

Auxiliar

P1. (P1 C3 2004)

(i) Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida mediante

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin((1-a)x)}{x} & \text{si } x < 0, \\ b(x-a)^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{\sin(a(x-1))}{\ln x} & \text{si } x > 1, \end{cases}$$

donde a y b son parámetros reales con $a \neq 0$, $a \neq 1$.

- (0.5 pts.) ¿Qué puede decir de la continuidad de f en los intervalos $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, \infty)$? Justifique.
 - (1.5 pts.) Encuentre una relación entre a y b equivalente a la continuidad de f en 0.
 - (1.5 pts.) Encuentre una relación entre a y b equivalente a la continuidad de f en 1.
 - (0.5 pts.) Encuentre los valores de a y b , con $a \neq 0$, $a \neq 1$, tales que f sea continua en \mathbb{R} .
- (ii) (2 pts.) Estudie la continuidad en los puntos 0 y 1 de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = [x]x$.
(Recuerde que $[x]$ es la parte entera de x , definida como el mayor entero k que cumple $k \leq x$.)

P2. (P1 C3 2003)

(i) (3 pts.) Sea f la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{\ln(1+x)} & \text{si } x > 0 \\ (x-\alpha)^2 & \text{si } x < 0 \\ \beta & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Analice la continuidad de f y encuentre todos los valores de α y β para los cuales f es continua en todo \mathbb{R} .

(ii) (3 pts.) Calcule

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\arcsen x - \arcsen a}{x - a}$$

en función de a , usando el cambio de variables $u = \arcsen x - \alpha$, donde $\alpha = \arcsen a$.
Indicación: puede serle útil la fórmula del seno de la suma.