

Clase Auxiliar Martes 5 de septiembre de 2006

MA11A-3

Profesor: Eduardo Moreno

Profesor Auxiliar: Fernando Feres T.

Problema 1

A partir de los siguientes vectores de \mathbb{R}^4 complete una base de \mathbb{R}^4 :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Problema 2

Extraiga una base del conjunto generado por los siguientes vectores de \mathbb{R}^4

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

Problema 3

Definamos P_4 al conjunto de los polinomios de grado menor o igual a 4, y sean los siguientes conjuntos:

- $W_1 = \{p \in P_4 : p(1) + 2p(-1) = 0\}$
- $W_2 = \{p \in P_4 : p(x) = a + bx + cx^2 + bx^3 + ax^4, \text{ con } a, b, c \in \mathbb{R}\}$

1. Pruebe que P_4 con la suma y ponderación por escalar usual de funciones en \mathbb{R} es un espacio vectorial.
2. Pruebe que W_1 es subespacios vectorial de P_4
3. Pruebe que W_2 es subespacios vectorial de P_4 .
4. Encuentre una base para W_1
5. Encuentre una base para W_2 .

Problema 4

Sea $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$. Se define $\text{Ker}(A) = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^n : A\vec{x} = 0\}$. Pruebe que $\text{Ker}(A)$ es un s.e.v. de \mathbb{R}^n

Problema 5

Pruebe que el conjunto E de las funciones reales del tipo

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longrightarrow f(x) = A \operatorname{Sen}(x + \alpha), \text{ con } A, \alpha \in \mathbb{R};$$

es un subespacio generado por las funciones seno y coseno

Problema 6

Sea $\{a_1, \dots, a_n\}$ una base de un espacio vectorial E de dimensión n sobre \mathbb{R} .

Dado $p \leq n$ se definen los vectores $x_i = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} a_j$, $i = 1, \dots, p$ donde los α_{ij}

satisfacen:

- $j < i \Rightarrow \alpha_{ij} = 0$
- $\alpha_{ii} \neq 0 \quad \forall i = 1, \dots, p$

Muestre que el conjunto de vectores x_i es *l.i.*