

# CÁLCULO – MA12A06

Clase Auxiliar 12.05.06

## 1. TRIGONOMETRÍA

### PROBLEMA 1

- (a) Resolver la ecuación  $\cos(x) = \frac{2 \tan(x)}{1 + \tan^2(x)}$ .  
(b) Demostrar que en todo triángulo de lados  $a, b, c$  y ángulos interiores  $\alpha, \beta, \gamma$  se cumple que:

$$a^2 \frac{\sin(\beta - \gamma)}{\sin(\alpha)} + b^2 \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\sin(\beta)} + c^2 \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\gamma)} = 0.$$

### PROBLEMA 2

Sean  $a, b, c, d$  reales en progresión aritmética de diferencia  $r$ . resolver la ecuación

$$\cos(ax) \sin(bx) = \cos(cx) \sin(dx)$$

y expresar las soluciones en términos de  $a$  y  $r$ .

### PROBLEMA 3 Identidades Trigonómicas

- (a)  $\tan \theta + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \sec \theta$   
(b)  $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta} = 1 - \frac{1}{\tan \theta}$   
(c)  $\frac{1}{\sec \theta + \tan \theta} = \sec \theta - \tan \theta$

### PROBLEMA 4

Se necesita conocer la altura de un árbol ubicado en la ladera de un cerro. Para esto se ubican dos puntos  $A$  y  $B$  sobre la ladera ( $A$  más abajo que  $B$ ) a una distancia  $d$  y colineales con la base del árbol. Los ángulos de elevación de  $A$  y  $B$  hasta la cúspide del árbol son  $\alpha$  y  $\beta$  respectivamente y el ángulo de inclinación de la ladera es  $\gamma$ . Calcular la altura del árbol en función de los datos  $\alpha, \beta, \gamma, d$ .

## 2. SUCESIONES

### PROBLEMA 1

Suponga que  $a_n \rightarrow a$  y  $b_n \rightarrow b$ . Pruebe que la sucesión definida por  $s_n = \min\{a_n, b_n\}$  tiene como límite a  $\min\{a, b\}$ .

### PROBLEMA 2

Suponga que la sucesión  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  tiene como límite el número real  $a$ . Pruebe que:

- (a)  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |a_k - a| = 0$ .  
(b)  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} a_k = a$ .