

Ejercicios Clase Auxiliar

Prof: Pablo Dartnell

Auxs: Cristián Figueroa, David Gómez

31 de Octubre, 2006

P1. Sea $U \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ una matriz tal que $U^T U = I$. Demuestre que las columnas de U forman una base ortonormal de \mathbb{R}^n .

P2. Sean $a, b, c \in \mathbb{R}$, y

$$A = \begin{bmatrix} 2 & a & b & c \\ 0 & 3 & a & b \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determine los valores de a, b, c para los cuales A es diagonalizable, y para dichos valores dé una base de \mathbb{R}^4 formada por vectores propios de A .

P3. Sea

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

1. Determine una base ortonormal de vectores propios de M .
2. Estudie el comportamiento de M^n , cuando $n \rightarrow \infty$.

P4. Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, y sea p su polinomio característico. Dado cualquier polinomio $q(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, definimos $q(A) = a_0I + a_1A + \dots + a_nA^n$. Suponiendo que A es diagonalizable, demuestre que $p(A) = \mathbf{0}$ (la matriz nula de $n \times n$).