo numeradas en romano).
- 1.3. Metodología empleada en terreno.

### 2. Cálculos Nivel de Ingeniero

- 2.1. Determinación del error de paralelismo de EC y LF.
  - 2.1.1. Método del Punto Medio.
  - 2.1.2. Método de las Estaciones Conjugadas.
- 2.2. Determinación de las constantes K y A de la fórmula de distancia horizontal.

### 3. Cálculos Taquímetro

- 3.1. Determinación del error de perpendicularidad entre EVR y EHR.
  - 3.1.1. Método del Punto Alto.
- 3.2. Determinación del error de perpendicularidad entre EC y EHR.
  - 3.2.1. Método del Doble Tránsito.
  - 3.2.2. Método de los Tres Puntos Alineados.
  - 3.2.3. Lecturas en el Limbo.
    - a) Error de índice ( $e_i$ )
    - b) Error de calaje ( $e_c$ )

### 4. Análisis de Errores y Conclusiones

- 4.1. Análisis de errores (sistemáticos y aleatorios).
- 4.2. Comentarios (deben ser objetivos y no juicios de valor).

## 2.3. MEDIDAS DE DISTANCIAS HORIZONTALES Y VERTICALES

Se medirá la distancia horizontal de dos puntos (A y B) materializados en terreno, mediante diferentes métodos de medición y por lo menos cinco veces para cada uno de ellos<sup>15</sup>.

### □ PROCEDIMIENTO DE GABINETE Y TERRENO PARA MEDIDAS DE DISTANCIAS HORIZONTALES

#### 2.3.1. Método por Pasos

- Determinación del Paso Medio, PM.
- Se cuenta el número de pasos necesarios (N) para recorrer la distancia  $\overline{AB}$ .

La distancia horizontal está dada por:

$$\underline{\underline{D_{hi} = N_i \cdot PM_i}} \quad (2.11)$$

donde:

$D_h[m]$ : Distancia horizontal  
 $N$ : Número de pasos  
 $PM[m/paso]$ : Paso medio

#### 2.3.2. Método con el Nivel de Ingeniero

- Se instala el instrumento en un punto inicial A.
- Se instala la mira sobre el punto final B.
- Se lee las estadías superior (ES) e inferior (EI).

La distancia horizontal está dada por:

$$\underline{\underline{D_{hi} = K \cdot G_i}} \quad (2.12)$$

donde:

$K$ : Constante estadimétrica  
 $G[m]$ : Número generador

---

<sup>15</sup>La separación entre los puntos no podrá ser inferior a 30 [m].

### 2.3.3. Método con el Taquímetro

- Se instala el Taquímetro sobre el punto A, mediante la plomada óptica.
- Se ubica la mira sobre el punto final B.
- En Directa, se cala el Hilo Medio( $h_m$ ) sobre la mira en una altura  $H_i$ <sup>16</sup>.
- Se lee el número generador ( $G_{D_i}$ ) y el ángulo vertical ( $Z_{D_i}$ ).
- Se transita el instrumento.
- Se vuelve a calar el Hilo Medio sobre la mira en la misma altura  $H_i$ .
- Se lee el número generador ( $G_{T_i}$ ) y el ángulo vertical ( $Z_{T_i}$ ).

La distancia horizontal(en Directa) está dada por:

---


$$D_{hD_i} = K \cdot G_{D_i} \cdot \text{sen}^2 Z_{D_i} \quad (2.13)$$


---

donde:

$D_{hD}[m]$ : Distancia horizontal en directa  
 $K$ : Constante estadimétrica  
 $G_D[m]$ : Número generador en directa  
 $Z_D[grad]$ : Ángulo vertical en directa

Dado que se realizaron lectura en directa y tránsito, luego se tendrán distancias horizontales en directa y en tránsito<sup>17</sup> después de aplicar la fórmula anterior.

La distancia final será el promedio de las distancias obtenidas en directa y tránsito<sup>18</sup>, es decir:

---


$$D_{hi} = \frac{D_{hD_i} + D_{hT_i}}{2} \quad (2.14)$$


---

donde:

$D_h[m]$ : Distancia horizontal final  
 $D_{hD}[m]$ : Distancia horizontal en directa  
 $D_{hT}[m]$ : Distancia horizontal en tránsito

---

<sup>16</sup>Se deben utilizar  $H_i$  diferentes para cada medida, además se recomienda calar en alturas pequeñas para disminuir errores por oscilación de la mira.

<sup>17</sup>Para el cálculo de distancias horizontales en tránsito es necesario transformar  $Z_T$  a  $Z'_D = 400 - Z_T$

<sup>18</sup>Eliminando las mediciones defectuosas.

### 2.3.4. Método con la Mira Horizontal

- Se instala el Taquímetro sobre el punto inicial A, mediante la plomada óptica.
- Se instala la Mira Horizontal sobre el punto final B, mediante la plomada óptica.
- En Directa, se miden los ángulos horizontales  $\alpha_1^D$  y  $\alpha_2^D$ .
- Se transita el instrumento.
- Nuevamente, se miden los ángulos horizontales  $\alpha_1^T$  y  $\alpha_2^T$ .

La distancia horizontal está dada por:

---


$$D_h = \frac{1}{\tan \alpha}$$


---

(2.15)

donde:

$D_h[m]$ : Distancia horizontal  
 $\alpha[grad]$ : Ángulo horizontal

La distancia horizontal en directa (o en tránsito) es el promedio de las distancias horizontales en directa (o en tránsito) utilizando la expresión anterior para el ángulo  $\alpha_1$  y el ángulo  $\alpha_2$ <sup>19</sup>. Es decir:

---


$$D_{hD} = \frac{D_h(\alpha_1^D) + D_h(\alpha_2^D)}{2}$$


---

(2.16)

donde:

$D_{hD}[m]$ : Distancia horizontal en directa  
 $\alpha_1^D[grad]$ : Ángulo horizontal 1 en directa  
 $\alpha_2^D[grad]$ : Ángulo horizontal 2 en directa

La distancia horizontal final es el promedio de la distancia horizontal en directa con la distancia horizontal en tránsito<sup>20</sup>.

---


$$D_h = \frac{D_{hD} + D_{hT}}{2}$$


---

(2.17)

donde:

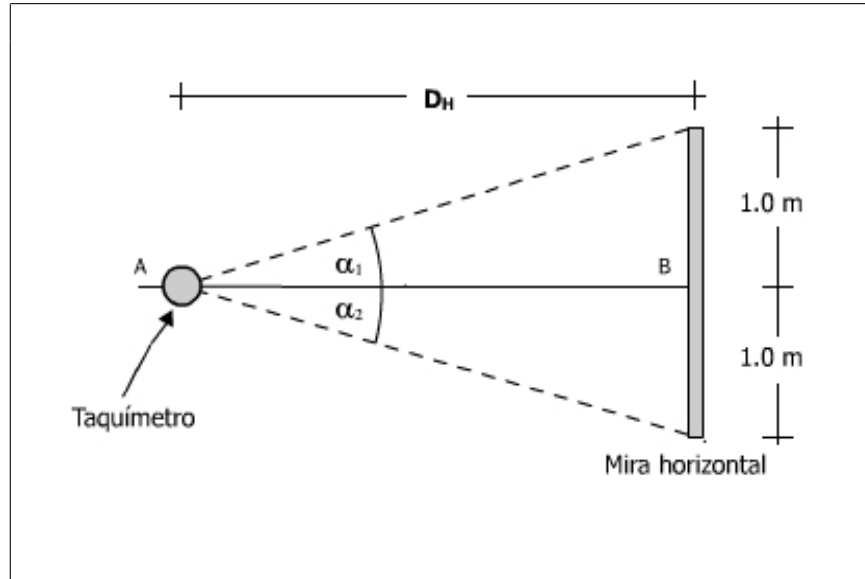
$D_h[m]$ : Distancia horizontal final  
 $D_{hD}[m]$ : Distancia horizontal en directa  
 $D_{hT}[m]$ : Distancia horizontal en tránsito

---

<sup>19</sup>Teóricamente, los ángulos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , tanto en directa como en tránsito, deberían ser iguales

<sup>20</sup>Eliminando las mediciones defectuosas

Figura 2.11: Método de la Mira Horizontal



### 2.3.5. Método del Ángulo Paraláctico Variable

- Realizar dos calajes en diferentes hilos medios ( $h_{m_i}$ ), en una mira vertical y leer:
  - Hilos Medios:  $h_1$  y  $h_2$
  - Ángulos verticales:  $Z_1$  y  $Z_2$

La distancia horizontal está dada por:

$$D_h = (h_2 - h_1) \cdot \frac{\text{sen } Z_1 \cdot \text{sen } Z_2}{\text{sen } Z_1 - Z_2} \quad (2.18)$$

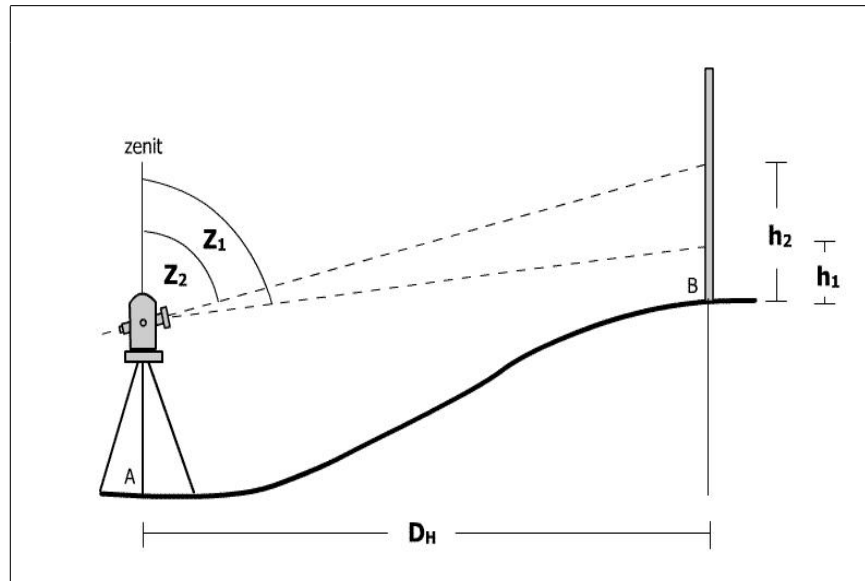
donde:

- $D_h[m]$ : Distancia horizontal
- $h_1[m]$ : Hilo medio 1
- $h_2[m]$ : Hilo medio 2
- $Z_1[grad]$ : Ángulo vertical 1
- $Z_2[grad]$ : Ángulo vertical 2

El Método del Ángulo Paraláctico Variable será aplicado tanto en directa como en tránsito por lo que el cálculo de la distancia horizontal se realiza de igual manera que los métodos anteriores.



Figura 2.12: Método del Ángulo Paraláctico Variable



#### □ PROCEDIMIENTO DE GABINETE Y TERRENO PARA MEDIDAS DE DISTANCIAS VERTICALES

Se determinará el desnivel entre dos puntos A y B materializados en terreno para diferentes métodos, se deberán realizar al menos cinco mediciones para cada una de las nivelaciones.

##### 2.3.6. Nivelación Taquimétrica

- Se instala el instrumento en punto A, mediante la plomada óptica.
- Medición de la altura instrumental  $h_i$ .
- Se ubica la mira en el punto B.
- En Directa, se realizan 5 lecturas de hilo medio ( $h_{m_i}$ ) con su respectivo ángulo vertical( $Z_i^D$ ).
- Se transita el instrumento.
- Nuevamente, se realizan 5 lecturas a iguales calajes que el caso en directa, con su respectivo ángulo vertical( $Z_i^T$ ).

El desnivel taquimétrico está dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{dn} &= \mathbf{h_i} - \mathbf{h_{mj}} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{G} \cdot \text{sen } 2 \cdot \alpha \\ \alpha &= 100 - \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (2.19)$$

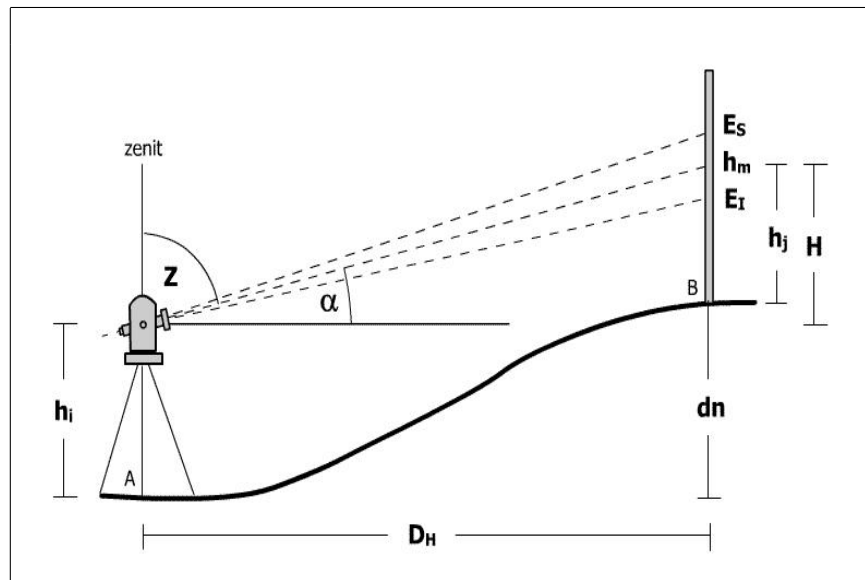
donde:

$dn[m]$ : Desnivel taquimétrico  
 $h_i[m]$ : Altura instrumental  
 $h_{mj}[m]$ : Hilo medio  
 $Z^{grad}$ : Ángulo vertical  
 $K$ : Constante estadimétrica  
 $G[m]$ : Número generador

El desnivel taquimétrico, tanto en directa como en tránsito, será el promedio de los 5 desniveles obtenidos de las 5 lecturas realizadas en terreno, respectivamente.

El desnivel taquimétrico final será el promedio del desnivel taquimétrico en directa con el desnivel taquimétrico en tránsito<sup>21</sup>.

Figura 2.13: Método de Nivelación Taquimétrica



<sup>21</sup>Para calcular las distancias verticales en tránsito es necesario transformar  $Z_T$  a  $Z'_D = 400 - Z_T$ .

### 2.3.7. Nivelación Trigonométrica

- Se instala el instrumento en punto A, mediante la plomada óptica.
- Medición de la altura instrumental  $h_i$ .
- Medición de la distancia horizontal con huincha.
- Se ubica la mira en el punto B.
- En Directa, se realizan 5 lecturas de hilo medio ( $h_{m_i}$ ) con su respectivo ángulo vertical ( $Z_i^D$ ).
- Se transita el instrumento.
- Nuevamente, se realizan 5 lecturas a iguales calajes que el caso en directa, con su respectivo ángulo vertical ( $Z_i^T$ ).

La fórmula de cálculo del desnivel trigonométrico está dado por:

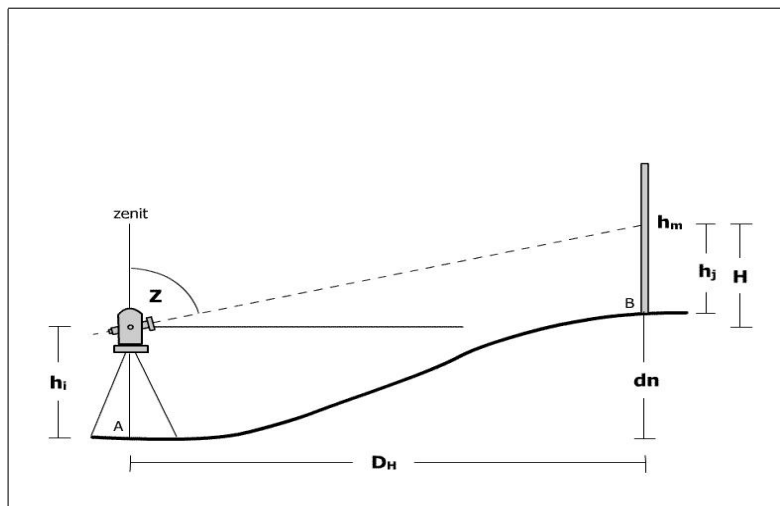
$$dn = h_i - h_{m_j} + D_h \cdot \cot Z + 6,66 \cdot 10^{-8} \cdot D_h^2 \quad (2.20)$$

donde:

$dn[m]$ : Desnivel trigonométrico  
 $h_i[m]$ : Altura instrumental  
 $h_{m_j}[m]$ : Hilo medio  
 $Z[grad]$ : Ángulo vertical  
 $D_h[m]$ : Distancia horizontal entre A y B

El desnivel trigonométrico final será el promedio del desnivel trigonométrico en directa con el desnivel trigonométrico en tránsito<sup>22</sup>.

Figura 2.14: Método de Nivelación Trigonométrica



<sup>22</sup>Ver cálculo de distancias verticales para desnivel taquimétrico.

### 2.3.8. Nivelación Geométrica Cerrada(NGC)

Se realizará una nivelación geométrica cerrada entre los puntos A y B considerando la siguiente tabla de errores admisibles:

Tabla 2.1: Errores admisibles para nivelación

Grado de Precisión	Función de la Distancia[mm]	Función del número de PI
Gran Precisión	$5 \cdot \sqrt{D}$	$1,6 \cdot \sqrt{N}$
Precisa	$10 \cdot \sqrt{D}$	$3,2 \cdot \sqrt{N}$
Corriente	$20 \cdot \sqrt{D}$	$6,4 \cdot \sqrt{N}$
Aproximada	$100 \cdot \sqrt{D}$	$32 \cdot \sqrt{N}$

#### □ PROCEDIMIENTO DE TERRENO PARA NGC

- Se determina la cantidad de bucles y posiciones instrumentales<sup>23</sup> que se harán entre los puntos A y B.
- En cada bucle se colocan miras en cada uno de sus extremos y se procede a leer hilos medios en cada una de las miras de manera ordenada<sup>24</sup>.

#### □ PROCEDIMIENTO DE GABINETE PARA NGC

- El error de cierre, en un circuito cerrado de nivelación, está dado por la siguiente expresión:

---


$$e_c = \sum_i LAT_i - \sum_i LAD_i = \sum_i dn_i(+) - \sum_i dn_i(-) \quad (2.21)$$


---

donde:

- $\sum_i LAT_i[m]$ : Suma de lecturas atrás
- $\sum_i LAD_i[m]$ : Suma de lecturas adelante
- $\sum_i dn_i(+)[m]$ : Suma de desniveles positivos
- $\sum_i dn_i(-)[m]$ : Suma de desniveles negativos
- $e_c[m]$ : Error de cierre

---

<sup>23</sup>También se les llama PI.

<sup>24</sup>Ver Tabla de cálculos.

- Compensación del error de cierre proporcional al desnivel.
  - El error unitario para la compensación de los desniveles está dado por la siguiente expresión:

$$\mathbf{e}_u = \frac{\mathbf{e}_c}{\sum_i |\mathbf{dn}_i^{s/c}|} \quad (2.22)$$

donde:

$\sum_i |\mathbf{dn}_i^{s/c}|[m]$ : Suma de desniveles sin compensar  
 $e_c[m]$ : Error de cierre  
 $e_u$ : Error unitario

- La compensación de los desniveles parciales del tramo nivelado se realizan mediante la expresión:

$$\mathbf{dn}_i^c = \mathbf{dn}_i^{s/c} - \mathbf{e}_u \cdot |\mathbf{dn}_i^{s/c}| \quad (2.23)$$

donde:

$dn^{s/c}[m]$ : Desnivel sin compensar  
 $e_u$ : Error unitario  
 $dn^c[m]$ : Desnivel compensado

- Compensación del error de cierre proporcional al número de posiciones instrumentales.
  - El error unitario para la compensación de las cotas está dado por la siguiente expresión:

$$\mathbf{e}_u = \frac{\mathbf{e}_c}{n} \quad (2.24)$$

donde:

$e_c[m]$ : Error de cierre  
 $n$ : Número de posiciones instrumentales totales para nivelar el tramo  
 $e_u[m]$ : Error unitario

- La compensación de las cotas se realizan mediante la expresión:

$$\mathbf{C}_k^c = \mathbf{C}_k^{s/c} - \mathbf{e}_u \cdot k \quad (2.25)$$

donde:

$C^{s/c}[m]$ : Cota sin compensar  
 $e_u[m]$ : Error unitario  
 $k$ : Posición instrumental k-ésima  
 $C^c[m]$ : Cota compensada

A continuación se presentan ejemplos de cálculo para las diferentes compensaciones:

Tabla 2.2: Compensación según magnitud del desnivel

PUNTO	LAT[m]	LAD[m]	$dn^{s/c}(+)[m]$	$dn^{s/c}(-)[m]$	$dn^c(+)[m]$	$dn^c(-)[m]$
PR1	1.390					
PC1	1.301	1.527		0.137		0.144
PC2	1.525	1.365		0.064		0.067
PC3	1.576	1.500	0.025		0.024	
PR1		1.379	0.197		0.187	
SUMA	5.792	5.771	0.222	0.201	0.211	0.211
$ec_1 = 5,792 - 5,771 = 0,021[m]$			$ec_2 = 0,222 - 0,201 = 0,021[m]$		$e_u = 0,04964539$	

Tabla 2.3: Compensación según número de posiciones instrumentales

PUNTO	LAT[m]	LAD[m]	CI	$CP^{s/c}[m]$	K	$\Delta K$	$CP^c[m]$
PR1	1.390		101.390	100.000	0	0.00000	100.000
PC1	1.301	1.527	101.164	99.863	1	0.005	99.858
PC2	1.525	1.365	101.324	99.799	2	0.011	99.789
PC3	1.576	1.500	101.400	99.824	3	0.016	99.808
PR1		1.379		100.021	4	0.021	100.000
SUMA	5.792	5.771					
$ec_1 = 5,792 - 5,771 = 0,021[m]$			$ec_2 = 100,021 - 100,000 = 0,021[m]$		$e_u = 0,00525$		

Además, podemos agregar:

$$\Delta \mathbf{K} = \mathbf{e}_u \cdot \mathbf{k} \quad (2.26)$$

donde:

$\Delta K$ : Corrección unitaria

$e_u[m]$ : Error unitario

### 2.3.9. Contenidos mínimos del Informe

#### MEDIDA DE DISTANCIAS HORIZONTALES Y VERTICALES

##### 1. Introducción.

- 1.1. Introducción General.
- 1.2. Introducción Teórica.
- 1.3. Metodología empleada en terreno.

##### 2. Cálculo Errores Instrumentales.

- 2.1. Estaciones Conjugadas.
- 2.2. Lecturas en el Limbo.

##### 3. Cálculo Distancias Horizontales.

- 3.1. Método por Pasos (incluir cálculo del Paso patrón).
- 3.2. Método con Huincha.
- 3.3. Método con Nivel de Ingeniero.
- 3.4. Método con Taquímetro.
- 3.5. Método con Telémetro.
- 3.6. Método del Ángulo Paraláctico.
- 3.7. Cálculo de Errores.
  - a) Propagación de Errores.
  - b) Cálculo de Errores mediante el Análisis por Dispersión.

##### 4. Cálculos Distancias Verticales.

- 4.1. Cálculo del desnivel mediante Nivelación Geométrica Cerrada (Proporcional al desnivel y proporcional al número de posiciones instrumentales).
- 4.2. Cálculo del desnivel mediante Nivelación Taquimétrica.
- 4.3. Cálculo del desnivel mediante Nivelación Trigonométrica.
- 4.4. Cálculo de Errores.
  - a) Propagación de Errores.
  - b) Cálculo de Errores mediante el Análisis por Dispersión.

##### 5. Análisis de Errores y Conclusiones.

- 5.1. Análisis de errores.
  - Cada método, se debe analizar por separado con el fin de determinar la precisión de cada uno de ellos.
  - El error se debe analizar mediante: Propagación de errores y el Método por dispersiones (desviación estándar del conjunto de medidas de cada método).
- 5.2. Resumen de los datos según las cifras significativas obtenidas del análisis de errores.
- 5.3. Conclusiones: se debe realizar un análisis crítico y objetivo considerando: factibilidad del método, costo, precisión, tiempo de ejecución, alcance, etc.

## 2.4. TRIANGULACIÓN Y MEDIDA PRECISA DE ÁNGULOS

El Método de Triangulación es utilizado para el transporte de coordenadas en grandes extensiones. Así, conocidas las coordenadas de un punto sobre el terreno, a partir de una cadena de triángulos (o una red de triangulación), se determinan las coordenadas de otros puntos de interés por medio de la ampliación de una base establecida en terreno. Según el tipo de uniones entre los triángulos (depende del tipo de terreno) se pueden realizar Cuadriláteros, Mallas o Cadenas. Como el método de triangulación utiliza ángulos, se estudiarán dos procedimientos para realizar una medida precisa de éstos: Repetición y Reiteración<sup>25</sup>.

### 2.4.1. Medida Precisa de Ángulos Horizontales

#### □ PROCEDIMIENTO DE TERRENO DEL MÉTODO DE REPETICIÓN

- Se instala el instrumento en el vértice V0, mediante la plomada óptica.
- Se fija en el vértice V1 el ángulo horizontal  $0^{grad}$ .
- Se mide el ángulo horizontal comprendido entre los vértices V1-V2( $\alpha$ ).
- Se fija el limbo horizontal y se vuelve a calar el vértice V1<sup>26</sup>.
- Se repite lo anterior n veces<sup>27</sup>; sólo se anota el ángulo horizontal de la primera medida.
- Al terminar las iteraciones se anota el ángulo horizontal final.
- Se transita el instrumento.
- Se fija en el vértice V2 el ángulo horizontal  $0^{grad}$ .
- Se mide el ángulo comprendido entre V2-V1( $\alpha'$ ).
- Se fija el limbo horizontal y se vuelve a calar el vértice V2.
- Se repite lo anterior n veces; sólo se anota el ángulo horizontal de la primera medida.
- Al terminar las iteraciones se anota el ángulo horizontal final.

El ángulo horizontal definitivo ( $\alpha_{Definitivo}$  y  $\alpha'_{Definitivo}$ ) será el que se obtenga de la corrección de los ángulos medidos, procedimiento explicado a continuación.

<sup>25</sup>Aunque en rigor se usarán los ángulos de Reiteración, el método de Repetición servirá para cada comparar los valores.

<sup>26</sup>Cuando se fija el limbo, y en consecuencia no se miden ángulos, se habla de Movimiento General. En caso contrario es un Movimiento en Alidada.

<sup>27</sup>El número de iteraciones es fijado por el ayudante a cargo y debe ser tal que se alcance a dar una vuelta al limbo horizontal, se recomienda  $n=3$ .



□ PROCEDIMIENTO DE GABINETE DEL MÉTODO DE REPETICIÓN

Una vez obtenidos los datos en terreno se procede a corregir los ángulos  $\alpha$  y  $\alpha'$  con las siguientes ecuaciones<sup>28</sup>:

$$\Omega_{\text{Total}} = \Omega_c + \Omega_{V1-V2} \quad (2.27)$$

donde:

$\Omega_{Total}^{[grad]}$ : Ángulo total  
 $\Omega_c^{[grad]}$ : Giros completos  
 $\Omega_{V1-V2}^{[grad]}$ : Ángulo entre V1-V2

$$\alpha_{\text{Provisorio}} = \frac{\Omega_{\text{Total}}}{n} \quad (2.28)$$

donde:

$\alpha_{Provisorio}^{[grad]}$ : Ángulo provisorio  
 $\Omega_{Total}^{[grad]}$ : Ángulo total  
 $n$ : Número de repeticiones

$$e_c = 400 \text{ grad} - (\alpha_{\text{Provisorio}} + \alpha'_{\text{Provisorio}}) \quad (2.29)$$

donde:

$\alpha_{Provisorio}^{[grad]}$ : Ángulo provisorio  
 $\alpha'_{Provisorio}^{[grad]}$ : Ángulo complementario provisorio  
 $e_c^{[grad]}$ : Error de cierre angular

$$\delta_\alpha = e_c \cdot \frac{\alpha_{\text{Provisorio}}}{\alpha_{\text{Provisorio}} + \alpha'_{\text{Provisorio}}} \quad (2.30)$$

$$\delta_{\alpha'} = e_c \cdot \frac{\alpha'_{\text{Provisorio}}}{\alpha_{\text{Provisorio}} + \alpha'_{\text{Provisorio}}}$$

donde:

$\delta_{\alpha'}^{[cc]}$ : Corrección angular del complemento  
 $\delta_\alpha^{[cc]}$ : Corrección angular  
 $\alpha_{Provisorio}^{[grad]}$ : Ángulo provisorio  
 $\alpha'_{Provisorio}^{[grad]}$ : Ángulo complementario provisorio  
 $e_c^{[grad]}$ : Error de cierre angular

<sup>28</sup>Ver tabla de cálculo.

---


$$\alpha_{\text{Definitivo}} = \alpha_{\text{Provisorio}} + \delta_{\alpha}$$


---

(2.31)

donde:

$\delta_{\alpha}[^{cc}]$ : Corrección angular

$\alpha_{\text{Provisorio}}[^{grad}]$ : Ángulo provisorio

$\alpha_{\text{Definitivo}}[^{grad}]$ : Ángulo definitivo

A continuación se presenta un ejemplo de cálculo<sup>29</sup>:

Tabla 2.4: Método de Repetición

VERTICE	CALAJE D	DIRECTA	TRANSITO	CALAJE T	OBSERVACIONES
V0	V1	0.008	399.990	V2	$n = 6$
	V2	280.552	119.522	V1	
	Giros Completos( $\Omega_c$ )	400.000	1600.000		$\alpha = 113,427^{grad}$
	Ángulo Total( $\Omega_{Total}$ )	680.544	1719.532		$n \cdot \alpha = 680,56^{grad}$
	Ángulo Provisorio	113.4240	286.5887		
	Corrección( $\delta$ )	$-36^{cc}$	$-91^{cc}$		$\alpha' = 286,569^{grad}$
	Ángulo Definitivo	113.4204	286.5796		$n \cdot \alpha' = 1719,41^{grad}$

---

<sup>29</sup>Unidades:  $\delta[^{cc}]$ , con  $1[^{cc}] = 0,0001[^{grad}]$  y los demás ángulos en  $[^{grad}]$ .

### □ PROCEDIMIENTO DE TERRENO DEL MÉTODO DE REITERACIÓN

- Se instala el instrumento en el vértice V0, mediante la plomada óptica.
- Se fija en el vértice V1 el ángulo horizontal<sup>30</sup> 0 *grad*.
- Se mide el ángulo horizontal<sup>31</sup> comprendido entre los vértices V1-V2, luego entre V2-V3, hasta el ángulo entre los dos últimos vértices( $V_i - V_{i+1}$ ).
- Se fija el limbo horizontal y se vuelve a calar V1.
- Se transita el instrumento.
- Se fija el ángulo horizontal obtenido al transitar en el vértice V1.
- Se mide el ángulo horizontal comprendido entre los vértices V1-V2, luego entre V2-V3, hasta el ángulo entre los dos últimos vértices( $V_i - V_{i+1}$ ).
- Se fija el limbo horizontal y se vuelve a calar V1.
- Se repite lo anterior para ángulos horizontales iniciales en V1 de 70 *grad* y 140 *grad*.

El ángulo horizontal definitivo será el que se obtenga del promedio de los ángulos corregidos.

### □ PROCEDIMIENTO DE GABINETE DEL MÉTODO DE REITERACIÓN

Una vez obtenidos los datos en terreno se procede a corregir los ángulos horizontales con las siguientes ecuaciones<sup>32</sup>:

$$\overline{HP_{ni}} = \frac{HD_{ni} + HT_{ni}}{2} \quad (2.32)$$

donde:

$HP_{ni} [grad]$ : Ángulo horizontal promedio  
 $HD_{ni} [grad]$ : Ángulo horizontal en directa  
 $HT_{ni} [grad]$ : Ángulo horizontal en tránsito

<sup>30</sup>Movimiento General.

<sup>31</sup>Movimiento en Alidada.

<sup>32</sup>En las ecuaciones siguientes: n → hace referencia al número de iteraciones realizadas  
i → hace referencia a cada par de ángulos (directa y tránsito) tomados en terreno.

---


$$\mathbf{HPR}_{ni} = \mathbf{HP}_{ni} - \mathbf{HP}_{n1}$$


---

(2.33)

donde:

$HPR_{ni}^{[grad]}$ : Ángulo promedio reducido  
 $HP_{ni}^{[grad]}$ : Ángulo horizontal promedio  
 $HP_{n1}^{[grad]}$ : Primer ángulo horizontal promedio para cada n

---


$$\mathbf{e}_n = 400^{\text{grad}} - \mathbf{HPR}_{n(i_{\text{FINAL}})}$$


---

(2.34)

donde:

$HPR_{n(i_{\text{FINAL}})}^{[grad]}$ : Último ángulo promedio reducido para cada n  
 $e_n^{[grad]}$ : Error de cierre angular

---


$$\delta_{ni} = \mathbf{e}_n \cdot \frac{\mathbf{HPR}_{ni}}{\mathbf{HPR}_{n(i_{\text{FINAL}})}}$$


---

(2.35)

donde:

$HPR_{n(i_{\text{FINAL}})}^{[grad]}$ : Último ángulo promedio reducido para cada n  
 $HPR_{ni}^{[grad]}$ : Ángulo promedio reducido  
 $e_n^{[grad]}$ : Error de cierre angular  
 $\delta_{ni}^{[cc]}$ : Corrección angular

---


$$\mathbf{HC}_{ni} = \mathbf{HPR}_{ni} + \delta_{ni}$$


---

(2.36)

donde:

$HPR_{ni}^{[grad]}$ : Ángulo promedio reducido  
 $HC_{ni}^{[grad]}$ : Ángulo corregido  
 $\delta_{ni}^{[cc]}$ : Corrección angular

A continuación se presenta un ejemplo de cálculo<sup>33</sup> :

Tabla 2.5: Método de Reiteración

VERTICE	n	PUNTO	HD	HT	PROMEDIO	PROMEDIO REDUCIDO	CORRECCION	ANGULO CORREGIDO
V0	1	V1	0.001	200.007	0.0040	0.0000	0.0000	0.0000
		V2	2.659	202.673	2.6660	2.6620	0.0001	2.6621
		V3	308.042	108.064	308.0530	308.0490	0.0162	308.0652
		V4	377.972	177.992	377.9820	377.9780	0.0198	377.9978
		V5	399.977	199.989	399.9830	399.9790	0.0210	400.0000
	2	V1	70.000	270.029	70.0145	0.0000	0.0000	0.0000
		V2	72.675	272.707	72.6910	2.6765	0.0000	2.6765
		V3	378.068	178.095	378.0815	308.0670	0.0015	308.0685
		V4	47.998	248.028	48.0130	377.9985	0.0019	378.0004
		V5	70.004	270.021	70.0125	399.9980	0.0020	400.0000
	3	V1	149.994	350.012	150.0030	0.0000	0.0000	0.0000
		V2	152.680	352.501	152.5905	2.5875	0.0000	2.5875
		V3	58.068	258.101	58.0845	308.0815	-0.0031	308.0784
		V4	128.000	328.020	128.0100	378.0070	-0.0038	378.0032
		V5	150.003	350.011	150.0070	400.0040	-0.0040	400.0000

<sup>33</sup>Unidades:  $\delta[cc]$  en que  $1[cc] = 0,0001[grad]$  y los demás ángulos en gradianes

### 2.4.2. Método de Triangulación (Transporte de coordenadas)

#### □ PROCEDIMIENTO DE TERRENO PARA TRIANGULACIÓN<sup>34</sup>

##### ■ Cuadriláteros

- Se ubican los vértices el Cuadrilátero.
- Se ubica el instrumento en uno de los vértices, mediante plomada óptica.
- Se mide la altura instrumental( $h_i$ ).
- Se realiza una medida precisa de los ángulos internos del cuadrilátero mediante el método de Reiteración.
- Se realizan 3 medidas, hacia los vértices adyacentes, de hilo medio( $h_{m_i}$ ) y ángulo vertical( $Z_i$ ) para realizar Desnivel Trigonométrico.
- Se repite todo lo anterior para los demás vértices del cuadrilátero.

La distancia horizontal se mide una sola vez entre cualquier par de vértices, a través del método de la mira horizontal. En cualquier vértice del cuadrilátero se realizará una medida precisa de ángulo por el método de Repetición.

##### ■ Mallas

- Se ubican los vértices de la Malla<sup>35</sup>.
- Se ubica el instrumento en uno de los vértices, mediante plomada óptica.
- Se mide la altura instrumental.
- Se realiza una medida precisa de ángulos mediante el método de Reiteración.
- Se realizan 3 medidas, hacia los vértices adyacentes, de hilo medio( $h_{m_i}$ ) y ángulo vertical( $Z_i$ ) para realizar Desnivel Trigonométrico.
- Se repite el procedimiento anterior para los demás vértices de la malla.

Para el vértice central se realiza medida precisa de ángulos mediante una Reiteración. La distancia horizontal se mide una sola vez entre cualquier par de vértices, a través del método de la mira horizontal. En cualquier vértice de la Malla se realizar una medida precisa de ángulo por Repetición.

---

<sup>35</sup>Se incluye el vértice central

### ■ Cadenas

- Se ubican los vértices de la Cadena de Triangulación.
- Se ubica el instrumento en uno de los vértices, mediante plomada óptica.
- Se realiza una medida precisa de ángulos mediante el método de Reiteración.
- Se realizan 3 medidas, hacia los vértices adyacentes, de hilo medio( $h_{m_i}$ ) y ángulo vertical( $Z_i$ ) para realizar Desnivel Trigonométrico.
- Se repite el procedimiento anterior para los demás vértices de la malla.

Se debe medir la distancia horizontal  $Dh_1$  y  $Dh_2$ , entre los dos primeros vértices y los dos últimos vértices, respectivamente. En el primer y último vértice se debe medir el Azimut( $Az$ ).

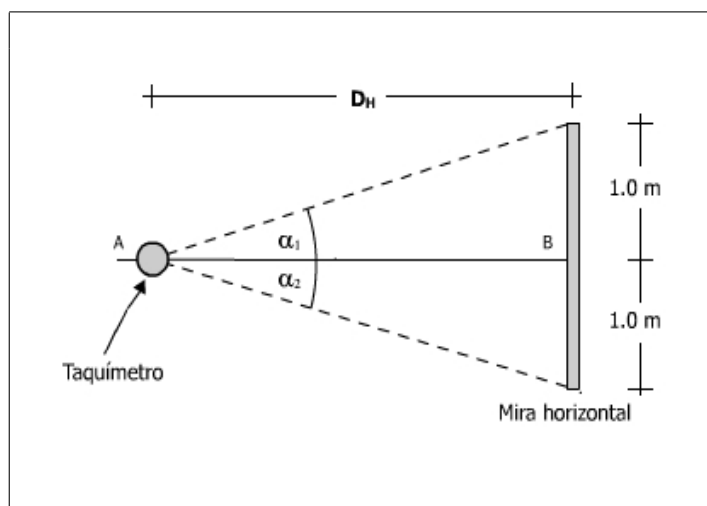
### □ PROCEDIMIENTO DE GABINETE PARA TRIANGULACIÓN

#### ■ Cálculo de la Base de Triangulación

La base de triangulación corresponde a la distancia horizontal( $D_{h_i}$ ) medida entre cualquier par de vértices. Ésta distancia horizontal se calcula mediante el método de la mira horizontal<sup>36</sup>.

Si los ángulos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  no fueran iguales, se deben promediar las distancias  $D_{h_1}$  y  $D_{h_2}$  obtenidas para cada ángulo respectivamente, evitando las incidencias de errores.

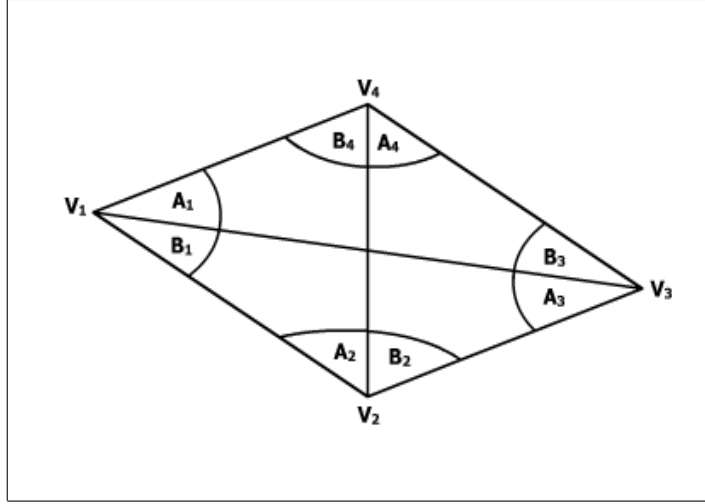
Figura 2.15: Método de la Mira Horizontal



<sup>36</sup>Ver pág 30.

- Compensación de un Cuadrilátero

Figura 2.16: Esquema de un Cuadrilátero



## 1. Condición de Triángulos

Para la condición de triángulos se deben cumplir las siguientes igualdades:

---


$$\begin{aligned}
 A_1 + B_3 + A_4 + B_4 &= 200 \text{ grad} \\
 B_1 + A_2 + B_2 + A_3 &= 200 \text{ grad} \\
 A_1 + B_1 + A_2 + B_4 &= 200 \text{ grad}
 \end{aligned}
 \tag{2.37}$$


---

donde:

$X_i[\text{grad}]$ : Ángulo interior

Pero debido a los errores de observación, se tiene:

---


$$\begin{aligned}
 A_1 + B_3 + A_4 + B_4 &= 200 \text{ grad} + d_1 \\
 B_1 + A_2 + B_2 + A_3 &= 200 \text{ grad} + d_2 \\
 A_1 + B_1 + A_2 + B_4 &= 200 \text{ grad} + d_3
 \end{aligned}
 \tag{2.38}$$


---

donde:

$X_i[\text{grad}]$ : Ángulo interior  
 $d_i[\text{grad}]$ : Error



Por lo tanto, se deben corregir los ángulos( $X'_i$ ) de la siguiente manera:

---


$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{A}'_1 = \mathbf{A}_1 + \alpha_1 & \mathbf{B}'_1 = \mathbf{B}_1 + \beta_1 \\
 \mathbf{A}'_2 = \mathbf{A}_2 + \alpha_2 & \mathbf{B}'_2 = \mathbf{B}_2 + \beta_2 \\
 \mathbf{A}'_3 = \mathbf{A}_3 + \alpha_3 & \mathbf{B}'_3 = \mathbf{B}_3 + \beta_3 \\
 \mathbf{A}'_4 = \mathbf{A}_4 + \alpha_4 & \mathbf{B}'_4 = \mathbf{B}_4 + \beta_4
 \end{array}
 \tag{2.39}$$


---

donde:

$X_i[grad]$ : Ángulo interior

$X'_i[grad]$ : Ángulo interior corregido por condición de triángulos

Los ángulos  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  están determinados por:

---


$$\begin{aligned}
 \alpha_1 = \beta_4 &= -\frac{1}{8} \cdot (\mathbf{d}_1 - \mathbf{d}_2 + 2 \cdot \mathbf{d}_3) \\
 \alpha_2 = \beta_1 &= -\frac{1}{8} \cdot (-\mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 + 2 \cdot \mathbf{d}_3) \\
 \alpha_3 = \beta_2 &= -\frac{1}{8} \cdot (\mathbf{d}_1 + 3 \cdot \mathbf{d}_2 - 2 \cdot \mathbf{d}_3) \\
 \alpha_4 = \beta_3 &= -\frac{1}{8} \cdot (3 \cdot \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 - 2 \cdot \mathbf{d}_3)
 \end{aligned}
 \tag{2.40}$$


---

donde:

$\alpha_i, \beta_i[grad]$ : Correcciones angulares

$d_i[grad]$ : Error

La secuencia de cálculo de la condición de triángulo es la siguiente:

- Cálculo de las dispersiones  $d_i$  utilizando la ecuación (2.38).
- Si las dispersiones( $d_i$ ) son del orden de  $0,0001^{grad}$  se terminan las iteraciones.
- En caso de no cumplir el punto anterior, se calculan las correcciones  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  para los ángulos  $A_i$  y  $B_i$  utilizando las ecuaciones (2.40).
- Con los ángulos corregidos ( $A'_i$  y  $B'_i$ ), verificar que se cumpla el segundo punto.
- En caso de repetir el proceso los ángulos a corregir serán  $X'_i$ , y así sucesivamente.

## 2. Condición de Lados

Se debe cumplir que el valor de una distancia horizontal (longitud de un lado) es independiente del método de cálculo. Así, aplicando sucesivamente el teorema del seno se puede demostrar que:

$$\frac{\text{sen } \mathbf{A}'_1 \cdot \text{sen } \mathbf{A}'_2 \cdot \text{sen } \mathbf{A}'_3 \cdot \text{sen } \mathbf{A}'_4}{\text{sen } \mathbf{B}'_1 \cdot \text{sen } \mathbf{B}'_2 \cdot \text{sen } \mathbf{B}'_3 \cdot \text{sen } \mathbf{B}'_4} = \frac{\Pi \text{sen } \mathbf{A}'_i}{\Pi \text{sen } \mathbf{B}'_i} = 1 \quad (2.41)$$

donde:

$X'_i$  [grad]: Ángulo interior corregido por condición de triángulos

Pero en realidad se tiene:

$$\frac{\Pi \text{sen } \mathbf{A}'_i}{\Pi \text{sen } \mathbf{B}'_i} = 1 + \mathbf{E} \quad (2.42)$$

donde:

$X'_i$  [grad]: Ángulo interior corregido por condición de triángulos

$E$ : Error en distancia

Por lo tanto se deben corregir los ángulos en una cantidad  $x$ , dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}''_i &= \mathbf{A}'_i + x \\ \mathbf{B}''_i &= \mathbf{B}'_i - x \end{aligned} \quad (2.43)$$

donde:

$X'_i$  [grad]: Ángulo interior corregido por condición de triángulos

$X''_i$  [grad]: Ángulo interior corregido por condición de lados

Donde el valor de  $x$  corresponde a:

$$\mathbf{x} = \frac{-63,662 \cdot \mathbf{E}}{\sum_i \cot \mathbf{A}'_i + \sum_i \cot \mathbf{B}'_i} \quad (2.44)$$

donde:

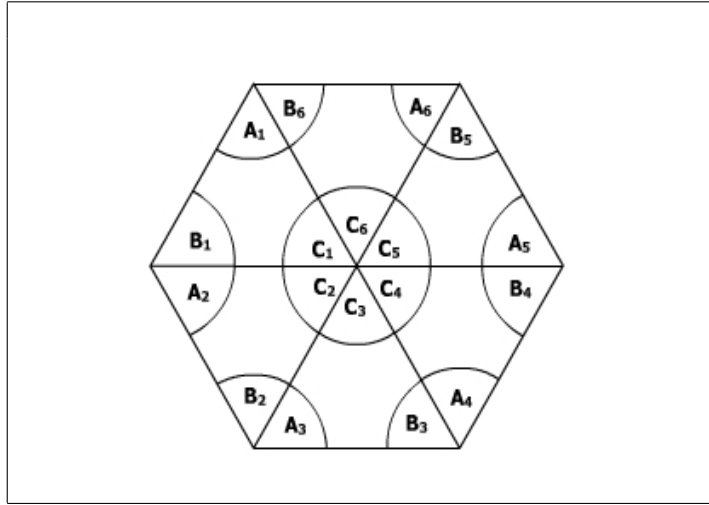
$X'_i$  [grad]: Ángulo interior corregido por condición de triángulos

$E$ : Error en distancia

La secuencia de cálculo para cumplir la condición de lados es la siguiente:

- Cálculo del error E mediante la ecuación (2.42).
  - Cálculo del incremento angular  $x$  mediante la ecuación (2.44).
  - Si se cumple que  $x \leq 10^{-5}$  se terminan las iteraciones.
  - En caso de no cumplir el punto anterior, se deben corregir los ángulos  $A'_i$  y  $B'_i$ , mediante la ecuación (2.43).
  - Nuevamente calcular el error E mediante ecuación (2.41) ahora con los ángulos  $A''_i$  y  $B''_i$ . Verificar el paso 2.
- Compensación de una Malla

Figura 2.17: Esquema de una Malla



#### 1. Condición de Triángulo

Para la condición de triángulo se deben cumplir las siguientes igualdades:

---


$$A_i + B_i + C_i = 200 \text{ grad } \forall i$$


---

donde:

$X_i$ : Ángulo interior

Pero debido a los errores de observación, se tiene:

---


$$A_i + B_i + C_i = 200 \text{ grad } + d_i$$


---

donde:

$X_i$ : Ángulo interior

$d_i$ : Error

Por lo tanto se deben corregir los ángulos en un valor  $\frac{d_i}{3}$ , con lo cual se obtiene:

$$\mathbf{X}_i' = \mathbf{X}_i + \frac{\mathbf{d}_i}{3} \quad (2.47)$$

donde:

$X_i[\text{grad}]$ : Ángulo interior

$X_i'[\text{grad}]$ : Ángulo interior corregido por condición de triángulos

$d_i$ : Error

## 2. Condición de giro

Para la condición de giro se debe cumplir la siguiente igualdad:

$$\sum \mathbf{C}_i' = 400 \text{ grad } \forall i \quad (2.48)$$

donde:

$C_i'[\text{grad}]$ : Ángulo interior del centro corregido por condición de triángulos

Pero debido a errores de observación, se tiene:

$$\sum \mathbf{C}_i' = 400 \text{ grad } + \mathbf{d}_i \quad (2.49)$$

donde:

$C_i'[\text{grad}]$ : Ángulo interior del centro corregido por condición de triángulos

$d_i$ : Error

Por lo tanto se deben corregir los ángulos  $A_i'$  y  $B_i'$  en un valor<sup>37</sup>  $\frac{d_i}{2 \cdot n}$  y los ángulos  $C_i'$  en un valor  $\frac{d_i}{n}$ .

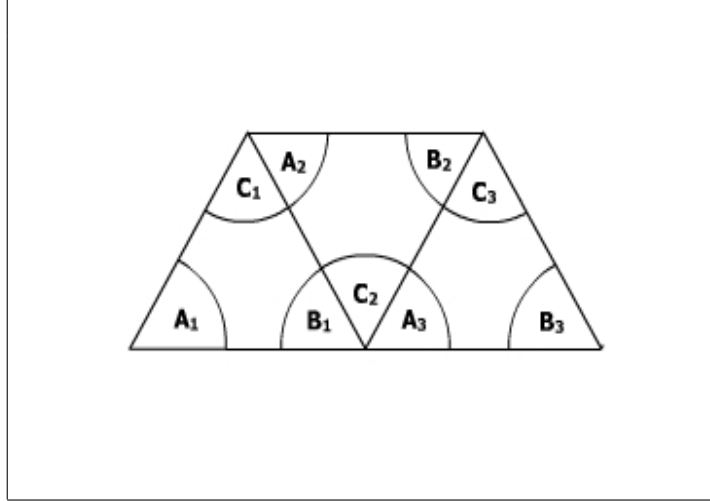
## 3. Condición de Lados<sup>38</sup>

<sup>37</sup>Donde n es el número de triángulos que conforma la malla.

<sup>38</sup>Ver condición de Lados en Cuadriláteros.

- Compensación de una Cadena

Figura 2.18: Esquema de una Cadena



1. Condición de Triángulo<sup>39</sup>
2. Condición de Convergencia

El ángulo de convergencia I corresponde a:

$$I = 400^{\text{grad}} - (A_{z2} - A_{z1}) \quad (2.50)$$

donde:

$I [^{\text{grad}}]$ : Ángulo de convergencia

$A_{z_i} [^{\text{grad}}]$ : Azimut

Para la condición de convergencia se debe cumplir con la siguiente igualdad:

$$\sum C'_{i,\text{impares}} - \sum C'_{i,\text{pares}} = I \quad (2.51)$$

donde:

$C'_i [^{\text{grad}}]$ : Ángulo interior del centro corregido por condición de triángulos

$I [^{\text{grad}}]$ : Ángulo de convergencia

<sup>39</sup>Ver Condición de Triángulos en Mallas.

Pero debido a los errores de observación, se tiene:

---


$$\sum C'_{i,\text{impares}} - \sum C'_{i,\text{pares}} = I + d_i \quad (2.52)$$


---

donde:

$C'_i [grad]$ : Ángulo interior del centro corregido por condición de triángulos  
 $I [grad]$ : Ángulo de convergencia  
 $d_i$ : Error

Por lo tanto se deben corregir los ángulos pares e impares de la siguiente manera:

---


$$\begin{aligned} C''_{i,\text{pares}} &= C'_{i,\text{pares}} + \frac{d_i}{n} & C''_{i,\text{impares}} &= C'_{i,\text{impares}} - \frac{d_i}{n} \\ A''_{i,\text{pares}} &= A'_{i,\text{pares}} - \frac{d_i}{2 \cdot n} & A''_{i,\text{impares}} &= A'_{i,\text{impares}} + \frac{d_i}{2 \cdot n} \\ B''_{i,\text{pares}} &= B'_{i,\text{pares}} - \frac{d_i}{2 \cdot n} & B''_{i,\text{impares}} &= B'_{i,\text{impares}} + \frac{d_i}{2 \cdot n} \end{aligned} \quad (2.53)$$


---

donde:

$X'_i [grad]$ : Ángulo interior corregido por condición de triángulos  
 $X''_i [grad]$ : Ángulo interior corregido por condición de convergencia  
 $d_i$ : Error

### 3. Condición de Lados

Se debe cumplir que el valor de una distancia horizontal (longitud de un lado) es independiente del método de cálculo. Así, aplicando sucesivamente el teorema del seno se puede demostrar que:

---


$$\frac{\Pi \text{ sen } A''_i}{\Pi \text{ sen } B''_i} = \frac{L_2}{L_1} \quad (2.54)$$


---

donde:

$X''_i [grad]$ : Ángulo interior corregido por condición de convergencia  
 $L_i[m]$ : Lado resultante de la cadena, generalmente son los lados de inicio y término

Pero en realidad se tiene:

$$\frac{\Pi \text{ sen } \mathbf{A}_i''}{\Pi \text{ sen } \mathbf{B}_i''} = \frac{\mathbf{L}_2}{\mathbf{L}_1} + \mathbf{E} \quad (2.55)$$

donde:

$X_i'' [grad]$ : Ángulo interior corregido por condición de convergencia

$L_i[m]$ : Lado resultante de la cadena, generalmente son los lados de inicio y término

$E$ : Error de distancia

Por lo tanto se deben corregir los ángulos en una cantidad  $x$ , dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i''' &= \mathbf{A}_i'' + x \\ \mathbf{B}_i''' &= \mathbf{B}_i'' - x \end{aligned} \quad (2.56)$$

donde:

$X_i'' [grad]$ : Ángulo interior corregido por condición de convergencia

$X_i''' [grad]$ : Ángulo interior corregido por condición de lados

Donde el valor de  $x$  corresponde a:

$$\mathbf{X} = \frac{-63,662 \cdot \mathbf{E}}{\frac{\mathbf{L}_2}{\mathbf{L}_1} \cdot (\sum_i \cot \mathbf{A}_i'' + \sum_i \cot \mathbf{B}_i'')} \quad (2.57)$$

donde:

$X_i'' [grad]$ : Ángulo interior corregido por condición de convergencia

$L_i[m]$ : Lado resultante de la cadena, generalmente son los lados de inicio y término

$E$ : Error

La secuencia de cálculo para cumplir la condición de lados es la siguiente:

- Cálculo del error  $E$  mediante la ecuación (2.55).
- Cálculo del incremento angular  $x$  mediante la ecuación (2.57).
- Si se cumple que  $x \leq 10^{-5}$  se terminan las iteraciones.
- En caso de no cumplir el punto anterior, se deben corregir los ángulos  $A_i''$  y  $B_i''$  mediante la ecuación (2.56).
- Nuevamente calcular el error  $E$  mediante ecuación (2.54) ahora con los ángulos  $A_i'''$  y  $B_i'''$ . Verificar el paso 2.

- Cálculo de Azimut

Dado que el azimut inicial es conocido, entonces basta trasladarlo para el resto de los lados externos del cuadrilátero, mediante la siguiente expresión:

---


$$\mathbf{Az}_{ij} = \mathbf{Az}_{mi} \pm 200^{\text{grad}} \pm \alpha_i \quad (2.58)$$


---

donde:

$Az_{ij} [^{\text{grad}}]$ : Azimut del lado  $V_i - V_j$   
 $Az_{mi} [^{\text{grad}}]$ : Azimut del lado  $V_m - V_i$   
 $\alpha_i [^{\text{grad}}]$ : Ángulo interior en la estación i

- Cálculo de Coordenadas Relativas

Para el cálculo de las coordenadas relativas entre vértices vecinos del cuadrilátero, se utilizan las siguientes expresiones:

---


$$\begin{aligned} \Delta x_{ij} &= D_{ij} \cdot \text{sen } \mathbf{Az}_{ij} \\ \Delta y_{ij} &= D_{ij} \cdot \text{cos } \mathbf{Az}_{ij} \end{aligned} \quad (2.59)$$


---

donde:

$\Delta x_{ij} [m]$ : Coordenada relativa entre  $V_i - V_j$  en el eje X  
 $\Delta y_{ij} [m]$ : Coordenada relativa entre  $V_i - V_j$  en el eje Y  
 $Az_{ij} [^{\text{grad}}]$ : Azimut del lado  $V_i - V_j$   
 $D_{ij} [m]$ : Distancia horizontal entre  $V_i - V_j$

- Cálculo de Coordenadas Absolutas

Para el cálculo de las coordenadas absolutas de los vértices del cuadrilátero, se utilizan las siguientes expresiones:

---


$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i &= \mathbf{x}_j + \Delta \mathbf{x}_{ij} \\ \mathbf{y}_i &= \mathbf{y}_j + \Delta \mathbf{y}_{ij} \end{aligned} \quad (2.60)$$


---

donde:

$\Delta x_{ij} [m]$ : Coordenada relativa entre  $V_i - V_j$  en el eje X  
 $\Delta y_{ij} [m]$ : Coordenada relativa entre  $V_i - V_j$  en el eje Y  
 $x_i [m]$ : Coordenada absoluta en eje X  
 $y_i [m]$ : Coordenada absoluta en eje Y



- Cálculo de Cotas Trigonómicas<sup>40</sup>

Se deben promediar los distintos desniveles obtenidos para un determinado tramo, eliminando aquellos valores que estén fuera de rango. La expresión de la Nivelación Trigonométrica es la siguiente:

---


$$\mathbf{C_P} = \mathbf{C_E} + \mathbf{h_i} - \mathbf{h_j} + \mathbf{D_h} \cdot \cot \mathbf{Z} + \mathbf{6,66 \cdot 10^{-8} \cdot D_h^2}$$


---

(2.61)

donde:

$C_P[m]$ : Cota del punto P  
 $C_E[m]$ : Cota del punto E  
 $h_i[m]$ : Altura instrumental  
 $h_j[m]$ : Hilo medio  
 $Z[^{grad}]$ : Ángulo vertical  
 $D_h[m]$ : Distancia horizontal

---

<sup>40</sup>Ver pág. 34

### 2.4.3. Contenidos mínimos del Informe

## TRIANGULACIÓN Y MEDIDA PRECISA DE ÁNGULOS

### 1. Introducción.

- 1.1. Introducción General.
- 1.2. Introducción Teórica.
- 1.3. Metodología empleada en terreno.

### 2. Cálculos.

- 2.1. Errores Instrumentales(lecturas en el limbo).
- 2.2. Determinación de ángulos por Reiteración y Repetición.
- 2.3. Cálculo de la Base.
- 2.4. Compensación del Cuadrilátero.
  - 2.4.1. Condición de Triángulo.
  - 2.4.2. Condición de Distancia.
- 2.5. Cálculo y Traslado de Azimutes.
- 2.6. Cálculo de coordenadas relativas.
- 2.7. Cálculo de cotas Trigonométricas.
- 2.8. Cálculo de coordenadas Absolutas (x, y, z).
- 2.9. Cálculo de la precisión obtenida para las coordenadas ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ )

### 3. Análisis de errores, Comentarios y Conclusiones.

- 3.1. Análisis de errores. Se debe determinar el número de cifras significativas correctas.
- 3.2. Conclusiones.
- 3.3. Resumen de las coordenadas finales calculadas (incluir número de decimales según el análisis de errores).

## 2.5. ASTRONOMÍA DE POSICIÓN

La astronomía de posición permite obtener los datos de entrada para cualquier levantamiento, como son las coordenadas geográficas de un punto y un azimut inicial, a través de la observación del movimiento de los astros. En nuestro caso, el astro que tomamos como referencia es el sol, lo cual presenta ventajas como que nos permite tomar las mediciones durante el día y es muy fácil de ubicar pero también algunas desventajas como que al ser el astro más brillante es necesaria la utilización de instrumentos especiales como el prisma de Reolofs y sus dimensiones son muy grandes como para considerarlo puntual, lo cual dificulta la determinación exacta de su posición. Por otra parte, como sabemos, para observar objetos que están más allá de nuestra atmósfera, es necesario corregir las mediciones debido a la refracción atmosférica, la cual depende de la temperatura ambiente y de la presión atmosférica.

La culminación corresponde al paso del astro de interés por el meridiano celeste del lugar. Si se toman punterías del astro por lo menos una hora antes, o bien, una hora después de la culminación, entonces se pueden confeccionar las rectas de altura. Para determinar la latitud y la longitud de un lugar se utilizan los datos de culminación del sol, mientras que para determinar el azimut inicial se utilizan las rectas de altura, aunque éstas también permiten calcular la longitud del lugar en forma más precisa.

A continuación se describen los procedimientos de terreno y gabinete para la obtención de los resultados esperados.

Para poder realizar astronomía de posición se necesitan los siguientes equipos:

- Taquímetro convencional (tipo T1)
- Trípode
- Codos
- Prisma de Reolofs
- Cronómetro
- Brújula
- Termómetro
- Barómetro
- Altímetro

### □ PROCEDIMIENTO DE TERRENO PARA OBTENER LOS DATOS DE CULMINACIÓN

El procedimiento de terreno consta de las siguientes etapas:

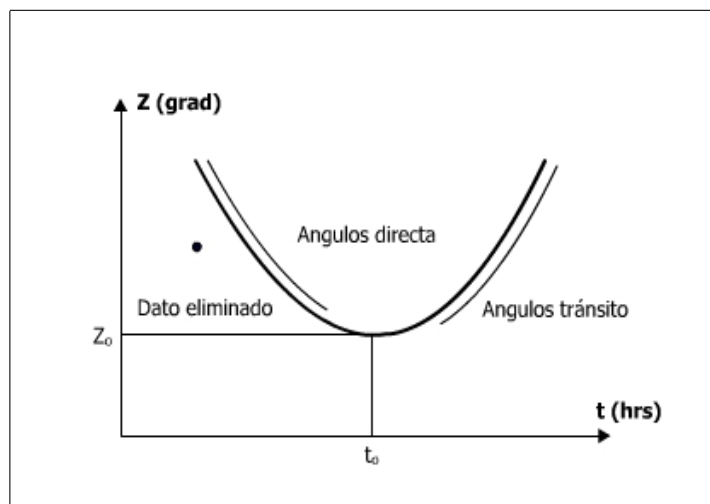
- Estimación aproximada del tiempo oficial de culminación.
- Instalación del equipo en la estación de observación con tiempo suficiente como para estar habilitado para tomar las lecturas de culminación.
- Corrección de la ampolleta de nivel previo a la observación.
- Medición de la temperatura y de la presión atmosférica antes de comenzar las observaciones y luego de terminarlas.
- Las punterías se efectuarán cada 1 minuto (ángulo vertical  $Z$  y tiempo  $t$ ) alrededor de la culminación<sup>41</sup>, considerando el siguiente procedimiento:
  - Debe existir un cronometrador, un anotador, un operador del taquímetro y un lector de ángulos.
  - El cronometrador orientará al operador del taquímetro respecto del tiempo mínimo en que se hará la puntería y le indicará al operador el momento de efectuarla, quien debe estar siguiendo el movimiento del sol con los tornillos de precisión.
  - El operador del taquímetro, y sólo él, dará la voz de alto cuando tenga perfectamente apuntado el astro. En ese momento deja de mover los tornillos, el lector de ángulos dicta el ángulo vertical y el cronometrador dicta el tiempo oficial en que se dio la voz de alto.
  - En el momento de la culminación<sup>42</sup> se debe transitar el instrumento y continuar con el resto de las punterías en tránsito. Para transitar el instrumento se deben sacar los codos y no el prisma de Reolofs. Es imprescindible no tocar el prisma ya que al transitar se corrige la desviación del eje de colimación que éste genera. Esta desviación se produce en una dirección y cantidad desconocida, pero al transitar el instrumento se desvía en la dirección opuesta, de manera que se obtiene un gráfico de culminación como el de la figura .

---

<sup>41</sup>Se recomienda al menos 10 punterías, antes y después de la culminación.

<sup>42</sup>La cual ocurre cuando el ángulo vertical  $Z$  deja de variar apreciablemente.

Figura 2.19: Gráfico de Culminación del Sol



#### □ PROCEDIMIENTO DE TERRENO PARA OBTENER LAS RECTAS DE ALTURA

El procedimiento de terreno para la toma de datos de las rectas de altura del sol es el siguiente:

- Instalación del equipo en la estación de observación por lo menos una hora antes o una hora después de la culminación.
- Corrección de la ampolleta de nivel previo a la observación.
- Determinación del error de calaje( $e_c$ ) del instrumento.
- Medición de la temperatura y de la presión atmosférica antes de comenzar las observaciones y luego de terminarlas
- Calar el origen de los ángulos horizontales ( $0^{grad}$ ) en el pilar astronómico (vértice de referencia para obtener la dirección de la línea meridiana).

Se efectúan las punterías cada 1 minuto pero esta vez considerando tanto ángulo vertical( $Z$ ) como horizontal( $\alpha_H$ ), y se deben tomar por lo menos 5 punterías en directa y 5 en tránsito.

□ PROCEDIMIENTO DE GABINETE

## ■ Cálculo de la Latitud Geográfica

El cálculo de la latitud geográfica del lugar se obtiene a partir de los datos de culminación y se realiza en dos etapas: cálculo aproximado y cálculo exacto.

## ● Cálculo de la latitud aproximada

La latitud aproximada se obtiene directamente del triángulo de posición en culminación. Para esto se deben seguir los siguientes pasos:

- Graficar  $Z$  (Ángulo Vertical) v/s  $t$  (Tiempo Oficial) en directa y en tránsito <sup>43</sup>.
- Desechar malas punterías<sup>44</sup>.
- Trazar una parábola de ajuste de los datos registrados considerando tanto los datos en directa como en tránsito. Como ajuste se puede tomar por ejemplo mínimos cuadrados.
- Obtener de la parábola de ajuste  $Z_0$  y  $t_0$  (datos de culminación), y transformar  $Z_0$  a grados sexagesimales.
- Interpolare en las tablas astronómicas la declinación del sol en grados sexagesimales con  $t_0$ .

---


$$\mathbf{TU_0 = t_0 + \lambda_0} \tag{2.62}$$


---

donde:

$TU_0[hrs]$ : Tiempo universal en el momento de la culminación solar

$t_0[hrs]$ : Tiempo oficial de culminación

$\lambda_0[hrs]$ : Huso horario

con  $\lambda_0 = -3$  hrs. para verano y  $\lambda_0 = -4$  hrs. para invierno.

Tabla 2.6: Ejemplo de datos astronómicos

Fecha	TU[hrs]	E[hrs]	$\delta[^\circ]$
Día j			
Día j+1			

---

<sup>43</sup>Los ángulos en tránsito deben estar en el cuadrante de directa, es decir:  $Z'_D = 400^{grad} - Z_T$ .

<sup>44</sup>Ver figura 2.19.

Calcular la latitud aproximada con la siguiente ecuación<sup>45</sup>:

$$\varphi_0 = \delta_0 - Z_0 \quad (2.63)$$

donde:

$\varphi_0[^\circ]$ : Latitud aproximada

$\delta_0[^\circ]$ : Declinación del Sol interpolada con  $t_0$

$Z_0[grad]$ : Ángulo vertical

- Cálculo de la latitud geográfica exacta del lugar

Para calcular la latitud son necesarios los datos de culminación, sin embargo, el procedimiento de terreno del registro de los datos requiere transitar el instrumento precisamente en culminación y por lo tanto no se tienen datos medidos de culminación, solamente se tiene una parábola estimada a partir de los datos, luego el ángulo vertical de culminación es sólo una aproximación. Para zanjar este problema es que se puede aprovechar el resto de los datos registrados corrigiéndolos y llevándolos a culminación siguiendo los siguientes pasos:

- Para cada puntería, se considerará como ángulo vertical no corregido ( $Z_i$ ) al valor que resulte de evaluar la parábola de ajuste en los respectivos tiempos oficiales.
- Estos ángulos verticales serán corregidos por refracción atmosférica ( $R_i$ ) y paralaje vertical ( $Pv_i$ )<sup>46</sup>.

La corrección por refracción atmosférica se calculará con la siguiente ecuación:

$$Z_{ci} = Z_i + R_i - Pv_i \quad (2.64)$$

donde:

$Z_{ci}[^\circ]$ : Ángulo vertical corregido por refracción atmosférica y paralaje vertical

$Z_i[grad]$ : Ángulo vertical medido en terreno

$R_i[seg.sexagesimales]$ : Corrección por refracción atmosférica

$Pv_i[seg.sexagesimales]$ : Corrección por paralaje vertical

<sup>45</sup>Esta relación se obtiene del triángulo de posición en culminación, y se cumple siempre para latitudes superiores a los trópicos, sin embargo para latitudes inferiores pueden variar algunos signos.

<sup>46</sup>Las unidades de ( $R_i$ ) y ( $Pv_i$ ) son segundos sexagesimales, por lo tanto se deben transformar a grados sexagesimales dividiendo por 3600, también hay que transformar ( $Z_i$ ).

---


$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{0i} \cdot \mathbf{C}_{p_i} \cdot \mathbf{C}_{t_i} \quad (2.65)$$

$$\mathbf{R}_{0i} = \mathbf{P} \cdot \tan(\mathbf{Z}_i) + \mathbf{Q} \cdot \tan^3(\mathbf{Z}_i) \quad (2.66)$$

$$\mathbf{C}_{p_i} = \frac{\mathbf{P}_i}{\mathbf{P}_0} \quad (2.67)$$

$$\mathbf{C}_{t_i} = \frac{273^\circ\text{C}}{273^\circ\text{C} + \mathbf{T}_i} \quad (2.68)$$


---

donde:

$R_{0i}[\text{seg.sexagesimales}]$ : Refracción normal  
 $C_{p_i}$ : Refracción debido a la presión atmosférica  
 $C_{t_i}$ : Refracción debido a la temperatura  
 $P[\text{seg.sexagesimales}]$ : 60, 10''  
 $Q[\text{seg.sexagesimales}]$ : -0, 06''  
 $T_i[^\circ\text{C}]$ : Temperatura media en el momento de la observación  
 $P_i[\text{milibares}]$ : Presión media en el momento de la observación  
 $P_0[\text{milibares}]$ : Presión normal ( $P_0 = 1013,25[\text{mb}]$ )

La corrección por paralaje vertical se realizará con la ecuación:

---


$$\mathbf{Pv}_i = \mathbf{ph} \cdot \sin(\mathbf{Z}_i) \quad (2.69)$$

$$\mathbf{ph} = \text{constante} = 8,9'' = \frac{\mathbf{R}_T}{\mathbf{D}_{T-S}} \quad (2.70)$$


---

donde:

$ph[\text{seg.sexagesimales}]$ : Paralaje horizontal  
 $Z_i[\text{grad}]$ : Ángulo vertical medido en terreno  
 $Pv_i[\text{seg.sexagesimales}]$ : Corrección por paralaje vertical  
 $R_T[\text{Km}]$ : Radio terrestre  
 $D_{T-S}[\text{Km}]$ : Distancia Tierra-Sol

- Llevar todos los ángulos verticales corregidos por refracción atmosférica y paralaje vertical ( $Z_{c_i}$ ) a ángulos de culminación ( $Z'_{c_i}$ ):



---


$$\mathbf{Z}'\mathbf{c}_i = \mathbf{Z}\mathbf{c}_i - \Delta\mathbf{Z}_i \quad (2.71)$$

$$\Delta\mathbf{Z}_i = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}'' \quad (2.72)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\cos(\delta_i) \cdot \cos(\varphi_0)}{\sin(\mathbf{Z}\mathbf{c}_i)} \quad (2.73)$$

$$\mathbf{r}'' = 2 \cdot \rho'' \cdot \sin^2\left(\frac{\Delta t_i}{2}\right) \quad (2.74)$$


---

donde:

$Z'c_i[^\circ]$ : Ángulo vertical transformado en ángulo de culminación

$Zc_i[^\circ]$ : Ángulo corregido por refracción atmosférica y paralaje vertical

$\delta_i[^\circ]$ : Declinación del Sol en la hora oficial  $t_i$

$\varphi_0[^\circ]$ : Latitud aproximada

$\Delta t_i = (t_i - t_0)[hrs]$ : Diferencia entre el tiempo de la puntería  $i$  y la hora oficial aproximada de culminación obtenida a partir del gráfico

$\rho[seg.sexagesimales]$ : Número de segundos sexagesimales que tiene 1 radián ( $1[^{RAD}] = 412529,6['']$ )

- Calcular el ángulo vertical de culminación final como el promedio aritmético<sup>47</sup> de todos los ángulos de culminación:  $\overline{Z'c_{final}}$
- Se utilizará la siguiente ecuación para el cálculo de la latitud exacta:

---


$$\varphi_{final} = \delta_0 - \overline{Z'c_{final}} \quad (2.75)$$


---

donde:

$\varphi_{final}[^\circ]$ : Latitud exacta

$\delta_0[^\circ]$ : Declinación del Sol interpolada

$Z'c_{final}[^\circ]$ : Refracción debido a la temperatura

- Cálculo de la Longitud Geográfica exacta del lugar

Para el cálculo de la longitud geográfica se deben seguir los siguientes pasos:

- Cálculo del tiempo universal( $TU_0$ ) de culminación del sol mediante la siguiente ecuación:

---


$$\mathbf{TU}_0 = \mathbf{t}_0 + \lambda_0 \quad (2.76)$$


---

donde:

$TU_0[hrs]$ : Tiempo universal al momento de la culminación solar

$\lambda_0[hrs]$ : Longitud geográfica

$t_0[hrs]$ : Tiempo oficial de culminación

---

<sup>47</sup>Al aplicar un promedio aritmético la precisión del ángulo vertical final está dada por la desviación estándar. De esta manera no es necesario el cálculo de la propagación de errores en las fórmulas anteriores.

- La longitud geográfica, en el momento preciso de la culminación solar, está dada por la expresión siguiente:

$$\lambda = \text{TC}_0 - \text{TU}_0 \quad (2.77)$$

donde:

$\text{TU}_0[\text{hrs}]$ : Tiempo universal al momento de la culminación solar

$\lambda[\text{hrs}]$ : Longitud geográfica

$\text{TC}_0[\text{hrs}]$ : Tiempo civil del momento de culminación solar

- Para el cálculo del tiempo civil( $\text{TC}_0$ ) de culminación se utilizará la siguiente expresión:

$$\text{TC}_0 = \text{H}_0 + \text{E}_0 = \text{E}_0 \quad (2.78)$$

donde:

$\text{H}_0[\text{hrs}]$ : Ángulo horario del Sol en el momento de su culminación

$\text{E}_0[\text{hrs}]$ : Ecuación del tiempo en el momento de la culminación solar

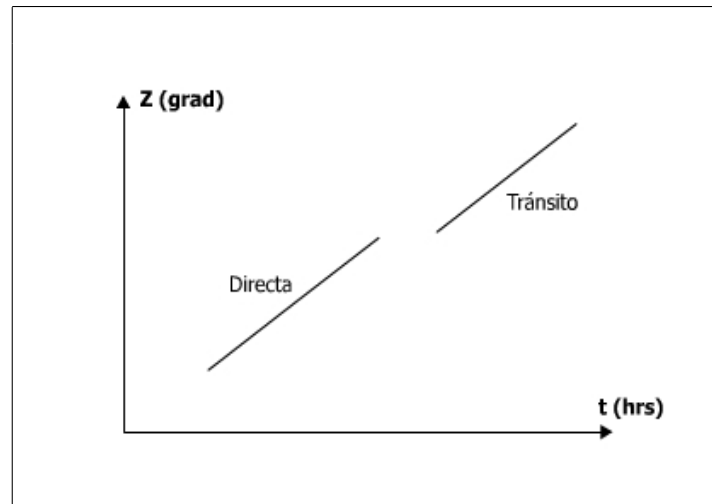
$\text{TC}_0[\text{hrs}]$ : Tiempo civil del momento de culminación solar

#### ■ Cálculo de Azimut Astronómico

Los siguientes son los pasos para calcular el azimut astronómico:

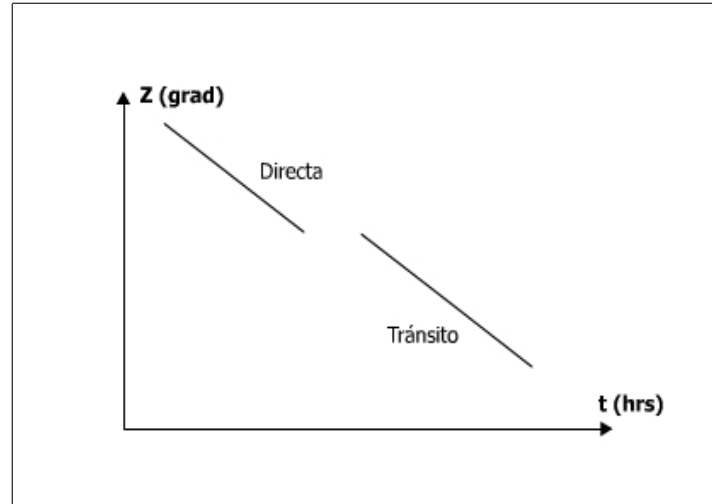
- Se graficarán en hojas separadas tanto los ángulos verticales( $Z$ ) como los horizontales( $H$ ) en directa y en tránsito, con respecto al tiempo oficial<sup>48</sup>.

Figura 2.20: Gráfico de  $Z$  v/s Tiempo Oficial en Rectas de Altura del Sol



<sup>48</sup>Ver figuras 2.20 y 2.21.

Figura 2.21: Gráfico de H v/s Tiempo Oficial en Rectas de Altura del Sol



- Se eliminarán todas aquellas parejas de datos que se alejen de las rectas graficadas.
- Para el cálculo del azimut se utilizará la siguiente ecuación, la cual se aplicará para cada una de las punterías no desechadas.

---


$$Az_i = 200^{\text{grad}} - \psi_i + A_i \quad (2.79)$$


---

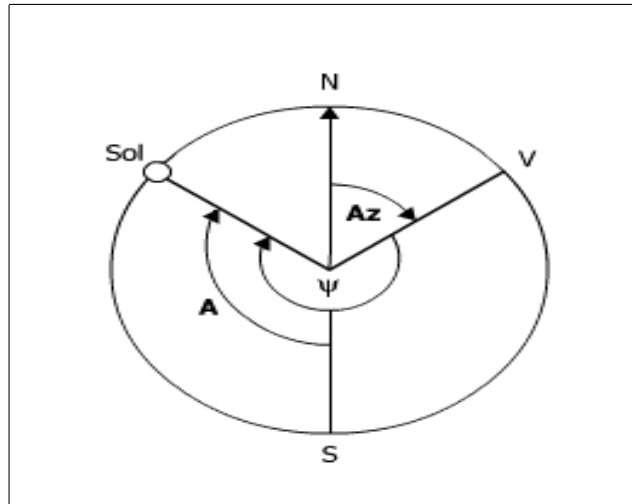
donde:

$Az_i[grad]$ : Azimut

$\psi[grad]$ : Ángulo horizontal de la i-ésima puntería

$A_i[grad]$ : Azimut astronómico correspondiente a la i-ésima puntería

Figura 2.22: Esquema para el cálculo del Azimut Topográfico



- Interpolan las rectas de ajuste para cada caso, por ejemplo a través de regresión lineal. Para este ajuste se deben considerar tanto los datos en directa como en tránsito<sup>49</sup>.
- Para cada puntería, se considerará como ángulo vertical no corregido ( $Z_i$ ) y como ángulo horizontal ( $H_i$ ) al valor que resulte de evaluar cada recta de ajuste en los respectivos tiempos oficiales.
- Los ángulos verticales se corregirán por refracción atmosférica ( $R_i$ ) y paralaje vertical ( $Pv_i$ ) de igual manera que en el caso de culminación ( $Z_i \rightarrow Z'c_i$ ).
- El azimut astronómico se calculará para cada una de las punterías que no fueron desechadas cuando se confeccionaron los gráficos 2.20 y 2.21 a partir de la siguiente ecuación<sup>50</sup>.

$$\cos(\mathbf{A}_i) = \frac{\cos(\mathbf{Zc}_i) \cdot \sin(\varphi_{\text{final}}) - \sin(\delta_i)}{\sin(\mathbf{Zc}_i) \cdot \cos(\varphi_{\text{final}})} \quad (2.80)$$

donde:

$Zc_i[^\circ]$ : Ángulos verticales corregidos por refracción atmosférica y paralaje vertical  
 $\delta_i[^\circ]$ : Latitud calculada a partir de culminación del Sol  
 $A_i[grad]$ : Azimut astronómico  
 $\varphi_{\text{final}}[^\circ]$ : Declinación del Sol interpolada para la puntería i-ésima medida en  $t_i$

- Finalmente el azimut final se calculará como:

$$\mathbf{Az}_{\text{final}} = \frac{\mathbf{Az}_D + \mathbf{Az}_T}{2} \quad (2.81)$$

donde:

$Az_D[grad]$ : Azimut promedio de las lecturas en directa  
 $Az_T[grad]$ : Azimut promedio de las lecturas e tránsito

#### ■ Recomendaciones de Cálculo

- Recomendaciones para el cálculo de la latitud geográfica

Para el cálculo de la latitud del lugar mediante culminación del sol se recomienda confeccionar las siguientes planillas de cálculo:

Tabla 2.7: Planillas de cálculo para Latitud y Longitud

$t_i$ [Hrs]	$\Delta t_i$ [Hrs]	$\Delta t_i[^\circ]$	$TU_i$ [Hrs]	$\delta_i[^\circ]$

<sup>49</sup>Ver figuras 2.20 y 2.21.

<sup>50</sup>Todos los ángulos con sus signos y además, al calcular la función arco coseno el resultado debe tener unidades de grados centesimales.



### 2.5.1. Contenidos mínimos del Informe

#### ASTRONOMÍA DE POSICIÓN

##### 1. Introducción.

- 1.1. Introducción General (objetivos, ubicación y croquis del terreno, materiales utilizados con su respectivo número de serie, condiciones de trabajo).
- 1.2. Introducción Teórica (sólo fórmulas de cálculo numeradas en romano).
- 1.3. Metodología empleada en terreno.

##### 2. Culminación del Sol.

- 2.1. Gráfico en hoja apaisada de las punterías efectuadas. Obtención de  $Z_0$  y  $t_0$ , eliminación de punterías defectuosas.
- 2.2. Cálculo de la Latitud Geográfica aproximada del lugar.
- 2.3. Cálculo de la Latitud Geográfica exacta del lugar.
- 2.4. Cálculo de la Longitud Geográfica exacta del lugar.

##### 3. Rectas de Altura de Sol.

- 3.1. Gráfico de punterías realizadas en hoja apaisada, tanto para ángulos verticales como para ángulos horizontales.  
Se eliminarán las punterías que se alejen de la mejor recta que aproxima los datos.
- 3.2. Cálculo de Azimut Astronómico (Realizar esquema).

##### 4. Propagación de Errores.

- 4.1. Determinación de la precisión en el cálculo de la Latitud ( $\sigma_\varphi$ ).
- 4.2. Determinación de la precisión en el cálculo del Azimut ( $\sigma_{Az}$ ).
- 4.3. Determinación de la precisión en el cálculo de la Longitud ( $\sigma_\lambda$ ).

##### 5. Comentarios y Conclusiones.

## 2.6. REPLANTEO

El presente ejercicio no tendrá entrega de informe, sólo se evaluará por la precisión del Replanteo llevado a cabo en terreno.

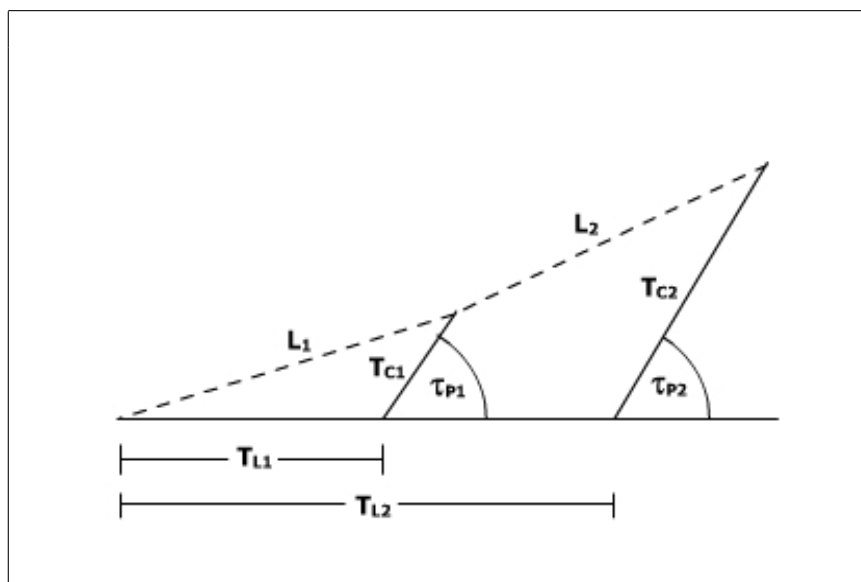
El replanteo de las curvas de enlaces se realiza planimétricamente, para nuestro caso se replanteará una rama de Clotoide, curva que se utiliza comúnmente en caminos y que se establece en forma paramétrica con la velocidad de diseño, el proceso mismo será enseñado en terreno.

Datos para llevar a cabo el Replanteo de la curva de enlace:

Tabla 2.8: Datos para la clotoide

i	$L_i[m]$	$T_{Li}[m]$	$T_{Ci}[m]$	$\tau_{Pi}^{gradianes}$
1	5	3.50	1.50	0.844
2	10	7.01	3.00	3.536
3	15	10.54	4.51	7.957

Figura 2.23: Clotoide replanteada



## Capítulo 3

# TALLERES

En el siguiente capítulo se presenta el procedimiento de gabinete y terreno para cada uno de los Talleres que se realizarán en terreno, además se incluyen los contenidos mínimos para cada informe. Los Talleres tienen como objetivo acercar al alumno a proyectos topográficos que son comúnmente utilizados en obras civiles, como son trazado de ejes viales, levantamientos topográficos, etc. Los Talleres son las aplicaciones de diversas herramientas básicas aprendidas a través de los ejercicios, combinándolas de tal manera de obtener resultados tangibles y coherentes que corroboran lo que se observa en terreno.

Los Talleres que se presentan en este capítulo son los siguientes:

1. Método de Cross
2. Movimiento de Tierras
3. Poligonal y Taquimetría



### 3.1. MÉTODO DE CROSS

El método de cross es un método numérico iterativo el cual se utiliza para compensar redes cerradas. Este método no se utiliza sólo en topografía, tiene aplicaciones en el área de Hidráulica y Estructuras, entre otras.

Dichos desniveles son calculados a través de Nivelación Geométrica Cerrada.

#### □ PROCEDIMIENTO DE TERRENO PARA EL MÉTODO DE CROSS

- Se ubican los PR's en terreno.
- Se elige el tipo de precisión que se desea para el cálculo del desnivel.
- Entre cada PR's se realizan bucles de dos posiciones instrumentales (Nivelación Geométrica Cerrada) para obtener los desniveles entre PR's. (Cada bucle debe cumplir con la precisión elegida).

De esta forma se obtiene todos los desniveles de la red de PR's<sup>1</sup>.

#### □ PROCEDIMIENTO DE GABINETE PARA EL MÉTODO DE CROSS

- Utilizando la NGC se obtienen los desniveles entre los diferentes tramos de la red de PR's.
- Se divide la red de PR's en una cierta cantidad de bucles  $\Rightarrow$  podemos transformar la red de PR's en pequeñas redes cerradas que llamaremos bucles<sup>2</sup>.
- Se comienza a compensar cada bucle mediante el criterio de proporcionalidad de magnitud de desnivel.
- Todos los errores deberán ser compensables.
- El criterio de compensación debe ser tal que el bucle a ser compensado debe considerar siempre el último desnivel compensado.

---

<sup>1</sup>El listado con los datos, con los desniveles y la cota de algún  $PR's_i$  será publicada oportunamente.

<sup>2</sup>También hay que considerar como bucle la red entera de PR's.

- El criterio de término de las iteraciones es :

$$e_{c_i} \leq 10^{-4}[m] \quad \forall i \quad (3.1)$$

donde:

$e_{c_i}[m]$ : Error de cierre del bucle i

Para comprender mejor el procedimiento de gabinete, se incluye un ejemplo de cálculo en una red de puntos como lo muestra la figura:

Figura 3.1: Red de PR's

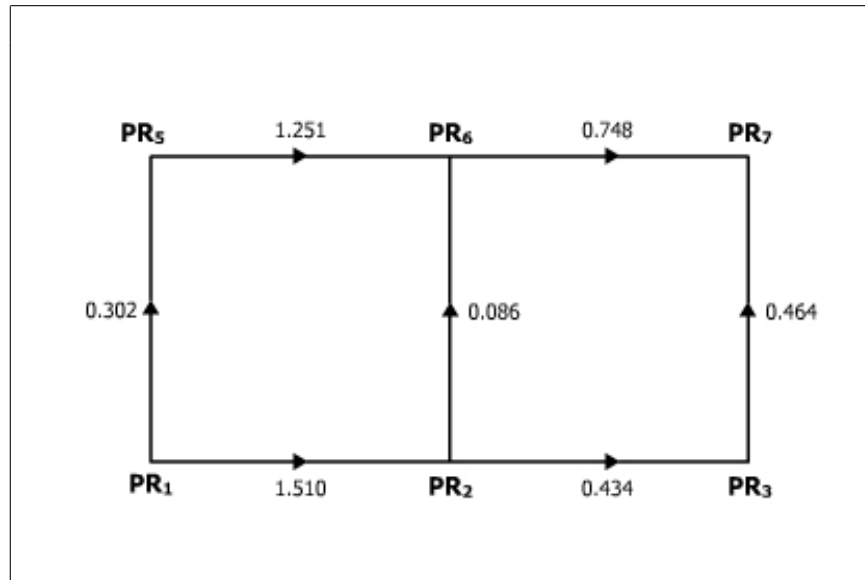


Tabla 3.1: Iteraciones del Método de Cross

PUNTO	$dn^{s/c}(+)[m]$	$dn^{s/c}(-)[m]$	$dn^c(+)[m]$	$dn^c(-)[m]$
PR1				
PR5	0.302		0.30612385	
PR6	1.251		1.26808257	
PR2		0.086		0.08482566
PR1		1.51		1.48938076
$ec = -0,043[m]$			$e_u = -0,01365513$	

PUNTO	$dn^{s/c}(+)[m]$	$dn^{s/c}(-)[m]$	$dn^c(+)[m]$	$dn^c(-)[m]$
PR2				
PR6	0.08482566		0.08801977	
PR7	0.748		0.77616598	
PR3		0.464		0.44652805
PR2		0.434		0.4176577
$ec = -0,06517434[m]$			$e_u = -0,03765506$	

PUNTO	$dn^{s/c}(+)[m]$	$dn^{s/c}(-)[m]$	$dn^c(+)[m]$	$dn^c(-)[m]$
PR1				
PR5	0.30612385		0.30633172	
PR6	1.26808257		1.26894363	
PR7	0.77616598		1.26894363	
PR3		0.44652805		0.44622485
PR2		0.4176577		0.4173741
PR1		1.48938076		1.48836942
$ec = -0,00319412[m]$			$e_u = -0,00067903$	

PUNTO	$dn^{s/c}(+)[m]$	$dn^{s/c}(-)[m]$	$dn^c(+)[m]$	$dn^c(-)[m]$
PR1				
PR5	0.30633172		0.30643998	
PR6	1.26894363		1.2693921	
PR2		0.08801977		0.08798867
PR1		1.48836942		1.48784341
$ec = -0,00111385[m]$			$e_u = -0,00035342$	

PUNTO	$dn^{s/c}(+)[m]$	$dn^{s/c}(-)[m]$	$dn^c(+)[m]$	$dn^c(-)[m]$
PR2				
PR6	0.08798867		0.08793354	
PR7		0.44622485		0.77620644
PR3		0.44622485		0.4465044
PR2		0.4173741		0.41763558
$ec = 0,00108274[m]$			$e_u = 0,00062648$	

PUNTO	$dn^{s/c}(+)[m]$	$dn^{s/c}(-)[m]$	$dn^c(+)[m]$	$dn^c(-)[m]$
PR1				
PR5	0.30643998		0.30643639	
PR6	1.2693921		1.26937722	
PR7	0.77620644		1.26937722	
PR3		0.4465044		0.44650963
PR2		0.417663558		0.41764047
PR1		1.48784341		1.48786084
$ec = 0,000055123[m]$			$e_u = 0,000011718$	

### 3.1.1. Contenidos mínimos del Informe

#### MÉTODO DE CROSS

##### 1. Introducción.

- 1.1. Introducción General.
- 1.2. Introducción Teórica.
- 1.3. Metodología empleada en terreno.

##### 2. Cálculos.

- 2.1. Errores instrumentales(Estaciones Conjugadas).
- 2.2. Registro de los tramos nivelados, cálculo del error de cierre.
- 2.3. Compensación del error de cierre.
  - 2.3.1. Según el número de posiciones instrumentales.
  - 2.3.2. Proporcional al desnivel.
- 2.4. Compensación de la red de PR's según el Método de Cross.
- 2.5. Determinación de las cotas de los PR's de la red.
- 2.6. Cálculo de la propagación de errores.

##### 3. Análisis de errores y conclusiones.

- 3.1. Análisis de errores.
- 3.2. Resumen de resultados según cifras significativas.
- 3.3. Comentarios y Conclusiones.

## 3.2. MOVIMIENTO DE TIERRAS

### □ PROCEDIMIENTO DE TERRENO PARA MOVIMIENTO DE TIERRAS

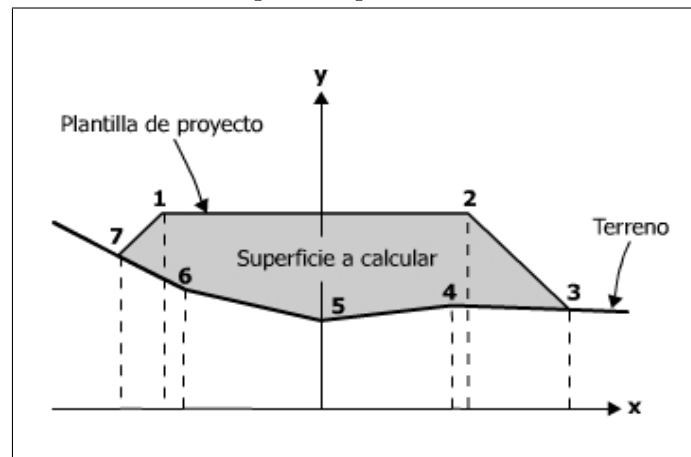
- Se realizará la verificación y corrección del instrumento.
- El ayudante fijará en terreno, la dirección del perfil longitudinal y un punto de referencia (PR), al que se referirán las cotas.
- Se procederá al estacado del eje longitudinal, clavando las estacas distanciadas entre sí 20[m], siguiendo la dirección indicada, incluyendo además aquellos puntos donde existen singularidades del terreno, con el fin de obtener una representación más real del lugar.
- Se efectuará la nivelación geométrica cerrada<sup>3</sup> del eje longitudinal, refiriéndola al PR<sup>4</sup>.
- En cada estaca del perfil longitudinal y perpendicular a éste, se estacara y medirá un perfil transversal, de 2 puntos equidistantes a cada lado del eje principal( 5[m] y 10[m]), median- te una nivelación abierta. Además se deben medir todos aquellos puntos que representen singularidades que puedan resultar relevantes para el trabajo posterior del proyecto.

### □ PROCEDIMIENTO DE GABINETE PARA MOVIMIENTO DE TIERRAS

- Para cada perfil transversal se calcula la superficie correspondiente mediante el método de coordenadas, con la siguiente ecuación:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - x_i) \cdot (y_{i+1} + y_i) + \frac{1}{2} \cdot (x_1 - x_n) \cdot (y_1 + y_n) \quad (3.2)$$

Figura 3.2: Cálculo de Superficie por Método de Coordenadas Planas



<sup>3</sup>Ver Método NGC.

<sup>4</sup>De cota conocida.

- Con las superficies calculadas entre los perfiles transversales se pueden calcular los volúmenes de tierra, primero hay que verificar la siguiente relación:

$$\frac{1}{3} > \frac{St_1}{St_2} > 3 \quad (3.3)$$

donde:

$St_1[m^2]$ : Superficie tipo t del perfil 1  
 $St_2[m^2]$ : Superficie tipo t del perfil 2  
 $t$ : Corte o Relleno

En caso de cumplir la relación anterior, los volúmenes de tierra serán calculados con la expresión del cono truncado:

$$V = \frac{L}{3} \cdot (St_1 + St_2 + \sqrt{St_1 \cdot St_2}) \quad (3.4)$$

donde:

$St_1[m^2]$ : Superficie tipo t del perfil 1  
 $St_2[m^2]$ : Superficie tipo t del perfil 2  
 $t$ : Corte o Relleno  
 $Vt[m^3]$ : Volúmen de tipo t  
 $L[m]$ : Distancia Horizontal entre perfiles

En caso contrario, los volúmenes se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{Sc_1 + Sc_2}{2} \cdot L \\ V_r &= \frac{Sr_1 + Sr_2}{2} \cdot L \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde:

$Sc_n[m^2]$ : Superficie de corte del perfil n  
 $Sr_n[m^2]$ : Superficie de relleno del perfil n  
 $Vc[m^3]$ : Volúmen de Corte  
 $Vr[m^3]$ : Volúmen de Relleno  
 $L[m]$ : Distancia Horizontal entre perfiles

Cuando se tienen volúmenes mixtos se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{1}{2} \cdot \frac{S_c^2}{S_c + S_r} \cdot L \\ V_r &= \frac{1}{2} \cdot \frac{S_r^2}{S_c + S_r} \cdot L \end{aligned} \tag{3.6}$$

donde:

$S_{c_n}[m^2]$ : Superficie de corte del perfil n  
 $S_{r_n}[m^2]$ : Superficie de relleno del perfil n  
 $V_c[m^3]$ : Volúmen de Corte  
 $V_r[m^3]$ : Volúmen de Relleno  
 $L[m]$ : Distancia Horizontal entre perfiles

- Con los volúmenes<sup>5</sup> calculados se puede estimar el presupuesto del movimiento de tierras con los siguientes datos:

Tabla 3.2: Costo del Material

Tipo de material	Costo[\$/m <sup>3</sup> ]
Corte	9000
Relleno	16000

<sup>5</sup>El material de corte no podrá ser utilizado como material de relleno.

### 3.2.1. Contenidos mínimos del Informe

#### MOVIMIENTO DE TIERRAS

##### 1. Introducción.

- 1.1. Introducción General.
- 1.2. Introducción Teórica.
- 1.3. Metodología empleada en terreno.
- 1.4. Planilla de Proyecto(breve interpretación).
- 1.5. Trazado de la subrasante(definición del criterio).

##### 2. Cálculos.

- 2.1. Errores Instrumentales (Estaciones Conjugadas).
- 2.2. Nivelación y compensación de cotas.
  - 2.2.1. Eje Longitudinal.
  - 2.2.2. Perfiles Transversales.
- 2.3. Cálculo de cotas del proyecto (dependerá de la subrasante).
- 2.4. Cálculo de coordenadas relativas de los puntos característicos de cada perfil transversal  
(x, y) se deben incluir los puntos que definen la planilla de proyecto.
- 2.5. Cálculo de Superficies de Corte y Relleno, mediante el método por coordenadas.
- 2.6. Cálculo de Volúmenes de Corte y Terraplén entre perfiles transversales.
- 2.7. Cálculo de propagación de errores.
  - 2.7.1. Cálculo de la precisión de cotas.
  - 2.7.2. Cálculo de la precisión de Volúmenes.

##### 3. Análisis de Errores y Conclusiones.

- 3.1. Análisis de errores para el movimiento de tierras.
  - 3.1.1. Precisión de las cotas obtenidas (propagación de errores).
  - 3.1.2. Precisión de los volúmenes obtenidos (especificar claramente la forma en que se realice).
- 3.2. Cálculo del costo total del Movimiento de Tierras.
  - 3.2.1. Cálculo de costo total del volumen excavado.
  - 3.2.2. Cálculo de costo total del volumen de terraplén.
- 3.3. Conclusiones y comentarios finales.

##### 4. Planos<sup>6</sup>.

- 4.1. Perfiles transversales (En papel milimetrado o planilla de cálculo).
- 4.2. Perfil longitudinal (hecho en papel transparente, a tinta).

---

<sup>6</sup>Ver Capítulo IV Planos.



### 3.3. POLIGONAL Y TAQUIMETRÍA

#### □ PROCEDIMIENTO DE TERRENO PARA POLIGONAL Y TAQUIMETRÍA

- Como primera etapa se debe realizar un reconocimiento del terreno, con el fin de determinar los lugares en los cuales se ubicarán las estaciones de la poligonal.
- La ubicación de las estaciones debe ser tal que permita que cada una de ellas sea visible desde la estación inmediatamente anterior y la siguiente. Si es el caso deberán permitir además la medición taquimétrica de los puntos con singularidades que permitan una mejor representación del terreno.
- La estación debe materializarse claramente, de manera que su ubicación espacial quede perfectamente definida e inamovible. Esto puede lograrse con una estaca de madera con un punto marcado en ella.
- Una vez hecho esto y habiendo verificado las condiciones de operación del instrumento se deberán realizar las siguientes lecturas y mediciones desde cada una de las estaciones del polígono:
  - Altura instrumental en la estación respectiva( $h_i$ ).
  - Ángulo horizontal( $H$ ) entre estaciones adyacentes, tanto en directa como en tránsito. La puntería debe realizarse en la estaca. Se recomienda señalar la posición de la estación con un lápiz y otro objeto visible en el momento de realizar la medición<sup>7</sup>.
  - Ángulo vertical( $Z$ ) entre estaciones adyacentes, tanto en directa como en tránsito. La lectura debe hacerse una vez que se haya fijado como lectura del hilo medio( $h_m$ ).
  - Los números generadores( $G_i$ ) se deben medir en directa y tránsito en ambos sentidos entre estaciones contiguas y al medir los ángulos verticales.
  - Además si se desea dar una orientación específica al polígono, deberá medirse el azimut de un lado de éste, respecto de un norte real o arbitrario<sup>8</sup>.

---

<sup>7</sup>Con esto se asegura un cierre angular de mayor precisión.

<sup>8</sup>La dirección Norte será indicada por el ayudante a cargo.

### □ PROCEDIMIENTO DE GABINETE PARA POLIGONAL Y TAQUIMETRÍA

- Cálculo de ángulos interiores compensados.

Se calculan los ángulos interiores a través del Método de Repetición.

$$\alpha_i = H_{i1} - H_{i2} \quad (3.7)$$

donde:

$\alpha_i^{[grad]}$ : Ángulo interior en la estación i

$H_{i1}^{[grad]}$ : Ángulo horizontal leído desde la estación i hasta la estación izquierda

$H_{i2}^{[ ]}$ : Ángulo horizontal leído desde la estación i hasta la estación derecha

Los ángulos se compensan distribuyendo el error de cierre entre los ángulos interiores, es decir, se considera que el error es proporcional a la lectura del ángulo y no depende de la estación desde donde fue obtenida la lectura.

$$\alpha_i^c = \alpha_i^{s/c} - e_u \cdot \alpha_i^{s/c} \quad (3.8)$$

donde:

$\alpha_i^c$ : Ángulo interior i compensado

$\alpha_i^{s/c}$ : Ángulo interior i sin compensar

$e_u$ : Error unitario

Además:

$$e_u = \frac{e_\alpha}{\sum_i \alpha_i^{s/c}} \quad (3.9)$$

$$e_\alpha = \sum_i \alpha_i^{s/c} - 200 \cdot (n - 2)$$

donde:

$e_\alpha$ : Error de cierre angular

$\alpha_i^{s/c}$ : Ángulo interior i sin compensar

$n$ : Número de estaciones de la poligonal

$e_u$ : Error unitario

- Cálculo de Distancias de la Poligonal

Las distancias horizontales se calculan mediante el método del taquímetro<sup>9</sup>. Debido a que se obtiene más de una distancia horizontal para cada lado de la poligonal, se deben promediar las más semejantes.

- Cálculo y traslado de Azimutes

Para el cálculo de los azimutes se ocupará el método de transporte de coordenadas<sup>10</sup>, ocupando los ángulos compensados( $\alpha_i^c$ ).

- Cálculo de Coordenadas de las Estaciones

Para el cálculo de las coordenadas relativas entre Estaciones de la Poligonal taquimétrica, se ocupará el método de transporte de coordenadas.

- Compensación de las Coordenadas Relativas

Las fórmulas de cálculo para la compensación de las coordenadas relativas entre estaciones de la poligonal, son las siguientes:

---


$$\begin{aligned}
 e_{cx} &= \sum \Delta x_{ij}^{s/c} \\
 e_{ux} &= \frac{e_{cx}}{\sum |\Delta x_{ij}^{s/c}|} \\
 e_{cy} &= \sum \Delta y_{ij}^{s/c} \\
 e_{uy} &= \frac{e_{cy}}{\sum |\Delta y_{ij}^{s/c}|}
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$


---

donde:

- $e_{cx}$ : Error de cierre angular
- $e_{ux}$ : Error unitario en x
- $e_{uy}$ : Error unitario en y
- $e_{cx}[m]$ : Error de cierre en x
- $\Delta x_{ij}^{s/c}[m]$ : Coordenada relativa no compensada entre  $V_i$ - $V_j$  en el eje X
- $\Delta y_{ij}^{s/c}[m]$ : Coordenada relativa no compensada entre  $V_i$ - $V_j$  en el eje Y

Para el cálculo del error de cierre, tanto en x como en y, se deberán realizar las sumatorias en forma algebraica<sup>11</sup>.

---

<sup>9</sup>Ver cálculo de Distancias Horizontales y Verticales.

<sup>10</sup>Ver Métodos de Triangulación.

<sup>11</sup>Suma de los valores con su signo

Las Coordenadas Relativas compensadas se calculan con las siguientes expresiones:

---


$$\begin{aligned}\Delta x_{ij}^c &= \Delta x_i^{s/c} - e_{ux} \cdot |\Delta x_{ij}^{s/c}| \\ \Delta y_{ij}^c &= \Delta y_i^{s/c} - e_{uy} \cdot |\Delta y_{ij}^{s/c}|\end{aligned}$$


---

(3.11)

donde:

$\Delta x_{ij}^c[m]$ : Coordenada relativa compensada entre  $V_i$ - $V_j$  en el eje X  
 $\Delta x_{ij}^{s/c}[m]$ : Coordenada relativa no compensada entre  $V_i$ - $V_j$  en el eje X  
 $e_{ux}$ : Error unitario en x  
 $\Delta y_{ij}^c[m]$ : Coordenada relativa compensada entre  $V_i$ - $V_j$  en el eje Y  
 $\Delta y_{ij}^{s/c}[m]$ : Coordenada relativa no compensada entre  $V_i$ - $V_j$  en el eje X  
 $e_{uy}$ : Error unitario en y

- Cálculo de Coordinas Absolutas.

Para el cálculo de las coordenadas absolutas de las Estaciones de la Poligonal, se utilizan las siguientes expresiones:

---


$$\begin{aligned}x_i &= x_j + \Delta x_{ij}^c \\ y_i &= y_j + \Delta y_{ij}^c\end{aligned}$$


---

(3.12)

donde:

$\Delta x_{ij}^c[m]$ : Coordenada relativa compensada entre  $V_i$ - $V_j$  en el eje X  
 $x_i[m]$ : Coordenada absoluta en el eje X  
 $\Delta y_{ij}^c[m]$ : Coordenada relativa compensada entre  $V_i$ - $V_j$  en el eje Y  
 $y_i[m]$ : Coordenada absoluta en el eje Y

- Cálculo de Cotas (Nivelación Taquimétrica).

Las cotas de las Estaciones de la Poligonal deberán ser calculadas a partir de la Nivelación Taquimétrica realizada a cada uno de sus lados. Como se obtienen más de un desnivel taquimétrico por cada lado de la Poligonal, se deberán promediar, eliminando aquellos valores que estén fuera de rango.

- Cálculo de Puntos Taquimétricos.

La finalidad principal de un levantamiento taquimétrico es la representación planimétrica de los accidentes del terreno. Ello se logra, ubicando los puntos de relleno en un plano de Levantamiento, para lo cual es necesario calcular la distancia horizontal respecto a una estación de apoyo y la cota del punto.

### 3.3.1. Contenidos mínimos del Informe

#### POLIGONAL Y TAQUIMETRÍA

##### 1. Introducción.

- 1.1. Introducción General.
- 1.2. Introducción Teórica.
- 1.3. Metodología empleada en terreno.

##### 2. Cálculos.

- 2.1. Errores instrumentales (Lecturas en el Limbo).
- 2.2. Cálculo de ángulos interiores compensados.
- 2.3. Cálculo de distancias taquimétricas entre estaciones de la Poligonal.
- 2.4. Cálculo y traslado de azimutes de la Poligonal.
- 2.5. Cálculo de coordenadas planimétricas de las estaciones (x, y).
- 2.6. Cálculo de cotas (nivelación taquimétrica de la poligonal). Compensación de desniveles taquimétricos.
- 2.7. Cálculo de puntos taquimétricos (Puntos de relleno).
  - 2.7.1. Cálculo de la distancia del punto taquimétrico desde la estación de origen.
  - 2.7.2. Cálculo de cotas de los puntos de relleno.
- 2.8. Cálculo de la propagación de Errores en la determinación de las coordenadas planimétricas y las cotas de la Poligonal Taquimétrica.

##### 3. Análisis de errores, Comentarios y Conclusiones.

- 3.1. Análisis de errores. Se debe determinar el número de cifras significativas correctas.
- 3.2. Conclusiones.
- 3.3. Resumen de las coordenadas finales calculadas. (Incluir número de decimales según el análisis de errores).

##### 4. Planos<sup>12</sup>.

- 4.1. Confeccionar planos (borrador y tinta) del lugar de trabajo.

---

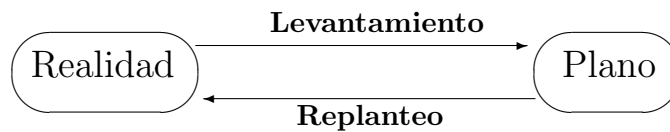
<sup>12</sup>Ver Capítulo IV Planos.

## Capítulo 4

# PLANOS

La confección de planos corresponde a la última etapa del levantamiento topográfico, por lo que constituye una parte importante de este curso. Su importancia radica principalmente en la construcción y diseño de obras.

Los planos son consecuencia del levantamiento y son usados por el replanteo para su representación en terreno.



En el siguiente capítulo se presenta el procedimiento general para la confección de planos. Los Talleres en los cuales se requiere la presentación de planos son:

1. Movimiento de Tierras
2. Poligonal y Taquimetría

## 4.1. INSTRUCCIONES GENERALES

Para cada Ejercicio y Taller, según corresponda, los estudiantes deberán entregar un plano conforme a las disposiciones presentadas en este capítulo<sup>1</sup>. El objetivo central es confeccionar un plano de nivel técnico, con el propósito de adquirir conocimientos básicos acerca de su realización e interpretación.

En la primera etapa<sup>2</sup>, los planos se dibujarán en papel opaco, con lápiz grafito, en donde aparecerán los detalles constructivos de éste, los elementos de interés del trabajo y todos los detalles del plano final<sup>3</sup>, entre los que se pueden mencionar:

- Márgenes
- Cuadro de símbolos
- Coordenadas
- Carátula
- Norte
- Rótulo

En una segunda etapa se copiarán en papel transparente, con lápiz tinta negra, todos los elementos de interés omitiéndose los detalles constructivos. Este plano se denomina transparente u original. En general, de cada trabajo se conservan los originales como matriz para obtener copias, en las cuales se trazarán los estudios necesarios y se obtendrán los datos de interés, manteniéndose intacto el original, excepto para efectuar actualizaciones.

Algunos conceptos de interés, que se deben tener en cuenta para la realización del plano, son los siguientes:

- Formato de Planos.
- Recuadro de rotulación.

---

<sup>1</sup>Cualquier modificación deberá ser indicada por el ayudante en terreno.

<sup>2</sup>Llamada Plano borrador.

<sup>3</sup>Según corresponda al tipo de plano y de trabajo realizado.

### 4.1.1. Formato de Planos

El formato de origen o rectángulo de  $1[m^2]$  de superficie tiene por lados  $841 \times 1189$  [mm]. A partir de esta medida base<sup>4</sup> se obtienen los siguientes formatos para la hoja de plano, presentados en la siguiente tabla:

Tabla 4.1: Formatos para Planos

Formato	Dimensiones[mm]	Margen[mm]
A 0	$841 \times 1189$	10
A 1	$594 \times 841$	10
A 2	$420 \times 594$	10
A 3	$297 \times 420$	5
A 4	$210 \times 297$	5
A 5	$148 \times 210$	5
A 6	$105 \times 148$	5

Las dimensiones presentadas corresponden a la hoja cortada o final, se debe aclarar, que también existen dimensiones mínimas para cada formato que corresponden a la hoja no cortada<sup>5</sup>.

Las hojas de todos los tamaños pueden emplearse en forma vertical o apaisada. Es admisible usar un margen adicional al lado izquierdo para archivar el plano. Los márgenes adicionales se presentan a continuación:

Tabla 4.2: Márgenes adicionales para formatos

Formato	Margen Adicional[mm]
A 0	30
A 1	30
A 2	30
A 3	15
A 4	15

### 4.1.2. Recuadro de Rotulación

El recuadro de rotulación entrega toda la información acerca del plano y permite su categorización. Entre las indicaciones principales se debe considerar:

- El recuadro de rotulación se debe ubicar en la parte inferior derecha del dibujo, en la posición normal de lectura.
- El tamaño del recuadro guarda relación con el formato del plano.

<sup>4</sup>Los formatos se obtienen cortando el tamaño mayor por la mitad, por lo tanto la relación de superficie es  $1 : 2$ .

<sup>5</sup>Estas dimensiones son mayores.

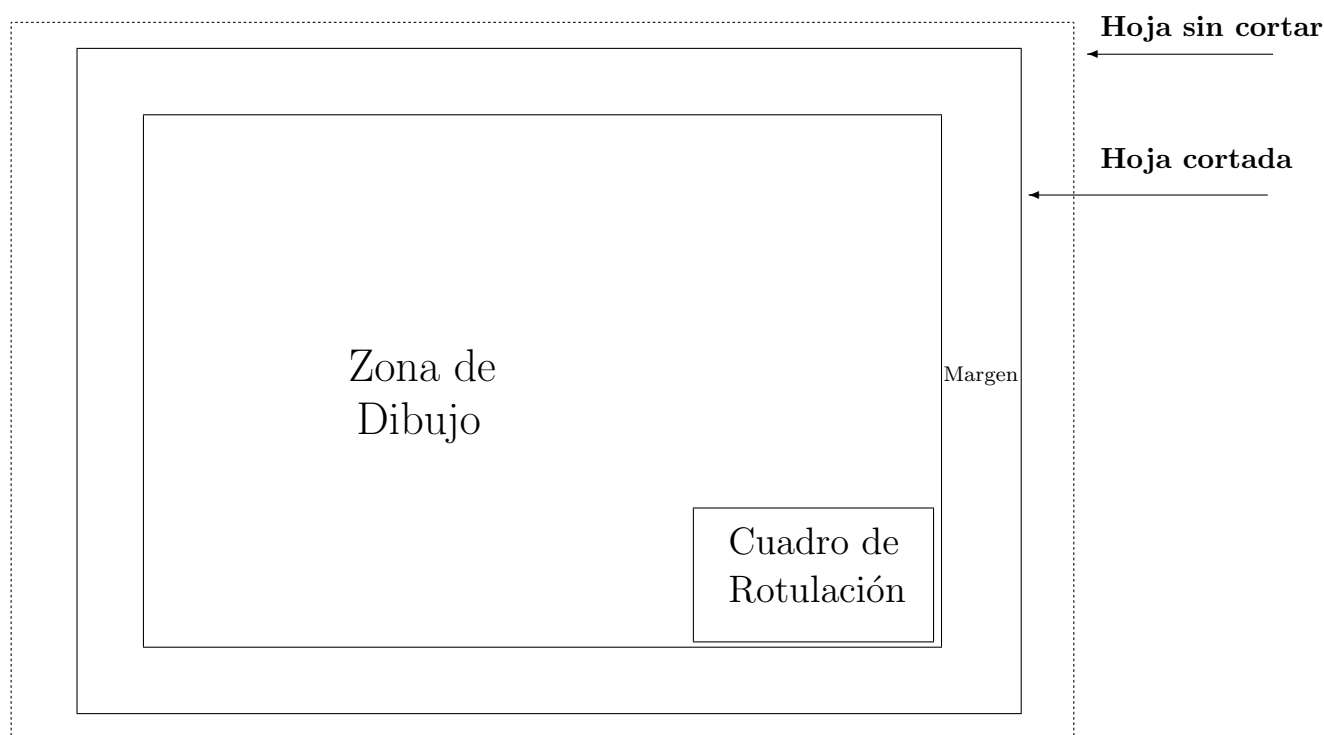


- Las rotulaciones se escribirán con letras y cifras normalizadas.
- En los formatos A 5 y menores se evitará el recuadro de rotulación.

Para efectos de los trabajos topográficos realizados en el curso CI35A se debe incluir el siguiente recuadro de rotulación<sup>6</sup>:

3,0	Universidad de Chile			
	Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas			
	Departamento de Ingeniería Civil			
3,0	Título (sector)			
1,5	Nombre	Grupo	Escala	Fecha
1,5				
	3,5	3,5	3,5	3,5

A modo general, el plano se puede visualizar como se muestra en el siguiente esquema:

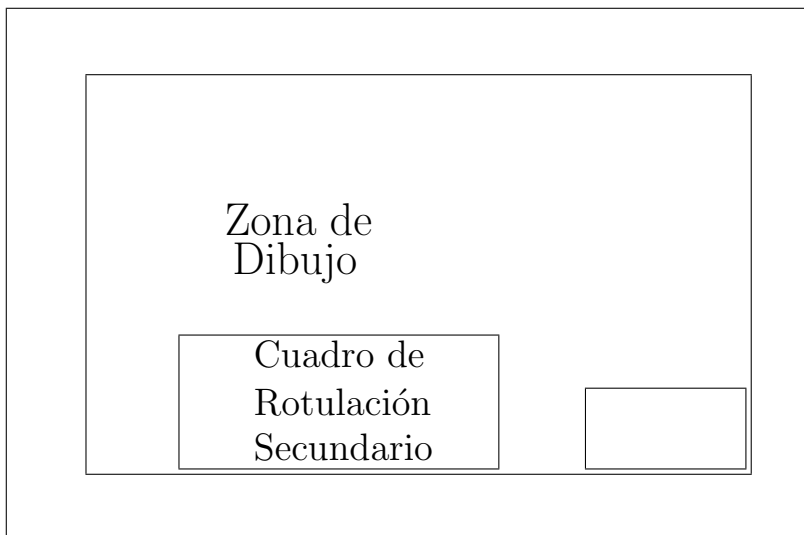


<sup>6</sup>Las medidas están en [cm], los tamaños de caracteres son de 5[mm]. Estas medidas pueden ser ajustables dependiendo del tipo de formato que se escoja.

## 4.2. MOVIMIENTO DE TIERRAS

Para el Taller Movimiento de Tierras se realizan las siguientes modificaciones a la vista general de plano mostrada anteriormente, en la *Zona de Dibujo* se incluye un segundo rótulo indicando información relevante para los cálculos que se realizan en este Taller.

El detalle del rótulo secundario se incluye en las siguientes secciones<sup>7</sup>, la ubicación se presenta en el siguiente esquema<sup>8</sup>:



A continuación se presentan los conceptos básicos, utilizados para la confección de los planos de éste Taller:

1. Plantilla de Proyecto
2. Perfil Transversal
3. Perfil Longitudinal

---

<sup>7</sup>Dependiendo del tipo de perfil.

<sup>8</sup>No tomar en cuenta las dimensiones, sólo la ubicación.

### 4.2.1. Plantilla de Proyecto

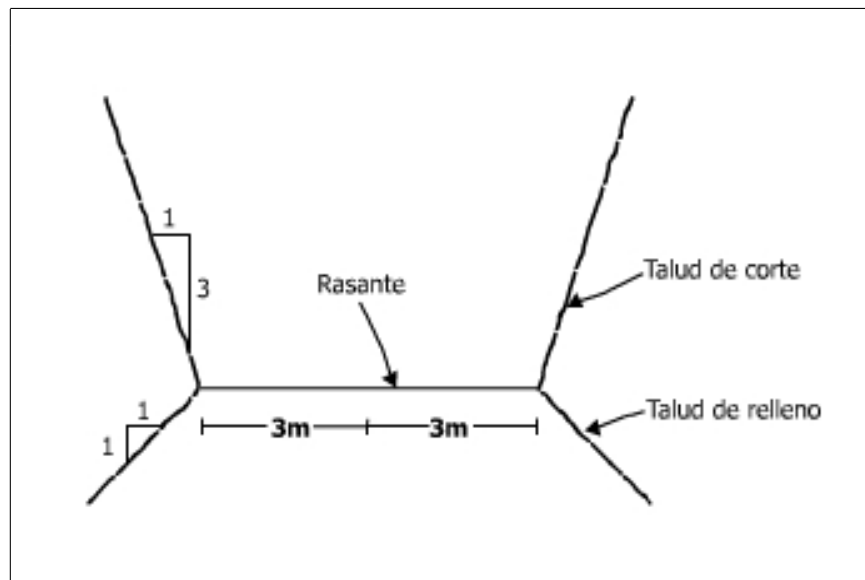
La plantilla de proyecto entrega información relacionada con:

- Pendiente de los taludes de corte y relleno.
- Ancho de las pistas.

Estos parámetros afectan directamente al cálculo de los perfiles transversales y por lo tanto a las superficies de corte o relleno, según sea el caso.

A continuación se presenta la plantilla de proyecto, que deberá ser utilizada en el informe de Movimiento de Tierras:

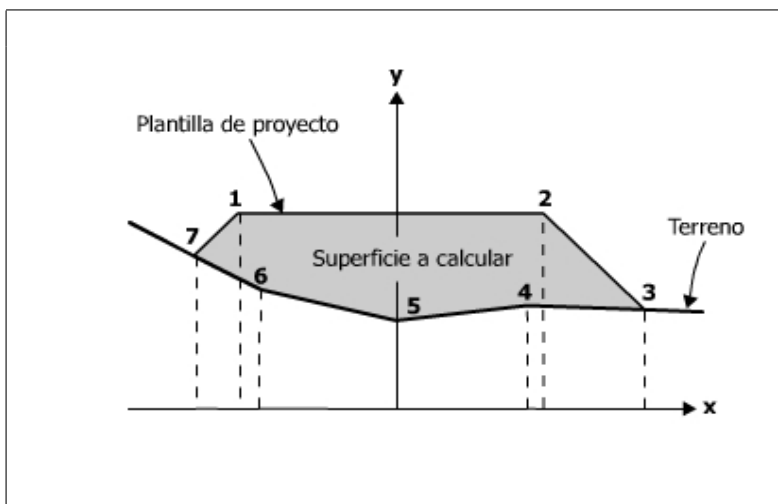
Figura 4.1: Plantilla de Proyecto



### 4.2.2. Perfil Transversal

Para cada vértice del Eje Longitudinal se debe dibujar el perfil transversal correspondiente, en papel milimetrado. A continuación se presenta un perfil transversal tipo:

Figura 4.2: Perfil Transversal tipo



El rótulo secundario, usado para los perfiles transversales, se presenta a continuación:

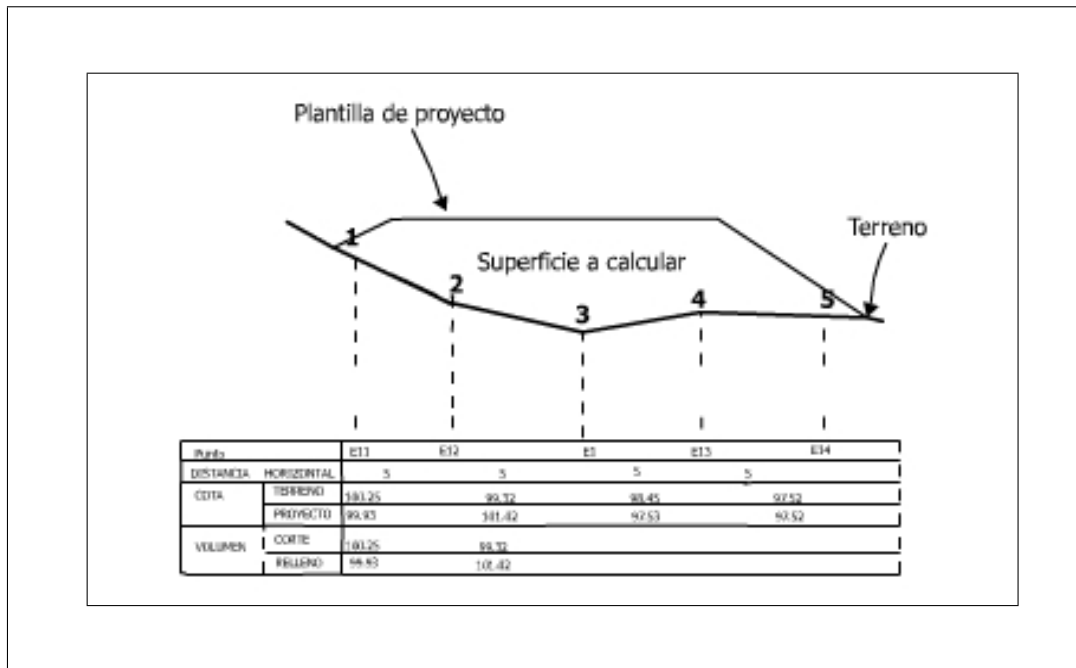
Punto		E11	E12	E1	E13	E14
Distancia Horizontal						
Cota	Terreno					
	Proyecto					
Volúmen	Corte					
	Relleno					

donde:

$E_x$ : Estación x

$E_{xy}$ : Sub-estación y, ubicada en perfil transversal de x

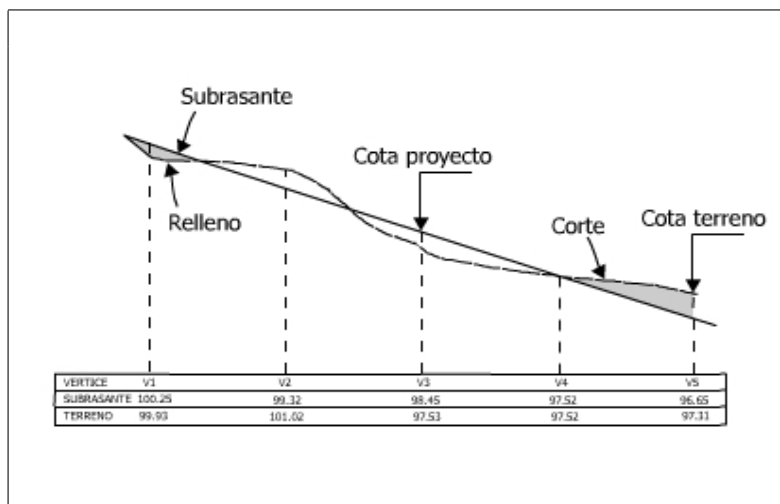
Finalmente, cada perfil transversal se debe presentar siguiendo el siguiente esquema:



### 4.2.3. Perfil Longitudinal

El perfil longitudinal es la forma que tiene el corte del terreno en la dirección principal del trazado vial. En la siguiente figura se muestra un perfil longitudinal y los principales elementos que lo componen:

Figura 4.3: Perfil Longitudinal



Entonces, se definen los siguientes conceptos:

***Sub-rasante***

Línea de proyecto a nivel del suelo compactado<sup>9</sup>.

***Rasante:***

Línea de proyecto a nivel de pavimento<sup>10</sup>.

***Cotas de Terreno:***

Cotas compensadas, proporcional al desnivel, de los puntos del perfil longitudinal.

***Cotas de Proyecto:***

Cotas de la sub-rasante en el mismo perfil transversal.

Se debe confeccionar un plano, en papel transparente, del perfil longitudinal del terreno.

<sup>9</sup>Pendiente máxima: 10 %

<sup>10</sup>Llamada superficie de rodadura.

El rótulo secundario, usado para el perfil longitudinal, se presenta a continuación<sup>11</sup>:

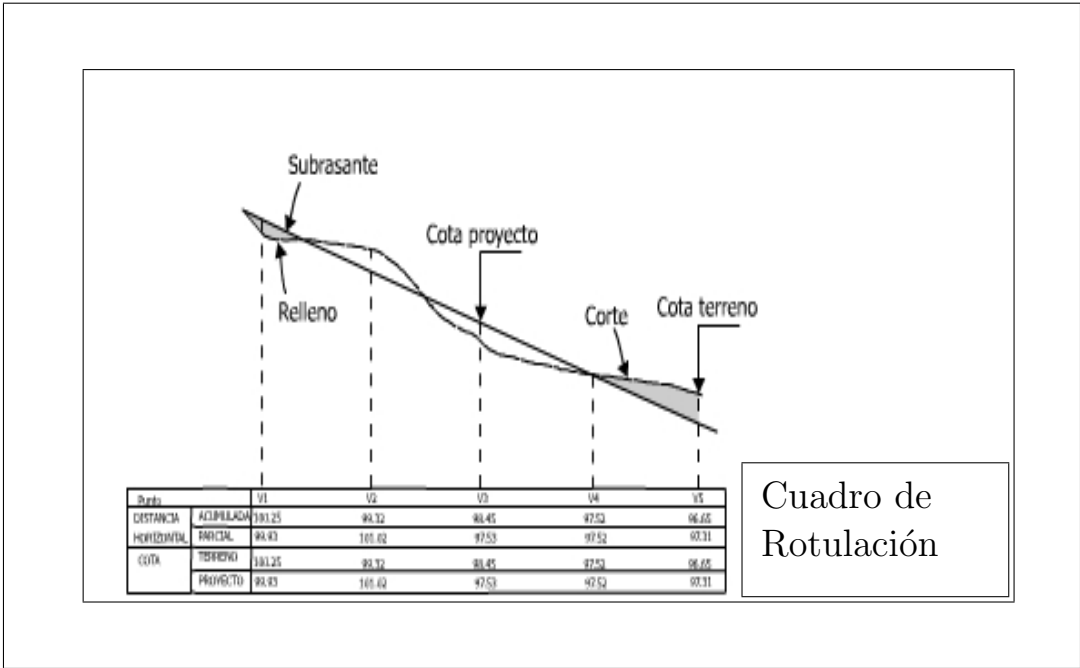
Punto		E1	E2	E3	E4	E5	1,0
Distancia Horizontal	Acumulada						1,0
	Parcial						1,0
Cota	Terreno						1,0
	Proyecto						1,0

3,0

5,0

donde:  
 $E_x$ : Estación x

Finalmente, el perfil longitudinal se debe presentar siguiendo el siguiente esquema:

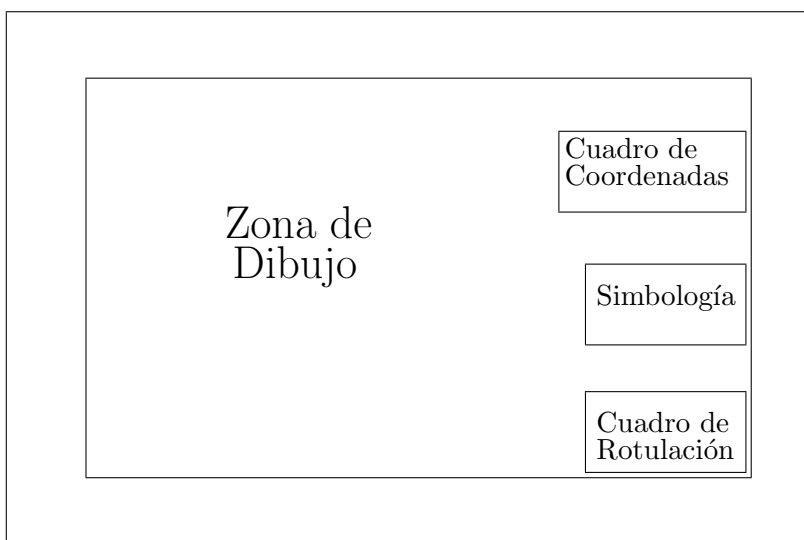


<sup>11</sup>Las medidas están en [cm]. Estas medidas pueden ser ajustables dependiendo del tipo de formato que se escoja.

### 4.3. POLIGONAL Y TAQUIMETRÍA

Para el Taller Poligonal y Taquimetría se realizan las siguientes modificaciones a la vista general de plano mostrada anteriormente<sup>12</sup>, se realiza la división entre la *Zona de Dibujo* y la *Zona de Rotulación*, en la cuál se incluyen cuadros de coordenadas y simbología.

La ubicación se presenta en el siguiente esquema<sup>13</sup>:



A continuación se presentan los conceptos básicos, utilizados para la confección de los planos de éste Taller:

1. Determinación de Puntos de Relleno y Curvas de Nivel
2. Coordenadas y Simbología

---

<sup>12</sup>Ver página 88.

<sup>13</sup>No tomar en cuenta las dimensiones, sólo la ubicación.



### 4.3.1. Determinación de Puntos de Relleno y Curvas de Nivel

#### Puntos de Relleno

Los puntos de relleno determinan las coordenadas planimétricas y altimétricas de un cierto punto en terreno.

La ubicación de estos puntos en el plano se realizará de acuerdo a los siguientes pasos:

- Una vez situada la poligonal en el plano, se procede a ubicar cada uno de los puntos de relleno.
- Dado que se conoce la ubicación de cada punto de relleno mediante su distancia horizontal al vértice del polígono y su orientación angular plana<sup>14</sup>, el punto taquimétrico queda completamente identificado<sup>15</sup>.

#### Curvas de Nivel

Las curvas de nivel son curvas de isocota, que nos indican las coordenadas altimétricas relevantes del terreno.

Para construir el plano de levantamiento topográfico es importante tener en cuenta los siguientes conceptos:

- Factor de Escala  $E$
- Espaciamiento entre Curvas de Nivel  $\Delta CI$
- Interpolación de Curvas de Nivel

La mayoría de los cálculos dependen del factor de escala  $E$ , el cuál queda determinado por la precisión alcanzada.

La ecuación para el Factor de Escala queda expresada por:

$$\frac{1}{E} = \frac{0,0005}{\sigma_{(E,N,Z)}} \quad (4.1)$$

donde:

$E$ : Factor de Escala

$\sigma_{(E,N,Z)}$ : Mayor precisión entre coordenadas planimétricas y altimétricas

<sup>14</sup>Ángulo Horizontal con respecto a un lado del polígono.

<sup>15</sup>Será ubicado con sus coordenadas polares.

El espaciamiento entre curvas de nivel queda determinado por la escala escogida ( $E$ ) para cada plano, y está relacionada con el tipo de terreno sobre el cuál se realizaron las mediciones:

Tipo de Terreno	$\Delta CI$
Abrupto	$\frac{1}{100} * E$
Normal	$\frac{1}{1000} * E$
Plano	$\frac{1}{10000} * E$

donde:

$\Delta CI$ : Espaciamiento Curvas de Nivel

$E$ : Escala de Plano

### Ejemplo

Si se utiliza la siguiente configuración:

- Terreno de tipo Normal, factor =  $\frac{1}{1000}$ .
- Escala  $\frac{1}{E} = \frac{1}{5000}$ .

Entonces, el espaciamiento entre curvas de nivel ( $\Delta CI$ ) se calcula como:

$$\Delta CI = \frac{1}{1000} \cdot 5000$$

$$\Delta CI = = \frac{5000}{1000}$$

$$\Delta CI = 5 \text{ [m]}$$

Finalmente, para calcular la curva de isocota se deben interpolar los diferentes puntos de cota conocida<sup>16</sup> y así obtener una isocota representativa que permita una buena descripción del terreno.

La interpolación es una simple proporción, siendo ésta entre dos puntos de cota conocida<sup>17</sup>.

Entonces, dado que se conocen las cotas en  $PT_i$  y  $PT_j$ , además de la distancia  $d_{ij}$ , un punto de una curva de nivel con una cota dada, se determina obteniendo la distancia  $d_v$ .

---

<sup>16</sup>Se debe utilizar **criterio** para la elección de los puntos.

<sup>17</sup>Estación-Punto de Relleno o Punto de Relleno-Punto de Relleno.

Esto se realiza, interpolando linealmente la cota  $C_v$ , mediante:

$$d_v = d_{ij} \cdot \frac{C_v - C_i}{C_j - C_i} \quad (4.2)$$

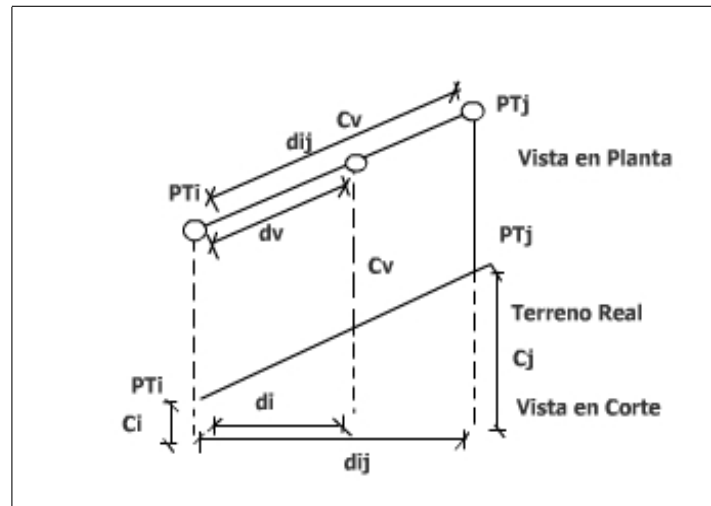
donde:

$C_v$ : Cota de la curva de nivel que se está interpolando

$C_i$ : Cota del punto taquimétrico i

$C_j$ : Cota del punto taquimétrico j

Figura 4.4: Interpolación de Curvas de Nivel



### 4.3.2. Coordenadas y Simbología

En los planos relacionados con el presente Taller, se incluyen recuadros nuevos, de Coordenadas y Simbología<sup>18</sup>.

#### Recuadro de Coordenadas

En este espacio se incluyen las coordenadas(Este, Norte, Cota) de las estaciones de la poligonal compensada, utilizada en terreno. A continuación se muestra un recuadro tipo:

Estación	E[m]	N[m]	Z[m.s.n.m]
$E_1$	167	100	300
$E_2$	200	150	400
$E_3$	150	110	350
.	.	.	.
.	.	.	.
$E_n$	250	220	370

#### Recuadro de Simbología

En este espacio se incluye la simbología utilizada en el plano, con la cuál se describen los elementos de trabajo.

Para el caso de el Taller, se puede colocar algunos elementos con su respectiva simbología:

- Estaciones de la Poligonal
- Puntos de Relleno
- Curvas de Nivel

A continuación se muestra un recuadro tipo:

CUADRO DE SIMBOLOGÍA	
Estaciones	$\triangle$
Puntos de Relleno	$\times$
Curvas de Nivel	$\sim$

---

<sup>18</sup>Ver página 95 donde se muestra su ubicación.

**Confección de Planos**

Se deben confeccionar los siguientes planos:

Plano Borrador(Formato A2)

Se debe incluir puntos taquimétricos, curvas de nivel, poligonal compensada y no compensada, cuadro de coordenadas, simbología y rótulo. La *Zona de Dibujo* se debe cuadrricular cada 10[cm] según los dos ejes.

Plano Tinta(Formato A2)

Se debe incluir curvas de nivel, poligonal compensada, cuadro de coordenadas, simbología y rótulo. La *Zona de Dibujo* se debe cuadrricular cada 10[cm] según los dos ejes.