

## Auxiliar

P1. (P1 C3 2004)

(i) Considere la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida mediante

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin((1-a)x)}{x} & \text{si } x < 0, \\ b(x-a)^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{\sin(a(x-1))}{\ln x} & \text{si } x > 1, \end{cases}$$

donde  $a$  y  $b$  son parámetros reales con  $a \neq 0$ ,  $a \neq 1$ .

- a) (0.5 ptos.) ¿Qué puede decir de la continuidad de  $f$  en los intervalos  $(-\infty, 0)$ ,  $(0, 1)$  y  $(1, \infty)$ ? Justifique.
  - b) (1.5 ptos.) Encuentre una relación entre  $a$  y  $b$  equivalente a la continuidad de  $f$  en 0.
  - c) (1.5 ptos.) Encuentre una relación entre  $a$  y  $b$  equivalente a la continuidad de  $f$  en 1.
  - d) (0.5 ptos.) Encuentre los valores de  $a$  y  $b$ , con  $a \neq 0$ ,  $a \neq 1$ , tales que  $f$  sea continua en  $\mathbb{R}$ .
- (ii) (2 ptos.) Estudie la continuidad en los puntos 0 y 1 de la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = [x]x$ .  
(Recuerde que  $[x]$  es la parte entera de  $x$ , definida como el mayor entero  $k$  que cumple  $k \leq x$ .)

P2. (P1 C3 2003)

(i) (3 ptos.) Sea  $f$  la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{\ln(1+x)} & \text{si } x > 0 \\ (x-\alpha)^2 & \text{si } x < 0 \\ \beta & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Analice la continuidad de  $f$  y encuentre todos los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para los cuales  $f$  es continua en todo  $\mathbb{R}$ .

(ii) (3 ptos.) Calcule

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\arcsen x - \arcsen a}{x - a}$$

en función de  $a$ , usando el cambio de variables  $u = \arcsen x - \alpha$ , donde  $\alpha = \arcsen a$ .  
Indicación: puede serle útil la fórmula del seno de la suma.