

Auxiliar

P1.

- a) Analice completamente la función; $f(x) = |\cos(x) - 1|$ indicando su dominio, ceros, signos, paridad, crecimiento, acotamiento, periodicidad y gráfico.
- b) Sea $f(x) = \frac{x+1}{2x+1}$
 - i) Encuentre dominio A , ceros y signos.
 - ii) Pruebe que f es inyectiva.
 - iii) Demuestre que el recorrido de f es $\mathbb{R} \setminus \{1/2\}$
 - iv) Encuentre la función inversa de $f : A \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1/2\}$ y explicita su dominio y recorrido.

P2.- Estudie completamente la función

$$f(x) = |\sqrt{|x|} - x|.$$

Para ello:

- (i) Encuentre dominio, ceros. Estudie epiyectividad, inyectividad. Demuestre que su recorrido es el conjunto $\{y \in \mathbb{R}, y \geq 0\}$.
- (ii) Analice el crecimiento de la función **sin módulo** $\sqrt{|x|} - x$ para $x > 1/4$, $0 < x < 1/4$ y $x < 0$. Indicación: note que si $x > y > 1/4$ entonces $\sqrt{x} + \sqrt{y} > 1$.
- (iii) Estudie el crecimiento de $|\sqrt{|x|} - x|$ analizando los signos de $\sqrt{|x|} - x$.
- (iv) Haga un gráfico aproximado de f que resuma el análisis precedente.

4

P3. Para la asignación $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{\sqrt{\pi^2 - x^2}}\right)$ se pide determinar:

- a) Dominio.
- b) Paridad.
- c) Acotamiento.
- d) Demostrar que el conjunto de todos los ceros de f está dado por

$$\left\{ \frac{\pi k}{\sqrt{1+k^2}} : k \in \mathbb{Z} \right\}.$$
- e) Probar, usando la definición de convergencia, que la sucesión

$$x_k = \left(\frac{\pi k}{\sqrt{1+k^2}} \right)^2 \text{ converge a } \pi^2.$$
- f) Usando sólo lo anterior bosquejar un gráfico de f .