

TENSION SUPERFICIAL - FORMULA DE LAPLACE

CI31A MECANICA DE FLUIDOS
Prof. Y. Niño Sem. Otoño 2004

Consideremos un elemento de superficie libre de un líquido, con radios de curvatura R_1 y R_2 , como se muestra en la Fig. 1. El elemento tiene aristas de dimensiones dl_1 y dl_2 , definiendo los ángulos elementales $d\phi_1$ y $d\phi_2$, respectivamente. La tensión superficial del líquido, σ , es capaz de equilibrar la diferencia entre las presiones interna, p_{int} , y externa, p_{ext} , con respecto a la superficie. Dadas las curvaturas definidas en la Fig. 1, es obvio que la presión interna es mayor que la presión externa.

Considerando que el elemento de superficie está orientado de modo que su normal apunta verticalmente, es posible suponer que ambas presiones, p_{int} y p_{ext} , se alinean también verticalmente. Planteando la condición de equilibrio de fuerzas en esta dirección se tiene:

$$Fp_{int} - Fp_{ext} - F_{\sigma} = 0$$

donde Fp_{int} y Fp_{ext} son las fuerzas de presión interna y externa, respectivamente, y F_{σ} es la fuerza de tensión superficial, actuando en las aristas del elemento de volumen.

Considerando que el área del elemento de volumen es $dA = dl_1 dl_2$, entonces las fuerzas de presión están dadas por:

$$Fp_{int} = p_{int} dl_1 dl_2 \quad ; \quad Fp_{ext} = p_{ext} dl_1 dl_2$$

Considerando ahora los diagramas de la Fig.2, la fuerza de tensión superficial se calcula como:

$$F_{\sigma} = 2 \sigma dl_1 \sin\left(\frac{d\phi_2}{2}\right) + 2 \sigma dl_2 \sin\left(\frac{d\phi_1}{2}\right)$$

Dado que los ángulos $d\phi_1$ y $d\phi_2$ son pequeños, entonces se tiene:

$$\sin\left(\frac{d\phi_1}{2}\right) \approx \frac{d\phi_1}{2} \quad ; \quad \sin\left(\frac{d\phi_2}{2}\right) \approx \frac{d\phi_2}{2}$$

y adicionalmente se cumple:

$$dl_1 = R_1 d\phi_1 \quad ; \quad dl_2 = R_2 d\phi_2$$

Finalmente, reemplazando estas relaciones en la ecuación de equilibrio de fuerzas, se obtiene:

$$p_{int} - p_{ext} = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

ecuación que es conocida como *fórmula de Laplace* para la tensión superficial.

Para el caso de una superficie esférica, en que: $R_1 = R_2 = R$, se cumple:

$$p_{int} - p_{ext} = \frac{2 \sigma}{R}$$

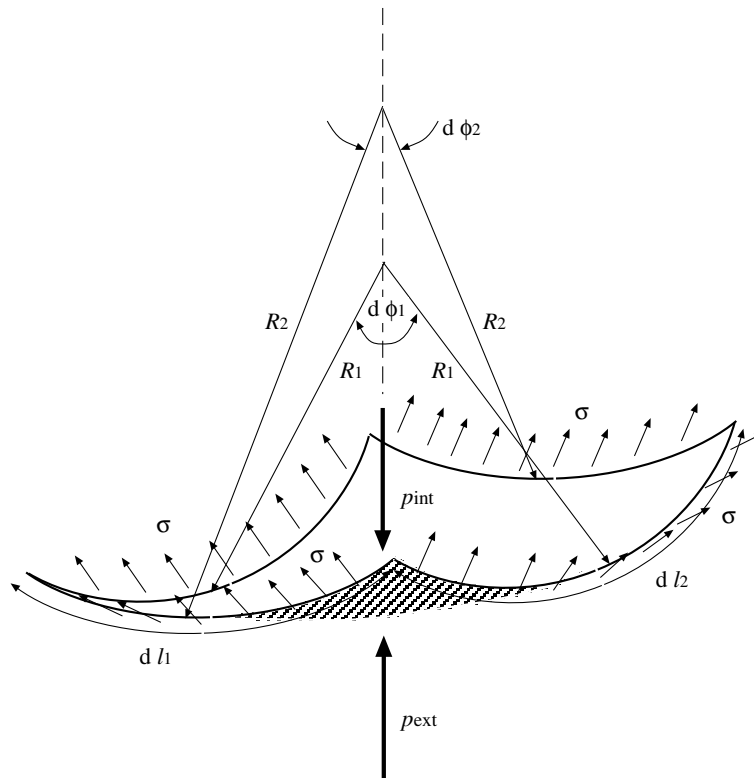


Figura 1: Superficie libre curva sometida a tensión superficial.

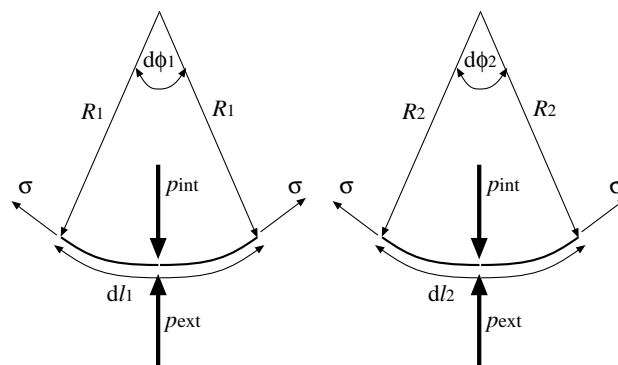


Figura 2: Vistas de perfil de la Fig. 1.